



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN
KHOA TOÁN KINH TẾ

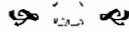
PGS. TS. HOÀNG ĐÌNH TUẤN

GIÁO TRÌNH

LÝ THUYẾT
MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN
HÀ NỘI - 2007

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN
BỘ MÔN TOÁN KINH TẾ



PGS.TS. Hoàng Đình Tuấn

GIÁO TRÌNH
LÝ THUYẾT MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN
HÀ NỘI - 2007

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU	7
LỜI TỰA CHO TÁI BẢN LẦN THỨ NHẤT	9
Chương I: GIỚI THIỆU PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH VÀ TIẾP CẬN HỆ THỐNG TRONG NGHIÊN CỨU KINH TẾ.....	11
§1. PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH VÀ Ý NGHĨA	11
I. Các phương pháp nghiên cứu khoa học	11
II. Ý nghĩa của phương pháp mô hình trong nghiên cứu kinh tế	15
§ 2. KHÁI NIỆM MÔ HÌNH KINH TẾ VÀ MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ.....	16
I. Mô hình của đối tượng	16
II. Mô hình hóa đối tượng - những vấn đề cần chú ý.....	16
III. Mô hình kinh tế và mô hình toán kinh tế.....	18
§ 3. CẤU TRÚC MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ.....	24
I. Các biến số của mô hình - phân loại và đo lường biến.....	24
II. Mối liên hệ giữa các biến số và hình thức biểu diễn	29
§4. PHÂN LOẠI MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ	32
I. Phân loại mô hình theo đặc điểm cấu trúc và công cụ toán học sử dụng	32
II. Phân loại mô hình theo quy mô yếu tố, theo thời hạn.....	33
§5. NỘI DUNG CỦA PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH TRONG NGHIÊN CỨU VÀ PHÂN TÍCH KINH TẾ.....	34
I. Nội dung cơ bản của phương pháp mô hình	34
II. Thí dụ minh họa.....	35
§6. MÔ HÌNH HOÁ ĐỐI TƯỢNG THEO CÁCH TIẾP CẬN HỆ THỐNG	37
I. Các khái niệm liên quan tới hệ thống	38

II. Hệ thống kinh tế.....	47
§ 7. PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MÔ HÌNH.....	50
I. Giải mô hình	50
II. Phân tích so sánh tĩnh	55
III. Mô phỏng mô hình	66
Bài tập chương I.....	68
Chương II. MÔ HÌNH TỐI ƯU TRONG KINH TẾ	73
§1. GIỚI THIỆU CHUNG VỀ MÔ HÌNH TỐI ƯU.....	73
I. Sự lựa chọn của tác nhân kinh tế.....	73
II. Một số giả thiết và vấn đề liên quan đến mô hình tối ưu.....	79
§2. MÔ HÌNH PHÂN TÍCH HÀNH VI CỦA HỘ GIA ĐÌNH	89
I. Mô hình hoá sở thích, thị hiếu của hộ gia đình - hàm lợi ích tiêu dùng.....	90
II. Phân tích hành vi tiêu dùng - Mô hình xác định Hàm lợi ích gián tiếp và hàm cầu Marshall.....	93
III. Phân tích hành vi tiêu dùng - Mô hình xác định Hàm chi tiêu và hàm cầu Hicks.....	101
§3. MÔ HÌNH PHÂN TÍCH HÀNH VI CỦA DOANH NGHIỆP - HÀNH VI SẢN XUẤT KINH DOANH.....	118
I. Hành vi và vị thế của doanh nghiệp	118
II. Mô hình mô tả công nghệ.....	120
III. Mô hình phân tích chi phí của doanh nghiệp	131
IV. Mô hình phân tích quyết định của doanh nghiệp - Mô hình xác định mức cung.....	144
Bài tập chương II.....	159
Chương III. MÔ HÌNH CÂN BẰNG KINH TẾ.....	169
§1. GIỚI THIỆU CHUNG VỀ CÂN BẰNG VÀ PHÂN TÍCH CÂN BẰNG	169
I. Khái niệm về cân bằng và mô hình cân bằng	169

II. Phân tích cân bằng	171
§2. GIỚI THIỆU CHUNG VỀ MÔ HÌNH CÂN BẰNG THỊ TRƯỜNG	173
I. Sự hình thành thị trường và cấu trúc của thị trường	173
II. Nguyên tắc thiết lập và phân loại mô hình cân bằng thị trường	177
§3. MÔ HÌNH CÂN BẰNG THỊ TRƯỜNG RIÊNG VÀ ỨNG DỤNG.....	179
I. Mô hình cân bằng thị trường cạnh tranh hoàn hảo	179
II. Cân bằng trên thị trường độc quyền về phía cung	182
III. Cân bằng thị trường và phúc lợi xã hội.....	183
IV. Ứng dụng phân tích so sánh tĩnh - Phân tích chính sách điều tiết thị trường của nhà nước.....	187
§4. MÔ HÌNH CÂN BẰNG TỔNG THỂ - MÔ HÌNH CÂN BẰNG WALRAS	200
I. Sự trao đổi hàng hoá (nguồn) giữa hai tác nhân - Mô hình “Hộp Edgeworth”	201
II. Mô hình cân bằng Walras và phúc lợi	203
III. Khuyết tật của kinh tế thị trường và vai trò của nhà nước	209
§4. MÔ HÌNH CÂN BẰNG KINH TẾ VĨ MÔ.....	211
I. Vai trò của mô hình cân bằng kinh tế vĩ mô.....	211
II. Mô hình cân bằng vĩ mô.....	212
Bài tập chương III.....	254
Chương IV. MÔ HÌNH KINH TẾ ĐỘNG.....	265
§1. GIỚI THIỆU CHUNG VỀ MÔ HÌNH ĐỘNG VÀ PHÂN TÍCH ĐỘNG THÁI	265
I. Động thái của các quá trình hoạt động kinh tế	265
II. Cấu trúc mô hình động	266
III. Phân tích mô hình động - Phân tích động thái.....	267
IV. Một số công cụ toán sử dụng phân tích động thái.....	270

§2. MÔ HÌNH CÂN BẰNG THỊ TRƯỜNG VỚI CƠ CHẾ GIÁ CẢ - PHÂN TÍCH SỰ ỔN ĐỊNH CỦA THỊ TRƯỜNG	278
I. Mô hình cơ chế giá cả.....	278
II. Áp dụng mô hình cơ chế giá trong phân tích cân bằng thị trường riêng.....	285
§3. MÔ HÌNH CÂN BẰNG VĨ MÔ ĐỘNG.....	293
I. Đường cong Phillips - Động thái của thị trường lao động.....	294
II. Mô hình cân bằng vĩ mô động	301
III. Một số mô hình cân bằng vĩ mô động dạng đơn giản.....	306
§4. MÔ HÌNH TĂNG TRƯỞNG KINH TẾ	313
I. tăng trưởng kinh tế và mô hình tăng trưởng kinh tế	313
II. Mô hình tăng trưởng kinh tế Harrod - Domar	316
III. Mô hình tăng trưởng kinh tế Solow – Swan.....	321
Bài tập chương IV	338
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	343

LỜI NÓI ĐẦU

Đối tượng nghiên cứu trong kinh tế ngày càng đa dạng và phức tạp cả về quy mô lẫn các mối liên hệ. Để có thể nhận thức một cách tương đối đầy đủ đối tượng nhằm đáp ứng mục tiêu nghiên cứu đòi hỏi phương pháp tiếp cận mới với lập luận logic chặt chẽ và dễ kiểm chứng trong thực tế. **Mô hình hoá kinh tế** là phương pháp tiếp cận ngày càng tỏ ra hữu ích, đặc biệt khi có sự hỗ trợ của các ngành khoa học khác như: toán học, khoa học quản lý, công nghệ thông tin... Tuy nhiên trong lĩnh vực này, các tài liệu liên quan bằng tiếng Việt còn rất ít. Cuốn sách “**Lý thuyết mô hình toán kinh tế**” được biên soạn nhằm mục đích cung cấp một giáo trình chuẩn cho môn học “Lý thuyết mô hình toán kinh tế” trong chương trình đào tạo cử nhân Toán kinh tế và Toán tài chính của Đại học Kinh tế quốc dân. Ngoài ra giáo trình có thể được sử dụng như tài liệu tham khảo bổ ích của sinh viên, học viên cao học thuộc các chuyên ngành khác trong Đại học Kinh tế quốc dân cũng như của các nhà nghiên cứu, phân tích kinh tế có quan tâm. Với thời lượng 120 tiết giáo trình giới hạn ở việc đề cập tới những nội dung cơ bản mang tính khái quát của một số lớp mô hình toán kinh tế cũng như khả năng vận dụng trong thực tiễn. Được trang bị những kiến thức cơ bản này người học có thể kết hợp với các kiến thức về kinh tế lượng để trực tiếp áp dụng trong phân tích kinh tế, kinh doanh; đồng thời có thể tiếp tục nghiên cứu chuyên sâu về các mô hình kinh tế thông qua tham dự các chuyên đề hoặc tự tìm hiểu. Những kiến thức toán sử dụng để phân tích các mô hình trong giáo trình thường chỉ dừng ở mức độ vừa đủ cần thiết nhằm tránh những khó khăn cho người học cũng như tránh việc xa rời mục tiêu chính là phân tích ý nghĩa kinh tế và ứng dụng. Các mô hình kinh tế hết sức đa dạng và phong phú nên có nhiều tiêu chí để phân loại. Giáo trình căn cứ vào đặc điểm cấu trúc của mô hình cũng như công cụ toán được sử dụng phân tích để phân chia mô hình thành các lớp tương ứng với các chương. Giáo trình bao gồm các nội dung sau:

Chương I: Giới thiệu phương pháp mô hình và tiếp cận hệ thống trong nghiên cứu và phân tích kinh tế.

Nội dung của chương giới thiệu những kiến thức cơ bản của quá trình

mô hình hoá kinh tế. Với các kiến thức này người học có thể áp dụng để thiết lập và phân tích các mô hình kinh tế theo lĩnh vực và yếu cầu riêng.

Chương II: Mô hình tối ưu trong kinh tế: đề cập tới mô hình tối ưu ứng dụng trong phân tích kinh tế, hành vi tối ưu của tác nhân kinh tế và phân tích tác động của một số yếu tố ngoại sinh tới hành vi này.

Chương III: Mô hình cân bằng kinh tế: tập trung phân tích một số mô hình cân bằng thị trường đồng thời phân tích các tác động ngoại sinh, đặc biệt là là phân tích chính sách.

Chương IV: Mô hình kinh tế động: đề cập một số khái niệm cơ bản, phương pháp phân tích động thái của mô hình và sẽ phân tích chi tiết mô hình cân bằng thị trường động cũng như một số mô hình tăng trưởng kinh tế.

Cấu trúc các chương có dạng môđun kiến thức mang tính độc lập tương đối vì vậy tùy thuộc vào thời lượng, đối tượng, mục tiêu người sử dụng giáo trình có thể chọn những nội dung thích hợp. Phần đầu của các chương II, III, IV đều giới thiệu chung về các lớp mô hình tương ứng cùng với công cụ toán và phương pháp phân tích; phần sau của mỗi chương đề cập tới một số lớp mô hình cụ thể. Mục đích phân tích mô hình nhằm tìm hiểu ý nghĩa kinh tế để vận dụng trong thực tế nên việc tìm lời giải bằng số không phải là trọng tâm. Trong mỗi chương đều có nhiều thí dụ minh họa để giúp người học có thể nắm bắt nhanh những kiến thức được giới thiệu cũng như tạo hứng thú trong học tập.

Khi lựa chọn nội dung biên soạn giáo trình, tác giả căn cứ vào yêu cầu và chương trình môn học "Lý thuyết mô hình toán kinh tế" đã được đồng ý của các nhà khoa học thống nhất trong khuôn khổ hội thảo quốc gia "Hoàn thiện mục tiêu, chương trình, phương pháp giảng dạy Toán - Thống kê - Tin học ở trường ĐHQG KTQD" được tổ chức tại Đại học Kinh tế quốc dân (tháng 10/2001). Mặc dù vậy đây là lần đầu giáo trình được biên soạn và phát hành nên không tránh khỏi những hạn chế và khiếm khuyết. Tác giả mong được sự góp ý của người đọc để có thể hoàn thiện cuốn sách. Tác giả xin cảm ơn các đồng nghiệp trong và ngoài trường đã đồng ý, đóng góp những ý kiến quý báu trong quá trình xây dựng đề cương và biên soạn giáo trình.

Tác giả

LỜI TỰA CHO TÁI BẢN LẦN THỨ NHẤT

Sau khi cuốn Lý thuyết mô hình toán kinh tế xuất bản và đưa vào sử dụng như một giáo trình tại Đại học kinh tế quốc dân, tác giả đã nhận được sự ủng hộ của đông đảo bạn đọc thuộc nhiều đối tượng: sinh viên, học viên cao học, nghiên cứu sinh, cán bộ giảng dạy và các nhà nghiên cứu kinh tế. Bên cạnh việc sử dụng cuốn sách như một tài liệu học tập, nghiên cứu, nhiều bạn đọc còn mong muốn khai thác nội dung cuốn sách trong thực hành nghiên cứu, phân tích kinh tế. Từ kinh nghiệm thu được qua thực tế giảng dạy của tác giả cho nhiều đối tượng trong thời gian qua, để đáp ứng tốt hơn yêu cầu của chương trình môn học cũng như mong muốn của bạn đọc, tác giả cho tái bản cuốn sách với một số sửa đổi, bổ sung:

Thứ nhất, các lỗi in trong cuốn sách xuất bản lần 1 đã được chỉnh sửa. Đồng thời tác giả bổ sung thêm nhiều thí dụ minh họa nội dung cũng như phần bài tập sau mỗi chương của cuốn sách.

Thứ hai, một số mô hình đã được bổ sung, mở rộng không những về hình thức diễn đạt mà còn về nội dung kinh tế như:

- Trong chương 3- Mô hình cân bằng kinh tế: tác giả đã bổ sung thêm mô hình IS-LM dạng mô hình kinh tế lượng.

- Trong chương 4- Mô hình kinh tế động: bổ sung thêm các mô hình kinh tế lượng tương ứng với các mô hình đã có.

Với việc bổ sung nội dung (đặc biệt là các mô hình kinh tế lượng) kết hợp với kiến thức về kinh tế lượng cũng như các cơ sở dữ liệu sẽ giúp người đọc có thể vận dụng tốt hơn các mô hình trong ứng dụng thực tế. Tác giả tiếp tục mong đợi những ý kiến đóng góp của bạn đọc để có thể hoàn thiện cuốn sách.

Hà Nội, tháng 8 năm 2007

Tác giả

Chương I

GIỚI THIỆU PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH VÀ TIẾP CẬN HỆ THỐNG TRONG NGHIÊN CỨU KINH TẾ

§1. PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH VÀ Ý NGHĨA

I. CÁC PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU KHOA HỌC

1. Quy luật và nghiên cứu khoa học

Nghiên cứu khoa học nói chung và nghiên cứu kinh tế nói riêng là quá trình tìm kiếm, phát hiện những sự kiện mới trên cơ sở các sự kiện đã biết, đã được nhận thức. Kết quả nghiên cứu sẽ giúp ta giải đáp các câu hỏi: sự kiện mới có tồn tại hay không? sự kiện này như thế nào?

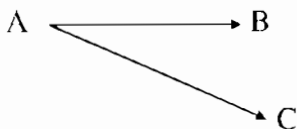
Người thực hiện việc nghiên cứu muốn đạt kết quả có giá trị cần nhận thức được các quy luật chi phối mối quan hệ giữa các hiện tượng, các sự kiện. *Mục đích chính của nghiên cứu khoa học là phát hiện các qui luật.* Vậy chúng ta quan niệm quy luật là gì?

a. Khái niệm quy luật và mô tả quy luật bằng ngôn ngữ toán học

Theo nghĩa hẹp, qui luật là *mối quan hệ tất yếu thường xuyên giữa các hiện tượng, sự kiện.* Để mô tả, diễn đạt quy luật bằng ngôn ngữ toán ta có thể sử dụng quan hệ hai ngôi giữa các phần tử trong tập các hiện tượng, sự kiện. Ký hiệu \mathcal{X} là tập các hiện tượng, sự kiện. Một quy luật trên \mathcal{X} là một quan hệ hai ngôi ρ giữa các phần tử thuộc \mathcal{X} . Giả sử ta có các hiện tượng $A, B, C, \dots \in \mathcal{X}$ và quy luật ρ trên \mathcal{X} , khi đó để biểu diễn quy luật ρ , ta viết $\rho(A, B)$. Tùy thuộc vào đặc điểm của ρ và \mathcal{X} chúng ta sẽ có các quy luật khác nhau và trong thực tế tuy cùng quy luật ρ nhưng các biểu hiện cụ thể của quy luật sẽ khác nhau trên các tập \mathcal{X} khác nhau. Để phát hiện, nhận thức quy luật chúng ta cần nhận biết quan hệ ρ cùng các đặc điểm của nó. Thông thường, quan hệ ρ cần phải đáp ứng các yêu cầu của logic biện chứng và logic hình thức. Mục đích của việc nghiên cứu quy luật không chỉ dừng lại ở chỗ phát hiện quy luật mà còn vận dụng quy luật để điều chỉnh hoạt động nhằm đạt các mục tiêu nhất định.

b. Phân loại qui luật

Căn cứ vào đặc điểm của tập \mathcal{X} cũng như quy luật ρ chúng ta có thể phân loại các quy luật thành các nhóm. Nếu \mathcal{X} là các hiện tượng tự nhiên thì ρ gọi là *quy luật tự nhiên*, nếu \mathcal{X} là các hiện tượng xã hội thì ρ gọi là *quy luật xã hội*. Nếu $A, B \in \mathcal{X}$ và có $\rho(A, B)$ nhưng không có $\rho(B, A)$ thì ρ gọi là *quy luật nhân-quả*; A gọi là nguyên nhân (“nhân”), B là kết quả (“quả”). Ta có thể biểu diễn quy luật nhân-quả bằng sơ đồ: $A \rightarrow B$. Chú ý rằng trong thực tế có thể có quy luật nhân-quả mà trong đó một “nhân” nhưng nhiều “quả”. Ví dụ:



Trong thực tế có thể nhận thức được B trước C nên rất dễ ngộ nhận B là nhân của C. Việc phát hiện qui luật nhân- quả có thể giúp ta tìm ra phương thức tác động vào “nhân” để được “quả” mong muốn. Nếu ρ chỉ xác lập với một số lượng lớn các phần tử của \mathcal{X} thì quy luật ρ gọi là *qui luật thống kê*. Như vậy quy luật này là qui luật thuộc về các hiện tượng tập thể, đám đông, nó phản ánh xu thế tất yếu của đa phần. Trong lĩnh vực KT-XH, các quy luật được biểu hiện thông qua hoạt động của tập thể người tham gia vì vậy hầu như chúng đều là các quy luật thống kê. Công việc chính của các nhà nghiên cứu, phân tích kinh tế xã hội là tìm ra qui luật nhân quả mang tính thống kê giữa các hiện tượng và không chỉ vì mục đích nghiên cứu khoa học mà còn để hướng dẫn thực hành.

2. Một số qui luật phổ biến trong kinh tế - xã hội

a. Qui luật bảo toàn vận động

Nội dung của quy luật: Mọi quá trình vận động trong tự nhiên xã hội đều không tự nhiên sinh ra và cũng không tự nhiên mất đi mà chúng chỉ chuyển hóa các hình thức vận động.

Các biểu hiện cụ thể của quy luật này là quy luật bảo toàn vật chất, quy luật bảo toàn năng lượng trong khoa học tự nhiên và kỹ thuật, quy luật “bù” - “trừ”, “đánh đổi” trong khoa học xã hội.

b. Qui luật khan hiếm

Nội dung của quy luật: Mọi hoạt động của con người, trong đó có hoạt

động kinh tế đều phải sử dụng các nguồn lực. Các nguồn lực đều khan hiếm, có giới hạn, đặc biệt là các nguồn tự nhiên khó hoặc không thể tái sinh.

Sự khan hiếm các nguồn lực là do:

+ Dân số tăng dẫn tới nhu cầu sử dụng nguồn lực tăng.

+ Do cạnh tranh để đáp ứng nhu cầu mới, các tác nhân trong hoạt động kinh tế phải cải tiến, thay đổi phương thức hành động vì vậy nhu cầu sử dụng nguồn lực tăng.

c. Quy luật hiệu quả, lợi suất giảm dần

+ Nội dung của quy luật

Sự khan hiếm nguồn lực sử dụng trong hoạt động nói chung và hoạt động kinh tế nói riêng kéo theo chi phí cơ hội khi chúng ta sử dụng các nguồn này. Thiên nhiên rất hào phóng nhưng cũng nghiêm khắc trong việc cung cấp cho chúng ta những nguồn lực và tạo hoá luôn luôn đòi hỏi trả "giá" đắt hơn khi chúng ta muốn sử dụng thêm các nguồn. Với quan niệm việc sử dụng nguồn luôn kèm theo chi phí cơ hội thì quy luật hiệu quả giảm dần mang nội dung như sau:

Nếu những điều kiện khác không thay đổi, khi chúng ta tăng mức sử dụng các nguồn thì chi phí cơ hội sẽ ngày càng tăng với nhịp độ ngày càng cao.

+ Một số biểu hiện cụ thể của quy luật trong KT - XI

Sự biểu hiện tác động của quy luật hết sức đa dạng trong nhiều lĩnh vực tự nhiên cũng như xã hội. Chúng ta sẽ đề cập tới một số biểu hiện cụ thể của quy luật qua các hiện tượng sau đây:

+ Luật Malthus

Malthus cho rằng khi dân số tăng, sản lượng sẽ tăng nhưng tăng chậm hơn bởi vì dân số tăng thì lao động cũng tăng nhưng đất đai có hạn nên tỷ lệ lao động - đất đai tăng. Do tác động của quy luật, sản phẩm tăng thêm sẽ giảm.

Malthus kết luận: sức ép dân số sẽ đẩy nền kinh tế tới chỗ làm cho người lao động phải sống ở mức tối thiểu.

+ Quy luật xu hướng giảm sút của tỷ suất lợi nhuận (Marx)

K. Marx cho rằng đối với nền kinh tế TBCN, trong quá trình tích lũy tư bản, cấu tạo hữu cơ của tư bản tăng và do đó tỷ suất lợi nhuận sẽ giảm. Nếu

xem xét lợi nhuận như là kết quả, hiệu quả của việc đầu tư tư bản (bất biến, khả biến) của nhà tư bản thì khi tư bản bất biến tăng nhanh hơn tư bản khả biến (cấu tạo hữu cơ tăng) do tác động của quy luật, hiệu quả sẽ giảm.

+ *Quy luật biến động của chi phí trung bình - dạng chữ U của đường chi phí trung bình*

Đối với nhiều quá trình sản xuất, khi tăng quy mô sẽ tận dụng được ưu thế của sản xuất lớn do đó chi phí trung bình sẽ giảm. Tuy nhiên đến một giới hạn nhất định, khi ưu thế của sản xuất lớn đã tận dụng hết, nếu tiếp tục tăng quy mô, chi phí trung bình sẽ tăng. Nếu ta biểu diễn bằng đồ thị mối quan hệ giữa mức sản lượng (quy mô sản xuất) và chi phí trung bình tương ứng thì đồ thị này sẽ có dạng chữ U, tức là có điểm đáy (điểm thấp nhất).

+ *Quy luật lợi ích cận biên giảm dần*

Việc tiêu thụ một loại hàng hoá sẽ đem lại một mức lợi ích nhất định đối với người tiêu dùng. Tuy nhiên, nếu người tiêu dùng tiếp tục tiêu thụ thêm loại hàng hoá đó thì mức gia tăng của lợi ích sẽ giảm dần do tác động của quy luật lợi suất giảm dần.

+ *Quy luật về hiệu quả sử dụng một biện pháp, một phương tiện*

Hiệu quả sử dụng một biện pháp phụ thuộc vào mức độ sử dụng. Ban đầu, hiệu quả thấp vì còn phải thắng sức ỳ, sau đó tăng nhanh dần và đến một mức nhất định bắt đầu giảm dần; cuối cùng gần như không còn hiệu quả (bão hoà). Khi hiệu quả của một biện pháp đã đến giai đoạn bão hoà thì cần phải cải tiến, bổ sung hoặc thay đổi.

3. Các phương pháp nghiên cứu

a. Phương pháp theo dõi, quan sát

Ngay từ thời xa xưa, con người trong quá trình mưu sinh đã biết quan sát, theo dõi các hiện tượng xảy ra quanh mình. Các hiện tượng được ghi nhận để rút ra những kinh nghiệm ứng xử và lưu truyền lại cho các thế hệ sau. Những kinh nghiệm đúc kết qua nhiều thế hệ chính là những thông tin về việc phát hiện các quy luật.

Hạn chế lớn nhất của phương pháp quan sát là nó đòi hỏi người nghiên cứu phải trực tiếp theo dõi, quan sát đối tượng trong thời gian dài do đó rất khó có thể chủ động trong nghiên cứu.

b. Phương pháp tiến hành thí nghiệm, thử nghiệm có kiểm soát

Theo phương pháp này, người nghiên cứu tạo ra và tiến hành các thí

nghiệm nhằm tác động vào đối tượng nghiên cứu và theo dõi, ghi nhận kết quả. Từ các kết quả tổng kết có thể rút ra các quy luật dạng nhân - quả. Điểm quan trọng trong phương pháp này là người nghiên cứu phải hoàn toàn có thể kiểm soát được thí nghiệm, tức là có thể tạo ra và giữ được các điều kiện giống nhau trong các lần thí nghiệm (giữ được “nhân” giống nhau). Phương pháp này được áp dụng phổ biến trong khoa học tự nhiên và trong kỹ thuật.

c. Phương pháp suy luận logic

Phương pháp suy luận xuất phát từ những điều đã biết (hoặc giả định là đã biết) thông qua quá trình suy luận logic (logic biện chứng, logic hình thức) rút ra những hệ quả, những kết luận. Suy luận logic gồm suy luận diễn dịch: suy luận từ cái chung, khái quát đến cái riêng, cụ thể; và suy luận quy nạp: suy luận từ những cái riêng, đặc thù đến cái chung, khái quát. *Phương pháp suy luận logic với công cụ suy luận là mô hình của đối tượng nghiên cứu gọi là phương pháp mô hình.* Với phương pháp mô hình, các đối tượng trong hiện thực có liên quan tới hiện tượng, vấn đề ta quan tâm nghiên cứu sẽ được thay thế bởi “hình ảnh” của chúng: các *Mô hình* của đối tượng.

II. Ý NGHĨA CỦA PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH TRONG NGHIÊN CỨU KINH TẾ

Hiện thực kinh tế liên quan đến vấn đề nghiên cứu thường phức tạp. Có rất nhiều hiện tượng và vô số mối quan hệ đan xen, chông chéo giữa chúng vì vậy nếu chỉ quan sát thì chắc chắn chúng ta không thể nắm bắt được bản chất và do đó rất khó tìm ra quy luật chi phối các mối quan hệ. Khi nghiên cứu các hiện tượng, vấn đề KT-XH, phương pháp thí nghiệm thường khó áp dụng và nó không đem lại kết quả như mong muốn, bởi vì:

- Qui mô của những vấn đề KT-XH đòi hỏi chi phí cho thực nghiệm rất lớn và nhiều khi những sai sót trong quá trình thực nghiệm sẽ gây ra hậu quả không thể lường trước được.

- Ngay cả trong trường hợp có đủ điều kiện tiến hành các thực nghiệm trong nghiên cứu kinh tế thì chúng thường là những thí nghiệm không kiểm soát được vì các hiện tượng KT-XH gắn liền với hoạt động của con người. Khi điều kiện thực tế khác biệt với điều kiện thực nghiệm, con người có phản ứng khác hẳn nhau do đó kết quả thu được trong hai trường hợp sẽ khác nhau.

Để nghiên cứu các hiện tượng, các vấn đề kinh tế thường là phải sử dụng *phương pháp mô hình*. Nội dung cơ bản của phương pháp mô hình bao gồm:

- Xây dựng, xác định mô hình của đối tượng. Quá trình này gọi là *mô hình hoá đối tượng*.

- Dùng mô hình làm công cụ suy luận phục vụ yêu cầu nghiên cứu. Quá trình này gọi là *phân tích mô hình*.

Phương pháp mô hình khắc phục được hạn chế của các phương pháp trên. Đồng thời với việc phân tích mô hình, phương pháp tạo khả năng phát huy tốt hiệu quả của tư duy logic, kết hợp nhuần nhuyễn giữa các phương pháp phân tích truyền thống với hiện đại, giữa phân tích định tính với phân tích định lượng. Muốn sử dụng có hiệu quả phương pháp mô hình trong nghiên cứu kinh tế, vấn đề cốt lõi là *xác lập được mô hình của đối tượng nghiên cứu*. Để hiểu rõ quá trình này chúng ta cần đề cập tới một số khái niệm cơ bản có liên quan.

§ 2. KHÁI NIỆM MÔ HÌNH KINH TẾ VÀ MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ

I. MÔ HÌNH CỦA ĐỐI TƯỢNG

Có rất nhiều quan niệm về mô hình của đối tượng, từ hình thức đơn giản, trực quan đến hình thức khái quát, có sử dụng các khái niệm toán học trừu tượng. Với yêu cầu bước đầu làm quen với phương pháp mô hình, chúng ta sẽ đề cập tới quan điểm khá đơn giản về mô hình. Theo quan điểm này thì: mô hình của một đối tượng là sự phản ánh hiện thực khách quan của đối tượng; *sự hình dung, tưởng tượng đối tượng đó bằng ý nghĩ* của người nghiên cứu và việc *trình bày, thể hiện, diễn đạt ý nghĩ đó bằng lời văn, chữ viết, sơ đồ, hình vẽ...hoặc một ngôn ngữ chuyên ngành*. Như vậy mỗi mô hình bao gồm *nội dung* của mô hình và *hình thức* thể hiện nội dung.

II. MÔ HÌNH HÓA ĐỐI TƯỢNG - NHỮNG VẤN ĐỀ CẦN CHÚ Ý

Việc nhận thức, mô tả đối tượng bằng mô hình (mô hình hóa đối tượng) là cốt để hiểu rõ hơn về đối tượng, để có thể tác động đến nó, làm cho

nó vận động theo chiều hướng mà ta mong muốn, tức là bao giờ cũng nhằm mục tiêu nhất định. Hiện thực khách quan vô cùng phức tạp và sinh động, trình độ nhận thức của con người ở mỗi thời đều có giới hạn; vì vậy chúng ta không thể và cũng không cần thiết phải hiểu biết một cách tường tận mọi chi tiết của đối tượng như chúng vốn tồn tại. Đối với mỗi đối tượng, mỗi vấn đề cần nghiên cứu, bao giờ cũng có một số ít chi tiết quan trọng và một số lớn chi tiết có thể bỏ qua. Những chi tiết quan trọng sẽ mô tả các *đặc điểm cơ bản của đối tượng, thể hiện bản chất của đối tượng liên quan đến vấn đề cần nghiên cứu*. Việc xác định những chi tiết nào và bỏ qua những chi tiết nào của đối tượng tùy thuộc vào *mục tiêu nghiên cứu, trình độ của người nghiên cứu và những thông tin sẵn có về đối tượng*. Cùng một đối tượng, chi tiết này có thể là quan trọng đối với vấn đề nghiên cứu này và rất có thể là không quan trọng ở vấn đề khác. Do đó có thể xây dựng nhiều mô hình phản ánh cùng một đối tượng nhưng sử dụng với mục tiêu nghiên cứu khác nhau. Tuy nhiên, cũng cần phải ý thức rằng không phải bao giờ chúng ta cũng nhận thức rõ ràng mục tiêu ngay từ đầu. Kinh nghiệm cho thấy rằng, nhiều khi phải kinh qua hoạt động thực tiễn mới dần dần hiểu rõ được mục tiêu. Chúng ta có làm mới rõ và càng làm càng sáng tỏ mình cần làm gì, sẽ đi tới đâu và đạt mục tiêu gì. Đó cũng là một đặc tính trong hoạt động của con người. Bởi vậy khi mô hình hóa đối tượng cần cố gắng xác định mục tiêu nhưng cũng không nên cho rằng mục tiêu chỉ xác định một lần là xong. Trái lại, phải thường xuyên xem xét để nắm vững hơn mục tiêu và theo đó mà hiệu chỉnh, cải tiến mô hình. Đối với những vấn đề lớn và phức tạp, đây là một nguyên tắc làm việc chứ không phải chỉ là một lời khuyên đơn thuần. Một trong những cách để hiểu rõ mục tiêu là phân chia nó và chi tiết hóa dần dần thành một loạt những mục tiêu cụ thể sắp xếp theo một thứ tự hình cây gọi là *cây mục tiêu*.

Khi mô hình hóa đối tượng cần tránh hai khuynh hướng cực đoan:

“Thấy cây mà không thấy rừng”: mô hình quá chi tiết, vụn vặt, không tập trung vào những yếu tố cốt lõi nhất.

“Theo các đường mòn quá đơn giản”: mô hình quá đơn giản, sơ lược, không phản ánh được thực tế, không chứa đựng thông tin đáng giá.

Mô hình hóa là lược bớt chi tiết, nhưng chỉ lược bớt những gì không quan trọng đối với vấn đề nghiên cứu. Mô hình hóa bao giờ cũng có tính chất *lý tưởng hóa*, nhưng lý tưởng hóa không nhất thiết là thoát ly thực tế mà

chỉ gạt bỏ cái thừa, cái thứ yếu và gọn lọc cái cần thiết, cái tinh túy. Việc đơn giản hóa, lý tưởng hóa trong quá trình mô hình hóa các đối tượng là biện pháp cần thiết để đạt tới nhận thức sâu sắc thực tiễn. Không nên tránh đơn giản hóa, lý tưởng hóa, mà vấn đề là việc đơn giản hóa, lý tưởng hóa có cơ sở thực tế đến mức nào và có thể giúp ta hiểu thêm thực tế đến mức nào. Chẳng hạn, mô hình tái sản xuất của Marx tuy dựa trên một số giả thiết lý tưởng nhưng đã giúp phát hiện một số qui luật của tái sản xuất; mô hình cân bằng thi trường cạnh tranh hoàn hảo với nhiều giá định lý tưởng nhưng cũng giúp chúng ta thông tin về hoạt động của cơ chế thị trường và vai trò của nhà nước trong điều tiết hoạt động kinh tế..

Có thể có người cho rằng nếu đối tượng càng lớn, càng phức tạp bao nhiêu thì để phản ánh sát thực tế, mô hình càng cần phải phức tạp bấy nhiêu. Thật ra không hẳn là như vậy. Mô hình phức tạp đến đâu tùy thuộc vào yêu cầu nghiên cứu và vấn đề cần giải quyết. Thí dụ, khi đối tượng là toàn bộ nền kinh tế quốc dân, nhưng yêu cầu là khảo sát một số xu thế chung để gợi ý cho các nhà hoạch định chính sách một số vấn đề về phương hướng phát triển thì mô hình có thể tương đối đơn giản (mô hình tổng cung-tổng cầu, mô hình cân đối...); nếu như yêu cầu là tính toán các chỉ tiêu chi tiết đến ngành thì mô hình có thể rất phức tạp với hàng ngàn chỉ tiêu. Độ phức tạp của mô hình không thể đặc trưng cho chất lượng của nó. Nhiều khi mô hình quá phức tạp đến nỗi không thể sử dụng được hoặc sử dụng sai.

Phương pháp diễn đạt, thể hiện các mô hình cũng rất phong phú. Việc lựa chọn phương pháp nào cũng phụ thuộc vào mục tiêu và trình độ của người nghiên cứu. Tuy nhiên, dù lựa chọn phương pháp nào, các mô hình cũng phải đóng vai trò là phương tiện cho người nghiên cứu suy luận từ những điều đã biết đến những điều chưa biết, tức là từ những tiền đề, những giả thiết có thể rút ra những hệ quả lôgic. Nếu mô hình chứa đựng những yếu tố cơ bản của hiện thực khách quan có liên quan đến vấn đề cần nghiên cứu thì chúng ta có nhiều hi vọng rằng những kết luận rút ra trong quá trình sử dụng mô hình để phân tích sẽ phù hợp với thực tiễn ở mức độ đáng tin cậy, tức là những kết luận này khá gần với chân lý.

III. MÔ HÌNH KINH TẾ VÀ MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ

1. Mô hình kinh tế

Mô hình của các đối tượng trong lĩnh vực hoạt động kinh tế gọi là *mô hình kinh tế*. Các vấn đề liên quan tới những đối tượng này - những vấn đề

kinh tế - vốn dĩ là những vấn đề hết sức phức tạp, đặc biệt là những vấn đề đương đại. Do đó khi phác thảo mô hình kinh tế, chúng ta cần phải sử dụng những kiến thức khoa học kinh tế đã tích lũy được. Tuy nhiên các lý thuyết, các học thuyết thường mang tính khái quát, trừu tượng vì vậy chúng bỏ qua nhiều chi tiết của những trường hợp cụ thể mà rất có thể đối với những vấn đề chúng ta cần nghiên cứu lại là quan trọng. Vì thế để xây dựng mô hình kinh tế chúng ta còn cần phải *thu thập, sử dụng các thông tin về những công trình nghiên cứu có liên quan, các dữ liệu đã được công bố và thậm chí phải sử dụng kiến thức của các ngành khoa học khác.*

2. Mô hình toán kinh tế

Các yếu tố cơ bản của đối tượng trong lĩnh vực kinh tế là chất liệu chủ yếu để xây dựng mô hình kinh tế và cũng chính là phần nội dung của mô hình. Việc lựa chọn hình thức thể hiện nội dung kinh tế phụ thuộc vào vấn đề nghiên cứu và người nghiên cứu. Đương nhiên chúng ta mong muốn chọn hình thức thể hiện sao cho vừa thuận tiện vừa hiệu quả trong quá trình nghiên cứu, giải quyết vấn đề.

Mô hình toán kinh tế là *mô hình kinh tế được trình bày bằng ngôn ngữ toán học.* Việc sử dụng ngôn ngữ toán học tạo khả năng áp dụng các phương pháp suy luận, phân tích toán học và kế thừa các thành tựu trong lĩnh vực này cũng như trong các lĩnh vực khoa học có liên quan. Đối với các vấn đề phức tạp có nhiều mối liên hệ đan xen thậm chí tiềm ẩn mà chúng ta cần nghiên cứu, phân tích chẳng những về mặt định tính mà cả về mặt định lượng thì phương pháp suy nghĩ thông thường, phân tích giản đơn không đủ hiệu lực để giải quyết. Chúng ta cần đến phương pháp suy luận toán học. Đây chính là điểm mạnh của các mô hình toán kinh tế. Chúng ta có thể thấy rõ hơn thông qua thí dụ sau.

Thí dụ 1.1

Giả sử chúng ta muốn nghiên cứu, phân tích quá trình hình thành giá cả của một loại hàng hoá A trên thị trường với giá định là các yếu tố khác như điều kiện sản xuất hàng hoá A, thu nhập, sở thích của người tiêu dùng... đã cho trước và không thay đổi.

Đối tượng liên quan tới vấn đề nghiên cứu của chúng ta là thị trường hàng hoá A và sự vận hành của nó. Chúng ta cần mô hình hoá đối tượng này.

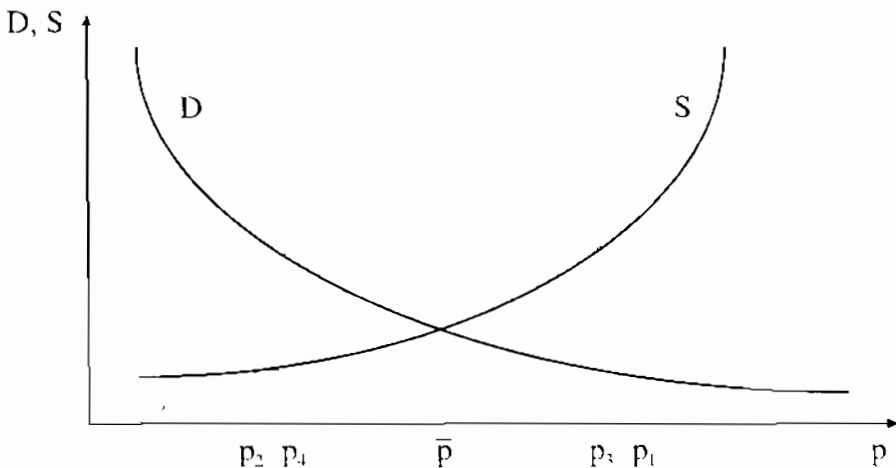
+ *Mô hình bằng lời:* Xét thị trường hàng hoá A, nơi đó người bán, người mua gặp nhau và xuất hiện mức giá ban đầu. Với mức giá đó lượng

hàng hoá người bán muốn bán gọi là mức cung và lượng hàng hoá người mua muốn mua gọi là mức cầu. Nếu cung lớn hơn cầu, do người bán muốn bán được nhiều hàng hơn nên phải giảm giá vì vậy hình thành mức giá mới thấp hơn. Nếu cầu lớn hơn cung thì người mua sẵn sàng trả giá cao hơn để mua được hàng do vậy một mức giá cao hơn được hình thành. Với mức giá mới, xuất hiện mức cung, cầu mới. Quá trình tiếp diễn đến khi cung bằng cầu ở một mức giá gọi là giá cân bằng.

+ *Mô hình bằng hình vẽ:* Mô hình mạng nhện

Từ những điều mô tả bằng lời trong mô hình trên ta sẽ thể hiện bằng hình vẽ.

Vẽ đường cung S và đường cầu D trên cùng hệ trục tọa độ trong đó trục hoành biểu thị các mức giá, trục tung biểu thị mức cung, mức cầu hàng hoá ứng với các mức giá. Quá trình hình thành giá cân bằng được thể hiện qua sơ đồ minh hoạ dưới đây:



HÌNH 1 - 1

Giải thích sơ đồ:

Nếu ở thời điểm bắt đầu xem xét thị trường, giá hàng là p_1 và giá sử $S_1 = S(p_1) > D_1 = D(p_1)$, khi đó dưới tác động của quy luật cung - cầu, giá p sẽ phải hạ xuống mức p_2 .

Ở mức giá p_2 do $S_2 = S(p_2) < D_2 = D(p_2)$ nên giá sẽ tăng lên mức p_3 .

Ở mức giá p_3 do $S_3 = S(p_3) > D_3 = D(p_3)$ nên giá sẽ giảm xuống mức p_4 ...

Quá trình cứ tiếp diễn cho đến khi $p = \bar{p}$, tại mức giá này có cân bằng cung cầu.

+ *Mô hình toán kinh tế* (Mô hình cân bằng thị trường)

Gọi S, D là đường cung, đường cầu tương ứng. Như vậy ứng với từng mức giá p ta có: $S = S(p)$, do người bán sẵn sàng bán với mức giá cao hơn nên S là hàm tăng theo p , tức là $S'(p) > 0$; $D = D(p)$, do người mua sẽ mua ít hơn nếu giá cao hơn nên D là hàm giảm theo p , tức là $D'(p) < 0$. Tình huống cân bằng thị trường (mức cung bằng mức cầu) sẽ có nếu: $S = D$. Viết gọn lại ta sẽ có mô hình cân bằng thị trường, ký hiệu là MH IA dưới đây:

$$S = S(p); S'(p) = dS/dp > 0.$$

$$D = D(p); D'(p) = dD/dp < 0$$

$$S = D$$

Với mô hình diễn đạt bằng lời hoặc bằng hình vẽ ta không thể biết chắc rằng quá trình hình thành giá trên thị trường có kết thúc hay không, tức là có cân bằng thị trường hay không. Đối với mô hình toán kinh tế về cân bằng thị trường, ta sẽ có câu trả lời thông qua việc giải phương trình $S = D$ và phân tích đặc điểm của nghiệm.

Khi muốn đề cập tới tác động của thu nhập (M), thuế (T)... tới quá trình hình thành giá, ta có thể mở rộng mô hình bằng cách đưa các yếu tố này tham gia vào các mối liên hệ với các yếu tố sẵn có trong mô hình phù hợp với các quy luật trong lý thuyết kinh tế, chẳng hạn: $S = S(p, T)$, $D = D(p, M, T)$. Khi này mô hình, ký hiệu là MH IB sẽ có dạng:

$$S = S(p, T); \partial S / \partial p > 0.$$

$$D = D(p, M, T); \partial D / \partial p < 0$$

$$S = D$$

Thí dụ 1.2

Mô hình hoá “Quy luật hiệu quả, lợi suất giảm dần” và ứng dụng

1. Mô hình hoá quy luật

Giả sử chúng ta có một miền lựa chọn mức sử dụng n nguồn (phương tiện, công cụ): $S \subset \mathbb{R}^n$. Ký hiệu $x \in S$ là véc tơ mức sử dụng các nguồn. Xuất phát từ quan niệm cho rằng sự lựa chọn mức sử dụng nguồn giữa hai mức cho phép là có thể chấp nhận được, ta có thể giả định S là tập lồi. Việc xem

xét tính hiệu quả khi sử dụng các nguồn có thể đề cập trên hai phương diện. Một là, có thể xét tới chi phí cho việc sử dụng, khi đó ta có *hàm chi* thể hiện sự mất mát, thua thiệt, cái ta phải bỏ ra. Hai là, nếu ta quan tâm tới lợi ích thu được khi sử dụng nguồn thì sẽ sử dụng *hàm thu* biểu thị cái ta sẽ nhận được. Như vậy với $x \in S$ ta có $y=f(x)$, hàm số này có thể là hàm chi hoặc hàm thu. Trong cả hai trường hợp ta đều có thể giả định rằng khi gia tăng mức sử dụng các nguồn đều kéo theo sự gia tăng mức chi hoặc mức thu; có nghĩa là $f(x)$ tăng theo từng thành phần của x . Giả định này có thể được thể hiện bởi giả thiết $\partial y/\partial x_i > 0$ với mọi i .

Tỷ lệ thay thế (chuyển đổi) cận biên và tác động của qui luật

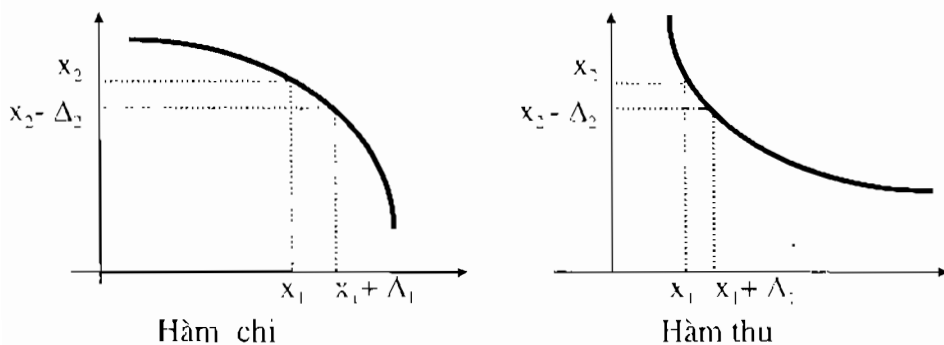
Với việc sử dụng nguồn x , ta đạt một mức $y_0 = f(x)$ (thu hoặc chi). Ta có thể giữ nguyên mức y_0 bằng cách thay đổi cơ cấu của x thông qua việc bớt sử dụng nguồn này và tăng sử dụng nguồn khác. Để phản ánh sự kiện "đánh đổi" này về mặt định lượng, chúng ta sử dụng tỉ lệ thay thế (chuyển đổi) cận biên S_{ij} . Tỉ lệ này cho ta biết, để giữ nguyên mức y_0 ta có thể thêm (bớt) 1 đơn vị nguồn i và giảm (thêm) S_{ij} đơn vị nguồn j . Công thức tính S_{ij} là:

$$S_{ij} = -\frac{f_i}{f_j} \tag{1.1}$$

với f_i, f_j là các đạo hàm riêng của f theo x_i, x_j

Tác động của qui luật

Dưới tác động của qui luật hiệu quả giảm dần, sự "đánh đổi" ở trên buộc chúng ta phải trả giá ngày càng cao hơn theo mức sử dụng các nguồn. Điều này có nghĩa là nếu y_0 là mức chi thì để giữ nguyên mức này, tỉ lệ thay thế của nguồn j cho nguồn i sẽ ngày càng tăng theo mức sử dụng nguồn i ; nếu y_0 là mức thu thì để giữ nguyên mức này tỉ lệ thay thế của nguồn j cho nguồn i ngày càng giảm theo mức sử dụng nguồn i . Mặt khác, từ công thức trên ta thấy rằng tỉ lệ thay thế cận biên chính là độ dốc của đường mức $y_0 = f(x)$. Vì vậy tác động của qui luật sẽ được thể hiện bởi việc độ dốc của đường mức sẽ tăng nếu $y = f(x)$ là hàm chi và sẽ giảm nếu $y = f(x)$ là hàm thu. Đặc tính này của các đường mức tương ứng với đặc tính của các hàm tăng, tựa lõm hoặc hàm tăng, tựa lõm. Do đó ta có thể mô hình hoá qui luật bởi hàm tăng, tựa lõm hoặc tựa lõm tùy trường hợp. Ta có thể minh hoạ các tình huống này trong hình 1 - 2.



HÌNH 1 - 2

Một số ứng dụng

+ Biểu thị tác động của qui luật trong phân tích kinh tế:

Trong nhiều phân tích kinh tế có sử dụng mô hình toán kinh tế làm công cụ, đối với các chỉ tiêu tương ứng với các khoản thu (chi), để phân ánh tác động của qui luật ta chỉ cần giả thiết là các hàm tương ứng là hàm tựa lõm (tựa lồi). Mặt khác ta cũng biết giả thiết tựa lõm (tựa lồi) nhẹ hơn giả thiết lõm (lồi) do đó với giả thiết này sẽ bao quát nhiều tình huống, nhiều mô hình hơn. Hơn nữa giả thiết tựa lõm (tựa lồi) đóng vai trò hết sức quan trọng trong việc phân tích các mô hình tối ưu.

+ Phát hiện qui luật trong phân tích kinh tế:

Khi phân tích một hiện tượng kinh tế bằng một hàm kinh tế, chẳng hạn từ việc phân tích dữ liệu ta ước lượng được hàm kinh tế; nếu muốn tìm hiểu xem hiện tượng kinh tế có bị chi phối bởi qui luật hiệu quả giảm dần hay không và mức độ chi phối là bao nhiêu, ta chỉ cần kiểm tra tính tựa lõm (tựa lồi) của hàm và ước lượng các tỉ lệ thay thế.

Thí dụ 1.3

Mô hình hoá “Quy luật xu hướng giảm sút của tỷ suất lợi nhuận”

Gọi P là giá trị hàng hoá, khi đó $P = c + v + m$, trong đó c: tư bản bất biến, v: tư bản khả biến, m: giá trị thặng dư chứa đựng trong hàng hoá.

Ta có tỉ suất lợi nhuận là $\frac{m}{c + v}$ và cấu tạo hữu cơ của tư bản là $\frac{v}{c}$

Chia cả tử và mẫu số cho v ta được:

$$\frac{m}{c+v} = \frac{v}{c+l}$$

Do $\frac{m}{v}$ tăng chậm hơn $\frac{c}{v}$ nên tỉ suất lợi nhuận giảm.

§ 3. CẤU TRÚC MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ

Cùng là sản phẩm của quá trình mô hình hoá nhưng mô hình toán kinh tế có những điểm khác biệt so với các loại mô hình khác. Quan sát mô hình MII IA trong thí dụ 1.1 chúng ta có thể thấy rõ điều này. Mô hình chứa một số yếu tố mang tính định lượng (S, D, p, S', D') - các biến của mô hình - và các hệ thức toán học giữa chúng (các phương trình và bất phương trình). Đây là đặc trưng cơ bản, là hình thức kết cấu của mô hình toán kinh tế, do đó ta có thể dùng đặc trưng này để hình dung một cách cụ thể hơn về mô hình toán kinh tế so với khái niệm đã được giới thiệu ở mục trước. Ta sẽ quan niệm *mô hình toán kinh tế là một tập gồm các biến số và các hệ thức toán học liên hệ giữa chúng nhằm mô tả đối tượng liên quan tới sự kiện, hiện tượng kinh tế*. Chúng ta sẽ phân tích chi tiết cấu trúc này của mô hình để định rõ vai trò của từng bộ phận cấu thành nhằm trợ giúp quá trình mô hình hoá.

I. CÁC BIẾN SỐ CỦA MÔ HÌNH - PHÂN LOẠI VÀ ĐO LƯỜNG BIẾN

Để mô tả đối tượng và phân tích định lượng các hiện tượng và vấn đề kinh tế liên quan tới đối tượng, chúng ta cần phải xem xét và lựa chọn một số *yếu tố cơ bản* đặc trưng cho đối tượng và *lượng hoá* chúng. Các yếu tố này sau khi được lượng hoá gọi là các đại lượng, các biến số (kinh tế) của mô hình. Chúng có thể thay đổi giá trị trong phạm vi nhất định. Nhờ được lượng hoá nên ta có thể quan sát, đo lường và thực hiện tính toán giữa các biến số này. Chúng ta có thể căn cứ vào nội dung, vai trò thực tiễn, đặc điểm toán học của yếu tố mà biến số đại diện để phân loại các biến và xác định phương pháp đo lường thích hợp.

1. Biến định lượng và biến định tính

Theo quan niệm biện chứng, đối tượng luôn có mặt “lượng” và mặt “chất” và hai mặt này gắn bó hữu cơ với nhau. Tương ứng với các yếu tố cấu

thành mặt “lượng” và mặt “chất” của đối tượng chúng ta có các biến định lượng (biến số lượng) và biến định tính (biến chất lượng) với thước đo và phương pháp đo lường khác nhau.

a. Biến định lượng và đo lường

Biến định lượng là biến đại diện cho các yếu tố vốn dĩ đã mang tính định lượng, chúng thể hiện mặt lượng của vấn đề, của hiện tượng. Các biến thể hiện chi phí, lợi nhuận, sản lượng, mức cầu... là các thí dụ về biến định lượng. Đối với các biến định lượng việc đo lường có thể biểu thị dưới dạng hiện vật (dùng thước đo theo bản chất tự nhiên của biến, thí dụ: sản lượng than có thể đo bằng tấn, sản lượng điện đo bằng KW...) hoặc giá trị. Dạng hiện vật của các biến có hạn chế lớn là ta không thể so sánh trị số của các biến vì chúng không có cùng thước đo. Dạng giá trị của biến có tính chất tương đối vì nó phụ thuộc vào không gian (địa điểm) và thời gian (thời điểm) của việc đo lường biến. Do đó để đảm bảo tính nhất quán và có thể so sánh, tính toán giữa các biến chúng ta cần quy đổi giá trị các biến theo địa điểm, thời điểm cố định. Khi này độ lớn của các biến gọi là độ lớn thực. Ngoài ra, các biến dạng giá trị đều dùng tiền tệ làm thước đo mà bản thân tiền tệ có giá trị theo thời gian do đó các biến dạng giá trị có thể đo theo giá trị hiện hành hoặc giá trị hiện tại. Việc quy đổi giữa hai loại giá trị này cần tuân thủ nguyên lý chiết khấu theo một tỷ lệ nhất định.

b. Biến định tính và đo lường

Ngoài yếu tố “lượng”, còn có nhiều yếu tố phản ánh mặt “chất” của đối tượng. Những yếu tố này biểu thị các thuộc tính, đặc điểm... của đối tượng ở các cấp độ khác nhau (các phạm trù). Các yếu tố định tính có thể là giới tính, trình độ tay nghề, học vấn, địa bàn hoạt động... của các nhân; là lĩnh vực phát triển con người, khả năng cạnh tranh của nền kinh tế, tình trạng dân chủ, nhân quyền, mức độ mở cửa, môi trường đầu tư, tình trạng tham nhũng... của quốc gia. Vấn đề cơ bản là ta cần phải phân tích sự tương tác giữa các yếu tố này trong cùng một đối tượng và so sánh các yếu tố này giữa các đối tượng để có thể phân loại, sắp xếp đối tượng theo tiêu chí chất lượng. Để làm được việc này ta cần sử dụng các biến định tính nhằm lượng hoá các yếu tố “chất” của đối tượng. Việc xác định và đo lường các biến định tính chính là quá trình “biến số hoá” các yếu tố “chất”. Nó đòi hỏi năng lực, kỹ thuật phân tích, tổng hợp các mặt kinh tế - xã hội và các kiến thức nhất định trong toán học, thống kê và kinh tế lượng. Về cơ bản quá trình “biến số hoá” được tiến hành như sau:

- Yếu tố “chất” của đối tượng được gán cho biến y . Theo quy luật tư duy biện chứng, mặt “lượng” và mặt “chất” của đối tượng có mối liên hệ khăng khít, gắn bó hữu cơ với nhau (quy luật biến đổi “lượng” thành “chất” và ngược lại); đồng thời trên cơ sở phân tích thực tiễn ta có thể giả thiết y có liên quan tới một loạt các yếu tố định lượng thể hiện bởi các biến X_1, X_2, \dots, X_N . Với các giá trị khác nhau của biến định lượng, yếu tố “chất” - biến y - thể hiện các cấp độ khác nhau (cảm nhận được về mặt định tính). Như vậy có thể cho rằng giữa y và X_1, X_2, \dots, X_N có mối liên hệ hàm: $y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ và y được xem như một chỉ tiêu, tiêu chí tổng hợp với các chỉ tiêu thành phần (các “chiều”) là X_1, X_2, \dots, X_N . Vấn đề quan trọng là xây dựng hàm f như thế nào để có thể đánh giá, phân loại đối tượng một cách khách quan theo tiêu chí là yếu tố “chất” kể trên. Nếu trong tình huống cụ thể, số lượng các biến định lượng liên quan tới y là rất lớn, khi này ta có thể dùng kỹ thuật *phân tích nhân tố* trong phân tích thống kê đa biến để loại bớt. Việc làm này không những giúp chúng ta tính toán đơn giản hơn mà còn tránh những sai sót có thể gặp trong phân tích số liệu.

- Hàm $y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ cần phải thoả mãn một số yêu cầu sau:

+ Hàm $y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ chỉ cần xác định trên khoảng giá trị thực tế có thể có (tính tại không gian, thời gian cụ thể) của các biến X_1, X_2, \dots, X_N . Ta không cần phải xét toàn bộ giá trị cho phép về mặt logic của biến X_i . Thí dụ: nếu X_1 là thu nhập bình quân hàng tháng của hộ gia đình tại Hà nội trong khoảng thời gian từ 1990 đến 2001 thì về mặt logic $X_1 \in]0, +\infty[$. Tuy nhiên căn cứ vào tình hình thực tế tại địa phương ta có thể chỉ cần xét $X_1 \in [0, 10(\text{triệu đồng})]$.

+ Hàm $y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ thường lấy giá trị trên khoảng $[0, 1]$ để tiện sắp xếp, phân loại đối tượng trên bảng tổng sắp.

+ Nếu chỉ tiêu thành phần X_i có mối liên hệ “tốt”, “tích cực” với y tức là khi giá trị X_i tăng, ý nghĩa tích cực về phương diện kinh tế - xã hội của y tăng thì X_i gọi là thành phần “tốt”, “tích cực”; trái lại, gọi là thành phần “xấu”, “tiêu cực”. Thí dụ: khi xem xét ‘chất lượng cuộc sống’ của dân cư - tương ứng với biến y - các chỉ tiêu thành phần như thu nhập đầu người, tuổi thọ, tỷ lệ người biết chữ, tỷ lệ số dân được dùng nước sạch, số bác sĩ trên một ngàn dân... là những thành phần “tốt”; tỷ lệ người nghèo, tỷ lệ tội

phạm...là thành phần “xấu”. Yêu cầu hợp lý là hàm $y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ phải đồng biến theo biến “tốt” và nghịch biến theo biến “xấu”.

Để xây dựng hàm f trước tiên ta phải “chỉ số hoá” các biến (các “chiều”). Phương pháp thường được áp dụng là:

$$\text{Nếu } X_i \text{ là biến tốt thì đặt } x_i = \frac{X_i - \text{Min } X_i}{\text{Max } X_i - \text{Min } X_i}$$

$$\text{Nếu } X_i \text{ là biến xấu thì } x_i = \frac{\text{Max } X_i - X_i}{\text{Max } X_i - \text{Min } X_i}$$

với $\text{Min } X_i$ và $\text{Max } X_i$ tính trong khoảng giá trị thực tế của X_i .

Với cách tính như trên rõ ràng $x_i \in [0, 1]$ và ta có thể sử dụng x_i để sắp xếp đối tượng theo từng thành phần riêng rẽ. Đối với các biến X_i có khoảng biến thiên lớn, sự thay đổi của X_i có thể có tác động mạnh, yếu khác nhau đối với y tùy thuộc giá trị hiện có của X_i (do tác động của quy luật lợi suất giảm dần): để thể hiện ảnh hưởng này, trong các công thức trên ta thay X_i , $\text{Min } X_i$, $\text{Max } X_i$ bằng logarit cơ số tự nhiên (cơ số e) của các đại lượng này. Sự thay thế này vừa phản ánh thực tế sát thực hơn vừa giảm nhẹ tính toán (thay thế phép tính nhân, chia bằng phép tính cộng, trừ).

Sau khi đã có được các chỉ số thành phần x_i , y thường được tính theo trung bình cộng, bình quân gia quyền, trung bình nhân hoặc trung bình hỗn hợp của các x_i . Các trọng số trong bình quân gia quyền được tính toán cho phù hợp với vai trò của chỉ số thành phần.

Thí dụ 1.4

Chỉ số phát triển con người (HDI: Human Development Index)

Để phân loại và sắp xếp các quốc gia theo trình độ phát triển kinh tế và mức độ thụ hưởng của người dân đối với sự phát triển này, từ năm 1997 tổ chức Chương trình phát triển của Liên hợp quốc (UNDP) đã sử dụng chỉ tiêu “Chỉ số phát triển con người” (HDI). HDI là biến chất lượng và được tính dựa vào 3 chỉ số thành phần:

x_1 : chỉ số về tuổi thọ trung bình của người dân, với X_1 là tuổi thọ trung bình của người dân và $X_1 \in [25, 85]$

x_2 : chỉ số về trình độ học vấn của người dân, với $x_2 = \frac{2x_{21} + x_{22}}{3}$, x_{21}

là chỉ số của tỷ lệ % số dân biết chữ (X_{21}), $X_{21} \in [0\%, 100\%]$; x_{22} là chỉ số

của tỷ lệ % số dân di học (trường phổ thông, đại học, cao đẳng) (X_{22}), $X_{22} \in [0\%, 100\%]$

x_3 : chỉ số về GDP tính theo đầu người với GDP theo đầu người $X_3 \in [100S(\text{PPP}), 40.000S(\text{PPP})]$

Theo cách tính này của UNDP, HDI của Việt nam liên tục tăng hàng năm kể từ khi chúng ta tiến hành công cuộc đổi mới. HDI của nước ta năm 1985 là 0,583, năm 1990 là 0,605, năm 1995 là 0,649, năm 2001 là 0,682, năm 2002 là 0,688 và năm 2004 là 0,709 xếp hạng thứ 109 trong tổng số 177 quốc gia được UNDP tính HDI.

2. Biến nội sinh, biến ngoại sinh và tham số

Căn cứ vào vai trò của biến số trong mô hình ta có thể phân chia biến số thành:

- *biến nội sinh* (biến được giải thích): đó là các biến mà về bản chất chúng phản ánh, thể hiện trực tiếp sự kiện, hiện tượng kinh tế và giá trị của chúng phụ thuộc vào giá trị của các biến khác có trong mô hình. Nếu biết giá trị của các biến khác trong mô hình, ta có thể xác định giá trị cụ thể bằng số của các biến nội sinh bằng cách giải các hệ thức. Trong mô hình MH IA, chúng ta thấy các biến S, D, p, S, D đều trực tiếp phản ánh trạng thái của thị trường và chúng phụ thuộc lẫn nhau do đó chúng đều là các biến nội sinh.

- *biến ngoại sinh* (biến giải thích): đó là các biến độc lập với các biến khác trong mô hình, giá trị của chúng được xem là tồn tại bên ngoài mô hình. Trong mô hình MH IB, các biến M, T có giá trị không phụ thuộc vào các biến khác do đó chúng được gọi là các biến ngoại sinh.

Xét theo đặc điểm cấu trúc toán học, một mô hình có tất cả các biến đều là nội sinh gọi là mô hình đóng, ví dụ mô hình MH IA; mô hình có biến nội sinh và ngoại sinh gọi là mô hình mở, ví dụ mô hình MH IB là mô hình mở.

- *tham số* (thông số): đó là các biến số mà trong phạm vi nghiên cứu đối tượng chúng thể hiện các đặc trưng tương đối ổn định, ít biến động hoặc là có thể giả thiết là như vậy của đối tượng. Các tham số của mô hình phản ánh xu hướng, mức độ ảnh hưởng của các biến tới biến nội sinh. Thí dụ, nếu trong mô hình MH IB ta có $S = \alpha p^\beta T^\gamma$, khi này các biến α, β, γ là các tham số của mô hình vì giá trị của chúng quyết định mức độ tác động của biến ngoại sinh T tới biến nội sinh S, D, p, S, D .

Lưu ý rằng cùng một biến số, trong các mô hình khác nhau có thể đóng vai trò khác nhau; thậm chí trong cùng một mô hình nó cũng có thể có vai trò khác nhau do mục đích sử dụng mô hình khác nhau.

3. Phân loại biến theo các đặc điểm khác

Các biến của mô hình có thể phân loại theo đặc điểm về hình thức cũng như nội dung của chúng. Theo cách này chúng ta có biến liên tục - biến rời rạc, biến tất định - biến ngẫu nhiên, biến đơn - biến gộp, biến lưu lượng (biến luồng) - biến tồn lượng (biến kho), biến động - biến tĩnh...

II. MỐI LIÊN HỆ GIỮA CÁC BIẾN SỐ VÀ HÌNH THỨC BIỂU DIỄN

Phần cốt lõi và phức tạp nhất của mô hình là phần mô tả các *quan hệ định lượng* thể hiện sự tương tác, ảnh hưởng qua lại giữa các biến số. Các quan hệ này phản ánh *quan hệ kinh tế* nảy sinh trong quá trình hoạt động kinh tế giữa các cá nhân, giữa cá nhân với Nhà nước, giữa các khu vực, bộ phận của nền kinh tế và giữa nền kinh tế của các quốc gia. Chúng ta có thể phân loại quan hệ kinh tế theo các qui luật, qui tắc hình thành chúng. Các quan hệ kinh tế chủ yếu bao gồm:

- *Quan hệ hành vi*: là các quan hệ hình thành khi chủ thể thực hiện hành vi kinh tế. Thí dụ: quan hệ giữa mức cung và lợi nhuận của doanh nghiệp khi doanh nghiệp muốn đạt mức lợi nhuận cao nhất, quan hệ giữa thu nhập và tiêu dùng... Các quan hệ trên là quan hệ hành vi vì chúng là hệ quả của hành vi sản xuất, tiêu dùng.

- *Quan hệ kỹ thuật*: phản ánh mối liên hệ mang tính kỹ thuật giữa các yếu tố. Thí dụ: quan hệ giữa mức sử dụng các yếu tố đầu vào và sản lượng, quan hệ giữa giới tính, tuổi tác và mức tiêu thụ hàng hóa...

- *Quan hệ đồng nhất* (quan hệ định nghĩa): đơn thuần là các quan hệ được định nghĩa, được gán cho các yếu tố. Thí dụ: doanh thu là tổng số tiền thu được khi bán hàng, lợi nhuận là doanh thu trừ chi phí, thu nhập khả dụng là thu nhập trừ đi các khoản chi trả...

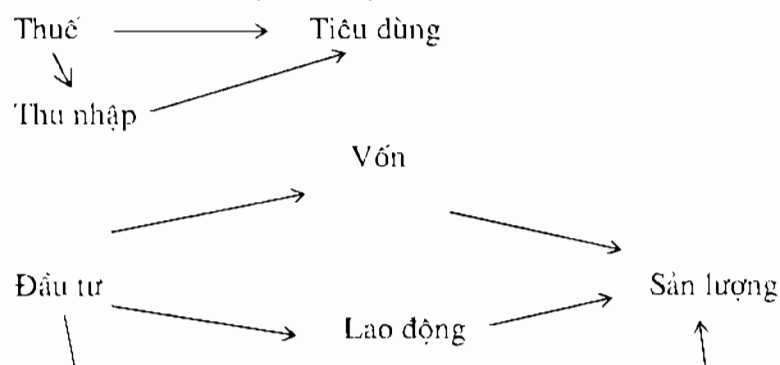
- *Quan hệ định chế*: các quan hệ hình thành do qui định của luật pháp, các văn bản pháp qui hoặc do các qui định, qui ước, thỏa thuận... giữa các đối tác. Thí dụ: quan hệ giữa thu nhập và thuế thu nhập, quan hệ giữa tiến độ cấp vốn và tiến độ thi công, quan hệ giữa tài sản thế chấp và khoản vay...

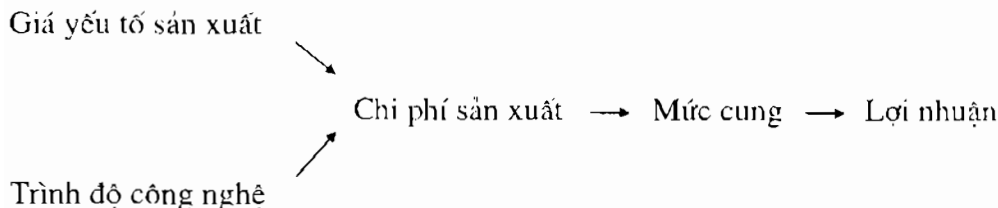
Nếu xem xét hoạt động kinh tế theo hình thức các *giao dịch kinh tế* giữa các chủ thể, chúng ta có thể đề cập tới các quan hệ sau:

- Quan hệ mua-bán, trao đổi hàng hóa, dịch vụ
- Quan hệ thuê mượn lao động, thiết bị, đất đai, vùng biển, vùng trời...
- Quan hệ vay mượn vốn, tài sản
- Quan hệ chuyển nhượng: trợ cấp, di sản, thừa kế, cho tặng, biếu, viện trợ...

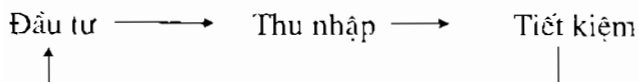
Các quan hệ kể trên hình thành và diễn biến tạo ra quan hệ giữa các biến số liên quan. Các quan hệ này chính là sự thể hiện của các qui luật trong quá trình hoạt động kinh tế. Chúng ta có thể dùng các biểu thức, các hệ thức toán học một cách thích hợp từ đơn giản đến phức tạp để thể hiện mối quan hệ giữa các biến trong mô hình. Qui luật bao trùm, chi phối sự vận động của tự nhiên, xã hội là *qui luật bảo toàn vận động*. Theo qui luật này, sự vận động (hình thành, phát triển, diệt vong) của các quá trình trong tự nhiên và xã hội không ngẫu nhiên sinh ra và mất đi, chúng chỉ chuyển từ dạng này qua dạng khác. Các mối quan hệ kinh tế và do đó các quan hệ giữa các biến cũng chịu sự chi phối của qui luật bảo toàn. Bảo toàn, nếu hiểu cảm nhận theo trực giác chúng ta có thể hiểu là có sự *bằng nhau, cân bằng* (theo thước đo thích hợp) giữa cái này-cái kia, giữa trước-sau (trước -sau theo nghĩa qui ước nào đó). Vì vậy hình thức thể hiện khá phổ biến mối quan hệ giữa các biến là các *phương trình* (dấu bằng giữa hai vế) và chúng được gọi là *phương trình cấu trúc* của mô hình. Ở dạng đơn giản, phương trình cấu trúc là những hàm số (hàm kinh tế), ở dạng phức tạp hơn là phương trình hoặc hệ phương trình đại số, vi phân hoặc sai phân, phương trình hàm...

Quan hệ giữa các biến số có thể là các mối quan hệ trực tiếp hoặc gián tiếp thông qua các biến số khác theo một hoặc nhiều khâu trung gian. Chúng ta có thể biểu diễn quan hệ giữa các biến dưới dạng sơ đồ các mối liên hệ (sơ đồ các kênh liên hệ). Thí dụ:





Các quan hệ giữa các biến thường diễn biến theo thời gian, vì vậy không nhất thiết chỉ có các quan hệ một chiều (nhân-quả) mà có thể có cả các quan hệ tương tác hai chiều (liên hệ ngược). Thí dụ:



Để xác định được quan hệ giữa các biến số chúng ta cần:

- Dựa vào lý thuyết kinh tế, các quy luật kinh tế đã được thừa nhận một cách rộng rãi.
- Sử dụng các kết quả phân tích Kinh tế lượng xác lập các mối quan hệ với mức độ tin cậy phù hợp với mục đích nghiên cứu.

Thông thường, các quan hệ giữa các biến số kinh tế thể hiện sự liên quan, tác động tương hỗ giữa chúng trong những tình huống nhất định như tình huống cân bằng, tình huống chi phối các quyết định của chủ thể kinh tế... Vì vậy sử dụng các phương trình giữa các biến số chúng ta có thể biểu thị các mối quan hệ phức tạp, đan xen lẫn nhau.

Tùy thuộc vào ý nghĩa thực tiễn của mối quan hệ giữa các biến có trong phương trình, chúng ta có thể phân loại các phương trình trong mô hình như sau:

+ *Phương trình định nghĩa* (đồng nhất thức): phương trình thể hiện quan hệ định nghĩa giữa các biến số hoặc giữa hai biểu thức ở hai vế của phương trình. Thí dụ: lợi nhuận (Π) được định nghĩa là phân hiệu số giữa tổng doanh thu (TR) và tổng chi phí (TC); ta có thể viết: $\Pi = TR - TC$. phương trình này là một đồng nhất thức. Một thí dụ khác, xuất khẩu ròng của một quốc gia (NX) là khoản chênh lệch giữa xuất khẩu (EX) và nhập khẩu (IM) của quốc gia đó. Thông thường xuất, nhập khẩu phụ thuộc vào thu nhập (Y), mức giá cả (P), tỷ giá hối đoái (ER)...do đó theo định nghĩa của xuất khẩu ròng, ta có thể viết: $NX = EX(Y, P, ER) - IM(Y, P, ER)$. Trong

mô hình MH IA, các phương trình $S'(p)=dS/dp$, $D'(p)=dD/dp$ là các phương trình định nghĩa.

+ *Phương trình hành vi*: phương trình mô tả quan hệ giữa các biến do tác động của các quy luật hoặc do giả định. Từ phương trình hành vi ta có thể biết sự biến động của biến nội sinh - "hành vi" của biến này- khi các biến số khác thay đổi. Sự biến động này có thể ám chỉ sự phản ứng trong hành vi của con người (ví dụ: trong hành vi tiêu dùng, nếu thu nhập tăng lên thì người tiêu dùng sẽ chi tiêu nhiều hơn), nhưng cũng có thể chỉ là thể hiện quy luật về mối quan hệ phụ thuộc lẫn nhau giữa các biến số. Trong mô hình MH IA, các phương trình $S=S(p);D=D(p)$ là các phương trình hành vi vì chúng thể hiện sự phản ứng của người sản xuất và người tiêu dùng trước sự thay đổi của giá cả.

+ *Phương trình điều kiện*: phương trình mô tả quan hệ giữa các biến số trong các tình huống có những điều kiện, ràng buộc cụ thể mà mô hình đề cập. Trong mô hình MH IA, phương trình $S = D$ là phương trình điều kiện vì nó thể hiện điều kiện cân bằng thị trường.

§4. PHÂN LOẠI MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ

Chúng ta có thể phân loại mô hình theo các căn cứ khác nhau phụ thuộc vào nội dung, hình thức, quy mô, phạm vi, công dụng... của chúng.

I. PHÂN LOẠI MÔ HÌNH THEO ĐẶC ĐIỂM CẤU TRÚC VÀ CÔNG CỤ TOÁN HỌC SỬ DỤNG

1. Mô hình tối ưu

Mô hình phản ánh sự lựa chọn cách thức hoạt động nhằm tối ưu hoá một hoặc một số chỉ tiêu định trước. Cấu trúc cơ bản của mô hình là bài toán tối ưu có thể bao gồm bài toán quy hoạch, bài toán điều khiển tối ưu. Khi phân tích mô hình tối ưu, công cụ chính được sử dụng là các phương pháp tối ưu trong toán học.

2. Mô hình cân bằng

Trong mô hình liên quan tới đối tượng, nếu quan hệ giữa các biến số được thiết lập, giá trị của các biến nội sinh được xác định và chúng không thay đổi nếu giá trị của biến ngoại sinh, tham số cho trước và cố định thì đối

tượng được gọi là ở trạng thái cân bằng. Mô hình thể hiện đối tượng trong trạng thái cân bằng gọi là mô hình cân bằng. Trong nhóm mô hình này bao gồm các mô hình cân bằng thị trường, mô hình cân đối. Công cụ thường sử dụng để phân tích mô hình là các phương pháp giải hệ phương trình, tìm điểm bất động.

Lưu ý rằng có nhiều chuyên gia toán kinh tế với quan niệm tổng quát về trạng thái cân bằng nên coi nhóm mô hình tối ưu thuộc lớp mô hình cân bằng. Tuy nhiên theo đặc điểm cấu trúc toán học, chúng ta sẽ tách riêng hai nhóm này.

3. Mô hình tất định, mô hình ngẫu nhiên

Mô hình với các biến là tất định (phi ngẫu nhiên) gọi là mô hình tất định, nếu có chứa biến ngẫu nhiên gọi là mô hình ngẫu nhiên.

4. Mô hình toán kinh tế và mô hình kinh tế lượng

Với quan niệm được diễn đạt ở trên về mô hình toán kinh tế, về mặt hình thức, ta có thể xem các mô hình kinh tế lượng cũng là các mô hình toán kinh tế và thuộc lớp mô hình ngẫu nhiên. Tuy nhiên, trong thực tế người ta thường phân biệt chúng vì lý do kỹ thuật phân tích và ứng dụng. Đối với các mô hình toán kinh tế, các *tham số* của mô hình hoặc là cho trước hoặc được giả định rằng đã biết và khi phân tích ta sử dụng các phương pháp toán học thuần túy; trong khi đó đối với mô hình kinh tế lượng các *tham số* lại chính là các *ẩn số*, giá trị của chúng được xác định nhờ các phương pháp suy đoán thống kê căn cứ vào giá trị quá khứ của các biến khác trong mô hình.

5. Mô hình tĩnh (theo thời gian), mô hình động

Mô hình có các biến mô tả hiện tượng kinh tế tồn tại ở một thời điểm hay một khoảng thời gian đã xác định (thời gian cố định) gọi là mô hình tĩnh. Mô hình mô tả hiện tượng kinh tế trong đó có các biến phụ thuộc vào thời gian gọi là mô hình động.

II. PHÂN LOẠI MÔ HÌNH THEO QUY MÔ YẾU TỐ, THEO THỜI HẠN

Theo qui mô của các yếu tố ta có các mô hình:

1. Mô hình vĩ mô

Mô hình mô tả các hiện tượng kinh tế liên quan đến một nền kinh tế, một khu vực kinh tế gồm một số nước.

2. Mô hình vi mô

Mô hình mô tả một chủ thể kinh tế, hoặc những hiện tượng kinh tế với các yếu tố ảnh hưởng trong phạm vi hẹp và ở mức độ chi tiết.

Theo thời hạn mà mô hình đề cập ta có: mô hình ngắn hạn (tác nghiệp), mô hình dài hạn.

Ngoài ra, có thể phân loại mô hình theo các chuẩn mực khác mà chúng ta không đề cập ở đây.

§5. NỘI DUNG CỦA PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH TRONG NGHIÊN CỨU VÀ PHÂN TÍCH KINH TẾ

I. NỘI DUNG CƠ BẢN CỦA PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH

Để áp dụng phương pháp mô hình trong đó sử dụng mô hình toán kinh tế làm công cụ nghiên cứu, phân tích các vấn đề, các hiện tượng kinh tế chúng ta cần tiến hành các bước sau:

1. Đặt vấn đề

Chúng ta cần diễn đạt rõ vấn đề, hiện tượng nào trong hoạt động kinh tế cần quan tâm, mục đích là gì, các nguồn lực có thể huy động để tham gia nghiên cứu (con người, tài chính, thông tin, thời gian...).

2. Mô hình hoá

Sau khi đã xác định được mục đích, yêu cầu cần nghiên cứu, chúng ta sẽ tiến hành quá trình mô hình hoá đối tượng liên quan tới vấn đề. Về cơ bản, quá trình gồm các công việc:

- Xác định các yếu tố, sự kiện cần xem xét cùng các mối liên hệ trực tiếp giữa chúng mà ta có thể cảm nhận bằng trực quan hoặc căn cứ vào cơ sở lý luận đã lựa chọn.

- Lượng hoá các yếu tố này, coi chúng là các biến của mô hình. Trong thực tế có nhiều yếu tố vốn dĩ mang bản chất định lượng vì vậy vấn đề chỉ là xác định đơn vị đo lường thích hợp; tuy nhiên có thể có những yếu tố định tính mà nhiều khi ta cần sử dụng các phương pháp trong thống kê, kinh tế lượng để lượng hoá chúng.

- Xem xét vai trò của các biến số và thiết lập các hệ thức toán học - chủ yếu là các phương trình- mô tả quan hệ giữa các biến. Đây thường là phần quan trọng và khó khăn nhất của quá trình mô hình hoá. Để có thể làm tốt khâu này chúng ta cần dựa vào cơ sở lý luận đủ mạnh và đáng tin cậy cả về phương diện kinh tế lẫn toán học. Kết thúc công việc này ta sẽ có được mô hình ban đầu.

3. Phân tích mô hình

Sử dụng phương pháp phân tích mô hình (sẽ được trình bày chi tiết ở phần dưới) để phân tích. Kết quả phân tích có thể dùng để hiệu chỉnh mô hình (thay đổi vai trò của biến, thêm, bớt biến, thay đổi định dạng phương trình...) cho phù hợp với thực tiễn.

4. Giải thích kết quả

Dựa vào kết quả phân tích mô hình ta sẽ đưa ra giải đáp cho vấn đề cần nghiên cứu. Nếu ta thay đổi vấn đề, hoặc mục đích nghiên cứu nhưng đối tượng liên quan không thay đổi thì vẫn có thể sử dụng mô hình sẵn có.

II. THÍ DỤ MINH HOẠ

Thí dụ dưới đây nhằm minh hoạ quá trình xác lập và sử dụng mô hình toán kinh tế trong phân tích kinh tế nên sẽ giới hạn trong phạm vi đơn giản.

Thí dụ 1.5

Khi điều chỉnh một sắc thuế đánh vào việc sản xuất và tiêu thụ một loại hàng hoá A (ví dụ, tăng thuế suất), nhà nước *quan tâm* tới phản ứng của thị trường tới việc điều chỉnh này- thể hiện bởi sự thay đổi của giá cả cũng như lượng hàng hoá lưu thông- và *muốn dự kiến trước* được phản ứng này, đặc biệt là về mặt định lượng. Từ đó có căn cứ *tính toán mức điều chỉnh thích hợp* tránh tình trạng bất ổn của thị trường.

Đặt vấn đề

Để đáp ứng yêu cầu trên, chúng ta cần *phân tích tác động trực tiếp* (ngắn hạn) của thuế đối với việc sản xuất và tiêu thụ loại hàng hoá A trên thị trường.

Mô hình hoá

Đối tượng liên quan đến vấn đề cần phân tích là thị trường hàng hoá A cùng sự hoạt động của nó trong trường hợp có xuất hiện yếu tố thuế, chúng ta sẽ mô hình hoá đối tượng này.

Theo lý thuyết kinh tế vi mô, chúng ta biết rằng có mối liên hệ khăng khít giữa việc sản xuất (mức cung), tiêu thụ (mức cầu) và giá cả hàng hoá trên thị trường và nó bị chi phối bởi quy luật cung-cầu, hơn nữa, thuế ảnh hưởng tới giá cả và do đó tác động tới mức cung và mức cầu. Mặt khác thực tiễn diễn biến của thị trường cũng cho thấy là các thị trường trong quá trình hoạt động có xu thế hướng về trạng thái cân bằng. Các yếu tố (biến số) ta cần xem xét là mức cung (S), mức cầu (D), giá cả (p) và thuế (T). Bằng cách lập luận tương tự như trong thí dụ 1.1, ta có mô hình:

$$S = S(p, T) \quad (S' = \partial S / \partial p > 0).$$

$$D = D(p, T) \quad (D' = \partial D / \partial p < 0).$$

$$S = D$$

trong đó S, D, S', D', p là các biến nội sinh, T là biến ngoại sinh.

Để định dạng cụ thể cho các hàm trong mô hình ta có thể sử dụng các phương pháp trong kinh tế lượng.

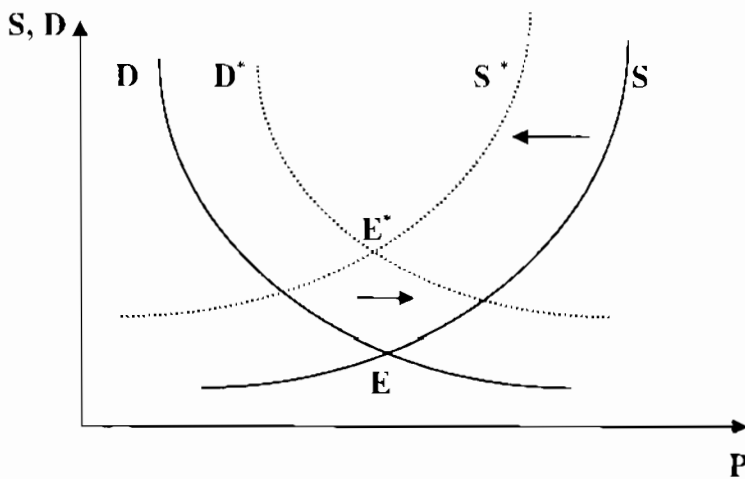
Phân tích

Giải phương trình cân bằng, giả sử được nghiệm là \bar{p} . Rõ ràng \bar{p} sẽ phụ thuộc vào T nên ta có thể viết $\bar{p} = \bar{p}(T)$. Thay \bar{p} vào các hàm cung, cầu ta tính được lượng cân bằng:

$\bar{Q} = S(\bar{p}(T), T) = D(\bar{p}(T), T)$. Với các giả thiết thích hợp về mặt toán học, ta có thể tính được các biểu thức: $d\bar{p}/dT$, $d\bar{Q}/dT$ và chúng phản ánh tác động của thuế T tới giá và lượng cân bằng.

Giải thích kết quả

Để phân tích tác động của thuế T tới giá cả và lượng hàng hoá lưu thông trên thị trường, về mặt định tính ta chỉ cần xét dấu của các biểu thức $d\bar{p}/dT$, $d\bar{Q}/dT$. Nếu muốn có đánh giá về lượng ta cần có thông tin, dữ liệu cụ thể của các biến để có thể định dạng chi tiết và ước lượng (dạng số) mô hình. Tác động của T được minh hoạ trong hình vẽ: T thay đổi làm dịch chuyển các đường S, D sang vị trí S*, D* do đó dịch chuyển điểm cân bằng E sang E*.



HÌNH 1 - 3

§6. MÔ HÌNH HOÁ ĐỐI TƯỢNG THEO CÁCH TIẾP CẬN HỆ THỐNG

Các vấn đề nảy sinh trong hoạt động kinh tế - xã hội thường là phức tạp trong đó tồn tại nhiều mối quan hệ phải giải thích và phân tích; nhiều phương diện phải xem xét; có nhiều yếu tố bất định và đồng thời có nhiều cách thức và phương án để cân nhắc, lựa chọn trong điều kiện thông tin không đầy đủ (thông tin không hoàn hảo) khi giải quyết vấn đề. Những vấn đề chứa đựng các yếu tố, quan hệ định lượng và có thể mô tả chặt chẽ bằng ngôn ngữ toán học (hình thức hoá được) được coi là vấn đề có *cấu trúc chặt chẽ*. Tuy nhiên trong thực tế có không ít vấn đề hàm chứa nhiều quan hệ định tính rất khó hình thức hoá. Những vấn đề này gọi là "vấn đề có cấu trúc yếu" hoặc rộng hơn là "không xác định được cấu trúc, không có cấu trúc". Để có thể phân tích, tìm giải pháp cho các vấn đề thuộc nhóm có cấu trúc yếu hoặc không có cấu trúc chúng ta có thể sử dụng phương pháp *tiếp cận hệ thống* trong quá trình mô hình hoá đối tượng liên quan. Đây là phương pháp khá hiện đại được áp dụng rất thành công trong khoa học tự nhiên, trong kỹ thuật và bước đầu xâm nhập vào khoa học quản lý, khoa học xã hội - nhân văn. *Tiếp cận hệ thống* đối tượng nghiên cứu là cách thức xem xét và xử lý các vấn đề trên cơ sở đầy đủ các *đặc điểm hệ thống của đối tượng* (coi đối tượng là một hệ thống) cũng như sử dụng các phương

pháp phân tích liên quan (phân tích hệ thống). Để có thể hiểu rõ nội dung và ứng dụng của cách tiếp cận hệ thống chúng ta cần xét một số khái niệm liên quan.

I. CÁC KHÁI NIỆM LIÊN QUAN TỚI HỆ THỐNG

1. Khái niệm hệ thống

a. *Thí dụ về hệ thống*

+ *Đồng hồ*: chiếc đồng hồ (cơ hoặc điện tử) gồm nhiều linh kiện gắn kết với nhau, hoạt động theo các quy luật cơ học, điện tử nhằm thực hiện chức năng đo thời gian.

+ *Cơ thể con người (hoặc cơ thể sinh vật)*: cơ thể gồm nhiều bộ phận chức năng liên quan với nhau và liên hệ với môi trường sống, hoạt động theo các quy luật sinh, hoá, lý giúp sinh vật tồn tại và phát triển.

+ *Các thị trường*: hệ thống các thị trường có liên hệ với nhau, hoạt động theo quy luật của kinh tế thị trường thực hiện việc trao đổi, mua bán hàng hoá đáp ứng nhu cầu của người mua, người bán.

+ *Các chính sách kinh tế*: hệ thống các chính sách của nhà nước được ban hành gắn bó, liên quan đồng bộ với nhau nhằm thực hiện vai trò quản lý, điều tiết các hoạt động kinh tế của nhà nước.

b. *Khái niệm hệ thống*

Từ các thí dụ trên ta có thể đưa ra khái niệm hệ thống. Hệ thống là một tổng thể gồm nhiều yếu tố, bộ phận hợp thành (gọi là các phần tử) và mối quan hệ tương tác giữa chúng với nhau, với môi trường xung quanh một cách có quy luật để tạo thành một thể thống nhất (chính thể) nhằm thực hiện một số chức năng hoặc mục tiêu nhất định.

Theo quan niệm trên, các phần tử của hệ thống được hiểu theo nghĩa rất rộng. Phần tử của hệ có thể là các đối tượng có cấu tạo vật chất, các phạm trù trong tư duy, các khái niệm của các bộ môn khoa học... Có hai điểm cần nhấn mạnh khi chúng ta xem đối tượng như là một hệ thống:

+ Sau khi xác định các phần tử của hệ thống, cần chỉ ra mối liên hệ tương tác theo quan hệ nhân - quả giữa chúng. Bất kỳ sự thay đổi nào trong các phần tử cũng như trong mối liên hệ đều kéo theo sự thay đổi của các phần tử và các mối liên hệ còn lại.

+ Các phần tử có thể rất khác nhau về hình thức tồn tại nhưng khi hợp thành hệ thống thì tạo thành một thể thống nhất và có tính chất mới khác với tính chất ban đầu. Đặc tính này của hệ thống gọi là “tính trội”. Tính trội của hệ thống chính là biểu hiện của quy luật “lượng” đổi thành “chất” trong tư duy biện chứng.

Nếu bản thân phần tử hoặc một nhóm phần tử có tính độc lập tương đối trong mối quan hệ cũng như thực hiện chức năng thì ta có thể coi chúng là hệ thống con (phần hệ) của hệ lớn. Ngược lại, một hệ thống có thể là một phần tử, một hệ con của hệ thống lớn hơn (siêu hệ). Việc phân rã - chia tách hệ thành các hệ con, lồng ghép, gộp các hệ thành siêu hệ trong nghiên cứu tùy thuộc vào mục tiêu. Ví dụ, khi nghiên cứu, phân tích quá trình hoạt động sản xuất, kinh doanh của doanh nghiệp thì doanh nghiệp được coi là hệ thống; nhưng khi ta muốn phân tích tác động của các chính sách kinh tế tới quá trình này thì phải xem doanh nghiệp là phần tử của hệ thống các doanh nghiệp.

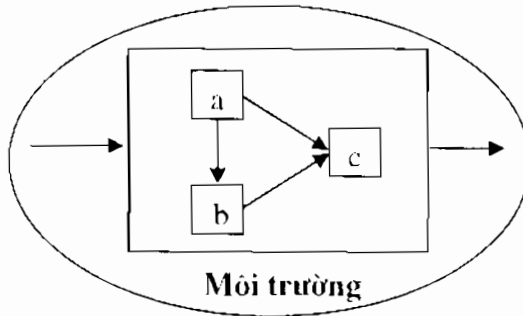
2. Mô hình hoá hệ thống

a. Môi trường của hệ thống

Môi trường của hệ thống là tất cả những gì nằm “bên ngoài” hệ thống. Tùy thuộc mục đích nghiên cứu, ta sẽ giới hạn vấn đề, đối tượng nghiên cứu và coi đó là hệ thống. Phần còn lại của hệ thống lớn hơn hoặc các vấn đề liên quan được xem là môi trường. Trong thực hành có thể vận dụng cách thức sau đây để phân biệt một yếu tố, một bộ phận thuộc hệ thống hay thuộc môi trường. Ta đặt 2 câu hỏi: yếu tố có liên quan tới việc thực hiện chức năng hoặc mục tiêu của hệ thống hay không? Phần tử của hệ thống có thể chi phối yếu tố này hay không? Nếu cả hai câu hỏi đều có câu trả lời là “không” thì ta không cần xem xét tới yếu tố vì nó không phải là phần tử cũng như không thuộc môi trường của hệ thống. Nếu câu trả lời thứ nhất là “có” và thứ hai là “không” thì yếu tố thuộc môi trường. Nếu cả hai câu trả lời là “có” thì yếu tố được xem là phần tử của hệ thống.

b. Sơ đồ hệ thống - mô hình hoá hệ thống bằng hình vẽ

Ta có thể dùng hình vẽ để minh hoạ hệ thống và môi trường và gọi là *sơ đồ hệ thống*. Các phần tử ký hiệu là a,b,c...được biểu diễn bằng các hình vuông hoặc hình tròn nhỏ, mối liên hệ được biểu diễn bằng mũi tên.



Cách biểu diễn này mang tính trực quan cao, bước đầu giúp ta hình dung, định dạng các mối liên hệ cũng như yêu cầu sưu tập thông tin, dữ liệu liên quan. Thiết lập sơ đồ hệ thống (dạng thác đổ) là việc làm đầu tiên trong qua trình mô hình hoá hệ thống.

c. Mô hình hoá hệ thống - tiếp cận toán học

1. Đầu vào, đầu ra của hệ thống

Đầu vào của hệ thống là tác động của môi trường đối với hệ thống. Tác động này có thể là vật liệu, năng lượng, thông tin. Đầu ra của hệ là phản ứng của hệ đáp lại đầu vào đối với môi trường. Đầu ra có thể là đáp ứng, kết quả, mục tiêu...

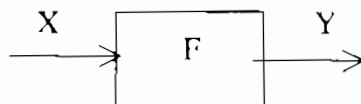
2. Mô hình hộp đen (mô hình vào - ra)

Theo cách tiếp cận này, ta coi hệ thống là một cơ cấu biến đổi đầu vào thành đầu ra. Ta chỉ quan tâm tới sự thay đổi đầu vào, đầu ra của hệ cùng mối liên hệ giữa chúng còn bỏ qua cơ cấu tổ chức bên trong của hệ, coi hệ như một "hộp đen". Mô hình hộp đen của hệ thống dựa trên giả thuyết quan trọng là đầu ra hoàn toàn được xác định từ đầu vào. Với cách mô tả mang tính bề ngoài này, ta có thể hình dung đầu vào là "nhân", đầu ra là "quả". Nếu đầu vào được mô hình hoá thành một vectơ X , đầu ra là Y thuộc các không gian nhất định (thường giả định là không gian metric hoặc không gian Banach) khi này hệ thống được mô tả bởi ánh xạ:

$$F: X \rightarrow Y$$

Ánh xạ F gọi là phép biến đổi hệ thống.

Ta có thể minh hoạ sơ đồ hệ thống

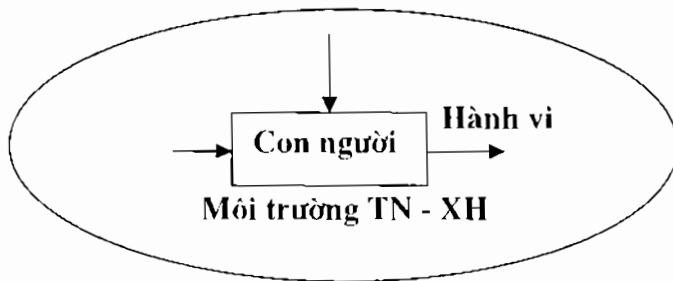


Trong cách mô tả trên có thể coi X là vectơ biến ngoại sinh, Y là vectơ biến nội sinh. Trong thực tế, ánh xạ F thường được giả thiết là *toán tử tuyến tính* và chúng ta sẽ ký hiệu $Y = F(X)$.

Thí dụ:

Khi phân tích tình trạng công nghệ của nền kinh tế ta có thể coi nền kinh tế như một hộp đen và đặc trưng cho công nghệ bởi hàm sản xuất $Y = F(K,L)$ với K,L là mức sử dụng vốn, lao động; Y là thu nhập.

Sử dụng mô hình hộp đen để minh hoạ quan điểm “*Con người là tổng hoà các mối quan hệ xã hội*”



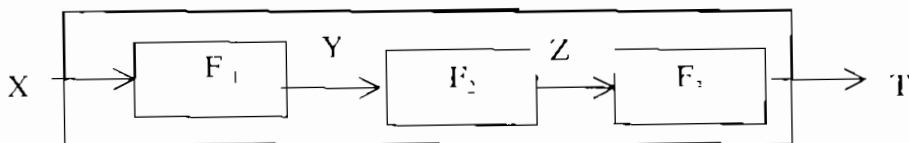
Ta xem CON NGƯỜI như một hộp đen với môi trường là môi trường tự nhiên, xã hội, đầu vào là các mối quan hệ với môi trường, đầu ra là hành vi ứng xử.

Ưu điểm của mô hình hộp đen là dễ xác định và nghiên cứu và thuận tiện khi ta muốn lắp ghép hệ thống. Song mô hình có nhược điểm là chỉ thích hợp khi xem xét vấn đề tĩnh và mối quan tâm chủ yếu là sự tương tác giữa hệ thống với môi trường.

3. Phương pháp lắp ghép hệ thống

Từ các hệ thống con chúng ta có thể nhóm gộp và lắp ghép thành một siêu hệ thống. Các phương pháp ghép cơ bản bao gồm:

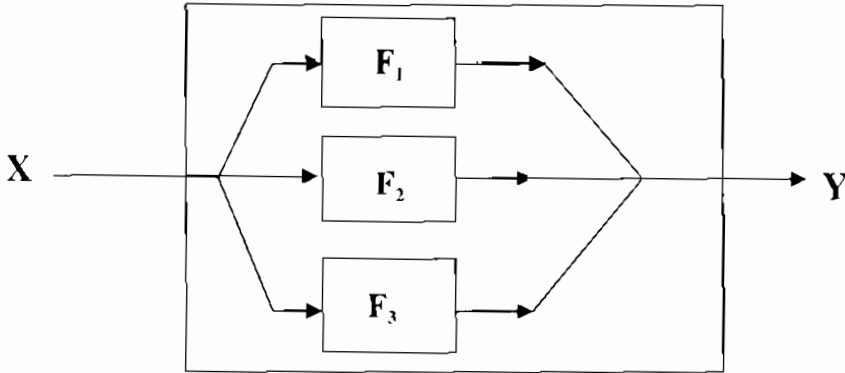
- Ghép nối tiếp: Sơ đồ ghép



HÌNH 1 - 4

Theo cách ghép này đầu ra của hệ thống này chính là đầu vào của hệ thống tiếp theo. Giả sử với siêu hệ, toán tử biến đổi là $T = F(X)$, ta cần xác định quan hệ giữa F với F_1, F_2, F_3 . Ta có $Y = F_1(X), Z = F_2(Y) = F_2(F_1(X)), T = F_3(Z)$ suy ra $T = F_3(F_2(F_1(X)))$, hay là $F = F_3 \circ F_2 \circ F_1$ vậy F là toán tử tích của các toán tử F_i

- Ghép song song: Sơ đồ ghép



HÌNH 1 - 5

Theo cách này đầu vào, đầu ra của siêu hệ là tổng đầu vào, đầu ra của các phân hệ.

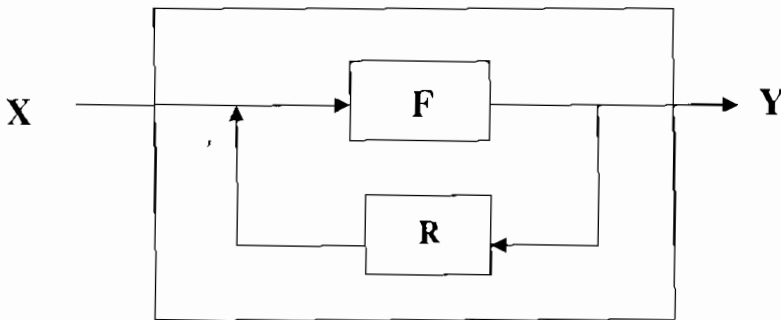
Giả sử đối với phân hệ i ta có $Y_i = F_i(X_i)$, do $X = X_1 + X_2 + \dots + X_k$ nên

$$Y = F(X) = F(X_1 + X_2 + \dots + X_k) = F(X_1) + F(X_2) + \dots + F(X_k)$$

$$\text{Mặt khác } Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_k = F_1(X_1) + F_2(X_2) + \dots + F_k(X_k)$$

Như vậy $F = F_1 + F_2 + \dots + F_k$ tức là F là toán tử tổng của các toán tử F_i .

- GHÉP PHẢN HỒI (GHÉP CÓ LIÊN HỆ NGƯỢC): SƠ ĐỒ GHÉP:



HÌNH 1 - 6

Theo cách này, một phần đầu ra sẽ bổ sung cho đầu vào. Ta có $Y = F(X+R(Y)) = F(X)+F(R(Y)) = F(X) + FR(Y)$. Suy ra $Y - FR(Y) = F(X)$ hay có thể viết:

$(I - FR)(Y) = F(X)$ với I là toán tử đồng nhất. Ký hiệu $\frac{1}{I - FR}$ là toán tử nghịch đảo của $|I - FR|$ và nó được gọi là *toán tử liên hệ ngược*. Khi đó ta có

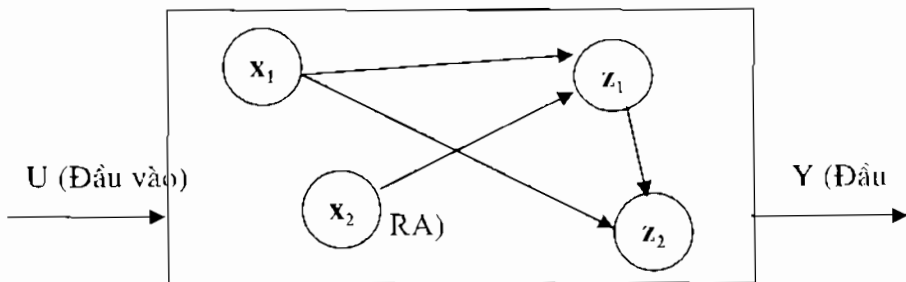
$$Y = \frac{F}{1 - FR}(X)$$

Biểu thức trên là công thức cơ bản của toán tử biến đổi hệ thống trong đó có mối liên hệ ngược.

Các phần tử của hệ thống trong thực tế đều được lắp ghép, liên kết với nhau theo cách phối hợp ba cách liên kết trên.

4. Mô hình hộp trắng - mô tả bên trong hệ thống

Mô hình hộp trắng khắc phục được nhược điểm của mô hình hộp đen. Nó cho phép ta xem xét các vấn đề mang tính động khi hệ thống vừa chịu tác động của đầu vào vừa bị ảnh hưởng bởi tiền sử hoạt động của nó. Để xác lập mô hình hộp trắng của hệ thống ta cần tới khái niệm *biến trạng thái* của hệ. Hệ thống ở mỗi thời điểm có các đặc trưng để phân biệt. Các đặc trưng này được biến số hoá và gọi là các biến trạng thái của hệ. Biến trạng thái là một bộ phận trong các biến nội sinh của mô hình. Ký hiệu $X(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ vectơ biến trạng thái tại thời điểm t , $X(t)$ là một điểm thuộc không gian trạng thái (không gian pha). Điểm quan trọng cần chú ý là nếu biết giá trị của X tại thời điểm gốc ($t = 0$) là $X(0)$ và biết quy luật tác động của đầu vào thì có thể suy ra $X(t)$ tại mọi thời điểm tức là biết được "quỹ đạo" của hệ trong không gian trạng thái. Ta có thể minh hoạ:



HÌNH 1 - 7

Như vậy biến trạng thái chứa đủ thông tin để mô tả quỹ đạo của hệ thống khi biết trạng thái ban đầu và quy luật tác động của đầu vào; do đó có thể coi biến trạng thái như là các biến phản ánh cấu trúc bên trong của hệ. Với các biến trạng thái, hệ thống được mô tả bởi hai loại phương trình:

- Loại thứ nhất: phương trình liên kết đầu vào với biến trạng thái
- Loại thứ hai: phương trình liên kết đầu ra với biến trạng thái và đầu vào.

Thí dụ: Một cách hình thức, mô hình (hộp trắng) của hệ thống có thể có dạng:

$$X(t+1) = G(X(t), U(t))$$

$$Y(t) = H(X(t), U(t))$$

$$X(t_0) = X_0$$

trong đó $X(t)$, $U(t)$, $Y(t)$ là vectơ biến trạng thái, đầu vào, đầu ra tại thời điểm t ; G, H là các toán tử (thường được giả thiết là các toán tử tuyến tính) trong không gian metric các hàm.

3. Điều khiển hệ thống

a. Bài toán điều khiển hệ thống

Xét mô hình hệ thống có dạng:

$$X(t+1) = G(X(t), U(t), V(t), \mathcal{E}(t))$$

$$Y(T) = H(X(T), U(T), V(T), \mathcal{E}(T))$$

trong đó X : vectơ biến trạng thái, Y : vectơ đầu ra, U : vectơ biến đầu vào mà ta có thể tác động được (biến điều khiển), V : vectơ biến đầu vào không điều khiển được, \mathcal{E} : vectơ các thành phần nhiễu từ môi trường. *Điều khiển hệ thống là việc lựa chọn các biến có thể điều khiển được và tác động vào chúng để quỹ đạo $X(t)$ của hệ đáp ứng các yêu cầu mong muốn.* Trong các bài toán thực tế, yêu cầu thường được thể hiện bởi một phiếm hàm $f(X(t))$. Các yêu cầu mong muốn có thể được biểu thị bởi các ràng buộc nhất định đối với $f(X(t))$ ví dụ như Max, Min hoặc f chỉ được phép lấy giá trị trong một khoảng nào đó... Hệ thống gọi là *đối tượng điều khiển* còn đối tượng thực hiện chức năng điều khiển hệ thống gọi là *chủ thể điều khiển*.

b. Một số loại hình điều khiển hệ thống

1. Điều khiển ổn định (Điều chỉnh)

Điều khiển ổn định là việc chủ thể điều khiển giữ đầu ra của hệ thống luôn ở một điểm hoặc một miền định trước. Như vậy bài toán điều khiển ổn định có dạng: Tìm $U(t)$ sao cho

$$Y(t) = Y_0$$

$$X(t+1) = G(X(t), U(t), V(t), \mathcal{E}(t))$$

$$Y(t) = H(X(t), U(t), V(t), \mathcal{E}(t))$$

Nếu chủ thể và đối tượng điều khiển là một thì ta có bài toán *tự điều chỉnh*.

2. Điều khiển thích nghi

Điều khiển thích nghi là việc điều khiển để đầu ra của hệ thống tại thời điểm t phụ thuộc vào đầu ra tại các thời điểm trước đó theo quy luật định trước. Bài toán điều khiển thích nghi có dạng: Tìm $U(t)$ sao cho

$$Y(t) = f(Y(t-1), Y(t-2), \dots, Y(t_0))$$

$$X(t+1) = G(X(t), U(t), V(t), \mathcal{E}(t))$$

$$Y(t) = H(X(t), U(t), V(t), \mathcal{E}(t))$$

3. Điều khiển tối ưu

Điều khiển tối ưu là việc chủ thể điều khiển xác định tác động điều khiển $U(t)$ và quỹ đạo $X(t)$ để cực trị hoá phiếm hàm mục tiêu $f(X(t))$. Bài toán điều khiển tối ưu có dạng: Tìm $U(t)$, $X(t)$ sao cho $f(X(t)) \rightarrow \text{Min (Max)}$ với điều kiện:

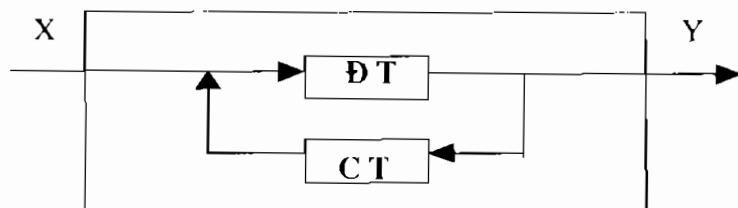
$X(t+1) = G(X(t), U(t), V(t), \mathcal{E}(t)); X(t_0) = X_0$, $t \in [t_0, T]$ trong đó T có thể là $+\infty$.

c. Các nguyên lý điều khiển cơ bản

Trong quá trình điều khiển hệ thống, mối quan hệ giữa chủ thể và đối tượng điều khiển phải được thiết lập. Sự hình thành mối quan hệ này phải tuân thủ các nguyên tắc nhất định - gọi là các *nguyên lý điều khiển* - để đảm bảo tính khả thi cũng như hiệu quả của điều khiển. Các nguyên lý điều khiển cơ bản gồm:

1. Nguyên lý liên hệ ngược (Nguyên lý phản hồi)

Theo nguyên lý này thì giữa chủ thể và đối tượng điều khiển phải tồn tại mối liên hệ trực tiếp và thông qua mối liên hệ này chủ thể điều khiển có thể nắm bắt những thông tin về đầu ra của đối tượng điều khiển để từ đó tác động tới đầu vào. Nguyên lý liên hệ ngược có thể được mô tả như là cách ghép phản hồi giữa đối tượng (ĐT) và chủ thể (CT) điều khiển. Ta có hình vẽ sau thể hiện nguyên lý này:



HÌNH 1 - 8

Nguyên lý liên hệ ngược là nguyên lý quan trọng nhất, thiếu nó thì không thể điều khiển hệ thống.

2. Nguyên lý bổ sung ngoài

Sau khi mô hình hoá hệ thống, ta có thể sử dụng mô hình để điều khiển hệ thống. Tuy nhiên mô hình hệ thống được biểu diễn bởi một ngôn ngữ nào đó có thể chưa phản ánh đúng hiện thực trong một số tình huống. Nguyên lý bổ sung ngoài đòi hỏi trong những tình huống như vậy phải sử dụng ngôn ngữ cấp cao hơn, ngôn ngữ của siêu hệ để mô tả hệ thống, tức là khi cần thiết ta phải lồng hệ thống vào một siêu hệ để điều khiển.

3. Nguyên lý độ đa dạng cần thiết

Độ đa dạng của đối tượng điều khiển biểu hiện ở khả năng thay đổi trạng thái của đối tượng trước tác động của chủ thể điều khiển. độ đa dạng của chủ thể điều khiển có thể hiểu là khả năng ứng phó, tìm các quyết định. Nguyên lý độ đa dạng cần thiết cho rằng để có thể điều khiển hệ thống, độ đa dạng của chủ thể phải không nhỏ hơn độ đa dạng của đối tượng điều khiển. Trong thực tế, để đo lường độ đa dạng, người ta sử dụng khái niệm entropi của “Lý thuyết thông tin”.

4. Nguyên lý phân cấp

Theo quan điểm Điều khiển học, thông tin là cơ sở của điều khiển và quá trình điều khiển là quá trình thu thập, xử lý, lưu trữ và truyền thông tin.

Đối với các hệ thống lớn về qui mô và phức tạp về cấu trúc, việc thực hiện quá trình này đòi hỏi tiềm lực rất lớn về nhiều mặt và nhiều khi vượt quá khả năng của chủ thể điều khiển. Nguyên lý phân cấp cho rằng *cần phải xây dựng cấu trúc phân cấp theo kiểu hình chóp để xử lý thông tin. Mỗi cấp được xử lý một khối lượng thông tin nhất định. Thông tin được lọc dần hay chi tiết hoá khi truyền qua mỗi cấp.*

II. HỆ THỐNG KINH TẾ

1. Khái niệm và đặc điểm

Đối tượng hoạt động trong lĩnh vực kinh tế được mô hình hoá thành hệ thống gọi là hệ thống kinh tế. Đầu vào, đầu ra của hệ là các nguồn lực - gọi tắt là nguồn. Chức năng của hệ kinh tế là biến đổi nguồn thành nguồn để đáp ứng những mục đích nhất định trong đó mục đích cuối cùng là sử dụng, tiêu thụ nguồn. Hệ thống kinh tế có các đặc điểm:

+ Là một hệ phức tạp vì có rất nhiều phần tử với cấu trúc phức tạp, các mối quan hệ hết sức đa dạng trong đó đặc biệt là các quan hệ ngược với sự tham gia của CON NGƯỜI.

+ Là một phân hệ trong siêu hệ kinh tế - xã hội vì vậy khi phân tích hệ thống kinh tế không nên tách rời hoàn toàn hệ với xã hội.

+ Do hệ thống lớn và phức tạp nên hệ luôn có sức ỳ, có quán tính. Điều này thể hiện ở chỗ phản ứng của hệ trước tác động đầu vào thường bị trễ, trạng thái tương lai phụ thuộc vào hiện tại và quá khứ. Nhờ đặc tính quán tính của hệ mà ta có thể dự báo tương lai dựa vào quá khứ.

+ Các chỉ tiêu đặc trưng cho trạng thái của hệ thống kinh tế thường có tính hai mặt, mặt hiện vật và giá trị. Từ đặc điểm này chúng ta cần lưu ý khi phân tích tránh nhầm lẫn.

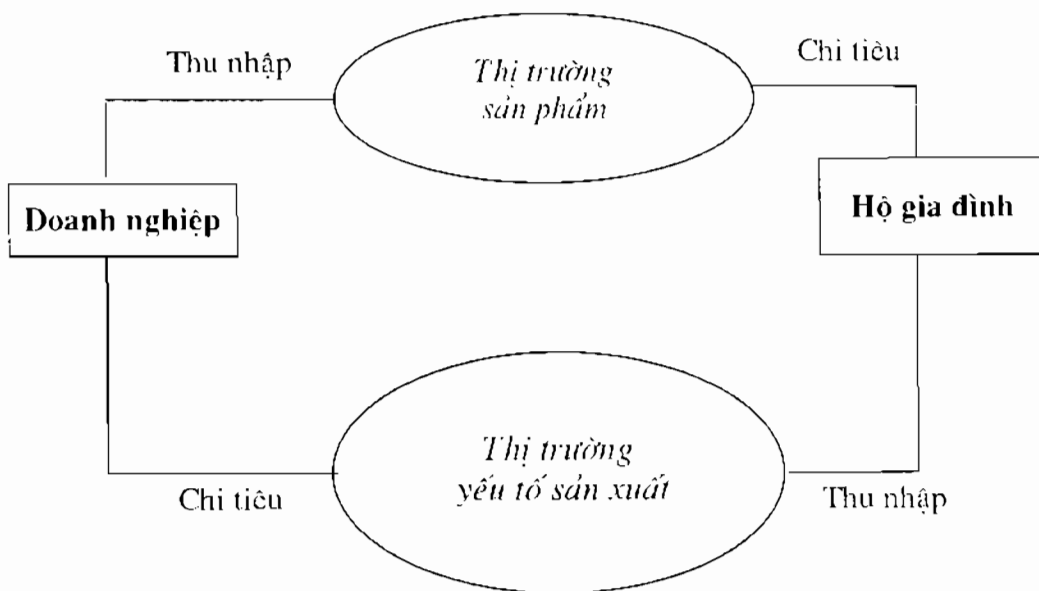
2. Các vấn đề cơ bản của hệ thống kinh tế

Trong quá trình thực hiện chức năng biến đổi nguồn lực thành nguồn lực, hệ thống kinh tế phải giải quyết ba vấn đề cơ bản: *sản xuất cái gì? sản xuất như thế nào? sản xuất cho ai?* trong điều kiện các nguồn lực đều khan hiếm. Như vậy việc tổ chức hệ thống kinh tế hoạt động như thế nào nhằm giải đáp ba câu hỏi trên chính là bài toán phân bố nguồn lực một cách hiệu quả cho các phân hệ của hệ thống. Trải qua hàng ngàn năm lịch sử, nhân loại đã hình thành các hình thức tổ chức hệ thống kinh tế cơ bản sau:

- + Kiểu truyền thống tự cung - tự cấp, hoàn toàn khép kín
- + Kiểu kinh tế thị trường: dùng cơ chế thị trường để giải quyết các vấn đề cơ bản
- + Kiểu kinh tế chỉ huy: dùng cơ chế kế hoạch hoá tập trung để giải quyết các vấn đề cơ bản.
- + Kiểu kinh tế hỗn hợp: kết hợp cơ chế thị trường với cơ chế kế hoạch thông qua vai trò điều tiết của nhà nước. Cách tổ chức này có thể phát huy tính ưu việt của cả hai hình thức trên.

3. Hệ thống kinh tế thị trường

a. Sơ đồ hệ thống

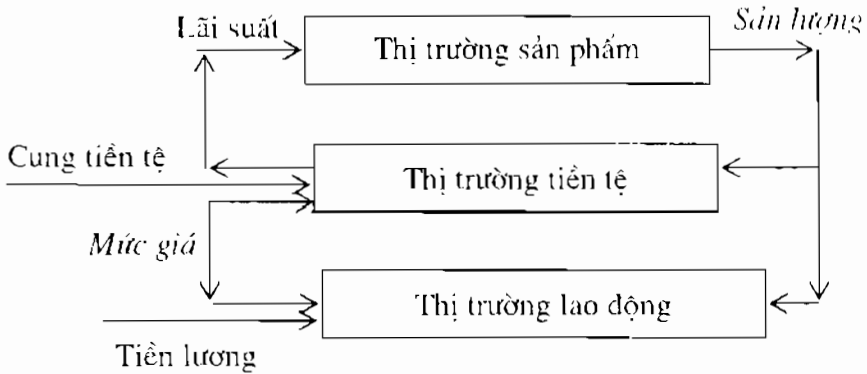


HÌNH 1 - 9

Nếu chúng ta quan tâm tới sự vận hành của cơ chế thị trường trong việc phân bổ nguồn lực giữa các cá nhân tham gia hoạt động kinh tế tức là quan tâm tới mối quan hệ trao đổi, mua bán giữa Doanh nghiệp - với tư cách là người sản xuất - và Hộ gia đình - với tư cách là người tiêu dùng - thì có thể mô hình hoá hệ thống kinh tế thị trường gồm các phần tử: *Doanh nghiệp, Hộ gia đình, Thị trường sản phẩm, Thị trường yếu tố sản xuất*. Mối quan hệ trao đổi, mua bán giữa doanh nghiệp, hộ gia đình trên hai thị trường hình

thành các luồng chu chuyển của các khoản thu nhập, chỉ tiêu tương ứng.

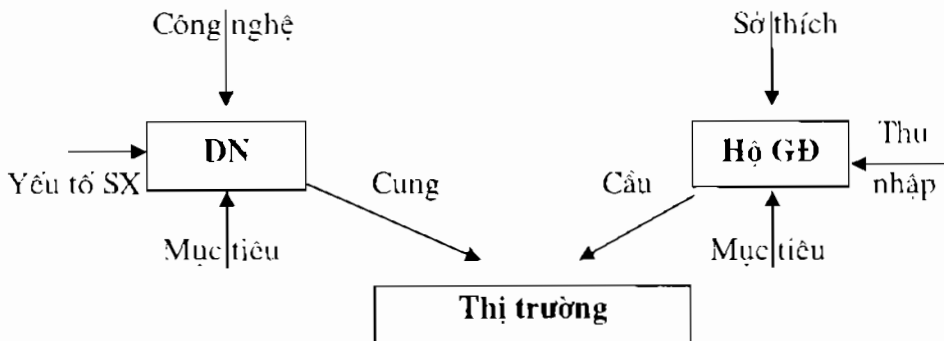
Từ sơ đồ ta thấy có tồn tại mối liên hệ ngược giữa các phần tử và đó là điều kiện cần để hệ thống có thể tự điều chỉnh.



HÌNH 1 - 10

Nếu ta muốn phân tích vai trò điều tiết của nhà nước thông qua các chính sách kinh tế - phân tích chính sách - thì có thể mô hình hoá nền kinh tế thành hệ thống gồm các thị trường gộp: thị trường sản phẩm (thị trường hàng hoá-dịch vụ), thị trường tiền tệ và thị trường lao động. Mối quan hệ giữa các thị trường thông qua quan hệ giữa các biến số tương ứng được thể hiện trong hình 1-10. Trong sơ đồ có các mối liên hệ ngược và đó chính là cơ sở để nhà nước có thể điều tiết (điều khiển) hệ thống kinh tế. Những vấn đề liên quan tới điều khiển hệ thống kinh tế là nội dung cơ bản của phân tích kinh tế vĩ mô.

Nếu chúng ta muốn phân tích sự hình thành mức cung, mức cầu hàng hoá trên các thị trường thì có thể mô hình hoá hệ kinh tế với các phần tử và mối quan hệ theo sơ đồ:



HÌNH 1 - 11

§ 7. PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MÔ HÌNH

Sau khi đã xây dựng và hiệu chỉnh mô hình phù hợp với hiện tượng và quá trình kinh tế, ta có thể tiến hành phân tích mô hình để dùng vào các mục đích khác nhau. Mô hình có thể dùng để phân tích hiện trạng của đối tượng (gọi là *phân tích thực chứng*) nhằm tiến hành đánh giá hiện tại; cũng có thể dùng để phân tích và cấu trúc lại đối tượng để có thể điều khiển đạt các mục tiêu (gọi là *phân tích chuẩn tắc*). Phân tích mô hình thực chất là quá trình sử dụng các phương pháp và công cụ toán học nhằm phân tích quan hệ (định tính, định lượng) giữa các biến của mô hình. Nội dung cũng như một số phương pháp phân tích mô hình sẽ được đề cập dưới đây.

I. GIẢI MÔ HÌNH

1. Khái niệm

Để phân tích mô hình, trước hết ta cần thực hiện việc *giải mô hình*. Một cách tổng quát, *giải mô hình là việc sử dụng các phương pháp toán học quen biết để giải các hệ thức của mô hình* - có thể là giải phương trình (đại số hoặc vi, sai phân), giải bài toán quy hoạch... nhằm xác định quan hệ trực tiếp giữa biến nội sinh và biến ngoại sinh cùng tham số, tức là ta phải biểu diễn dưới dạng các hệ thức khác giữa từng biến nội sinh theo biến ngoại sinh, tham số và có thể theo biến nội sinh khác. Cách biểu diễn này gọi là *nghiệm của mô hình*. Nghiệm có thể biểu diễn chính xác hoặc xấp xỉ dưới dạng lời giải bằng số nếu tất cả các biến ngoại sinh và tham số có giá trị bằng số. Nghiệm cũng có thể mô tả dưới dạng các biểu thức, các hàm số (hiện hoặc ẩn) nếu biến ngoại sinh, tham số có giá trị quy ước trừu tượng. Rõ ràng là nghiệm của mô hình sẽ phụ thuộc các biến ngoại sinh và tham số.

2. Các hình thức biểu diễn nghiệm của mô hình

a. Hàm kinh tế dạng hiện

Giả sử sau khi giải mô hình, ta xác lập được quan hệ giữa biến nội sinh y với vectơ biến ngoại sinh $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ và vectơ tham số $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$ dưới dạng hàm hiện: $y = F(x_1, x_2, \dots, x_n; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$, hoặc viết gọn hơn $y = F(X; \alpha)$. Quan hệ hàm số giữa các biến số kinh tế như trên gọi là *hàm kinh tế (dạng hiện)*. Để có thể sử dụng các phương pháp toán học trong phân tích quan hệ giữa các biến, các hàm kinh tế thường được giả thiết có những tính chất nhất định (khả vi liên tục, đơn điệu, tựa lõm, tựa lồi...) tùy thuộc

vào nội dung kinh tế của các biến cũng như các quy luật chi phối quan hệ giữa chúng.

Các lớp hàm hay được dùng trong biểu diễn quan hệ giữa các biến trong kinh tế gồm:

1. Hàm tựa lồi, tựa lõm

Hàm $y = F(X; \alpha)$ với $X \in D \subset R^n$, D là tập lồi gọi là hàm tựa lồi (tựa lõm) nếu $F(\lambda X^1 + (1 - \lambda)X^2; \alpha) \leq (\geq) \text{Max (Min)} [F(X^1), F(X^2)]$ với mọi $X^1, X^2 \in D$ và $0 \leq \lambda \leq 1$. Nếu trong định nghĩa trên xảy ra các dấu bất đẳng thức thực sự thì hàm gọi là tựa lồi (tựa lõm) chặt. Như chúng ta đã biết, lớp hàm này phản ánh mối quan hệ giữa các biến bị chi phối bởi “Quy luật lợi suất giảm dần”.

2. Dạng hàm tuyến tính

$y = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i$ lớp hàm này phản ánh quan hệ tỷ lệ không đổi giữa các biến. Đây là lớp hàm đơn giản nhất nếu xét về cấu trúc toán học.

3. Dạng hàm Cobb - Douglas

$y = \gamma x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$ lớp hàm phi tuyến này đơn giản về cấu trúc do có thể “tuyến tính hoá” bằng cách chuyển dạng loga và nó khá phù hợp với nhiều mối quan hệ trong thực tiễn thông qua các giả thiết nhất định đối với các tham số của hàm.

4. Dạng hàm CES

$$y = \gamma \left[\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}}$$

Để giúp ta đơn giản hoá trong các phép biến đổi, trong những tình huống nhất định, ta có thể không xét mối quan hệ trực tiếp giữa bản thân các biến mà xét quan hệ giữa các dạng biến đổi của chúng miễn là quan hệ vẫn được bảo toàn. Cách làm này thường được thực hiện thông qua “*phép biến đổi đơn điệu dương (tăng)*” của hàm. Cho hàm $y = F(X; \alpha)$ và hàm một biến $z = G(y)$ đơn điệu tăng; hàm hợp $z = G(F(X; \alpha))$ gọi là phép biến đổi đơn điệu dương của $y = F(X; \alpha)$. Thí dụ: xét hàm dạng Cobb-Douglas

$y = \gamma x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$, hàm $\text{Ln } y = \text{Ln } \gamma + \sum_{i=1}^n \alpha_i \text{Ln } x_i$ sẽ là phép biến đổi đơn

điều dương của hàm dạng Cobb - Douglas (tất nhiên với giả thiết: $y, x_1, \dots, x_n, \gamma > 0$ để logarit tồn tại).

5 Hàm thuần nhất, hàm đồng điệu

Hàm $y = F(X; \alpha)$ gọi là *hàm thuần nhất bậc r* ($r > 0$) nếu ta có $F(tX; \alpha) = t^r F(X; \alpha)$ với mọi $t > 0$. Nếu $r = 0, r = 1$ ta có hàm thuần nhất bậc không, hàm thuần nhất bậc nhất; đây là hai dạng hàm cũng hay được sử dụng trong kinh tế.

Thư dụ: Hàm dạng Cobb - Douglas $y = \gamma x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$ là hàm thuần nhất bậc $\sum_{i=1}^n \alpha_i$, hàm dạng CES $y = \gamma \left[\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}}$ là hàm thuần nhất bậc r .

Đối với hàm thuần nhất, ta có một số tính chất sau thường được dùng trong phân tích kinh tế:

Nếu hàm $y = F(X; \alpha)$ khả vi liên tục, thuần nhất bậc r thì:

+ Các đạo hàm riêng $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ là hàm thuần nhất bậc $(r - 1)$.

+ $ry = \sum_{i=1}^n x_i \frac{\partial F}{\partial x_i}$ (Định lý Euler)

+ Nếu $x_i \neq 0$, thì $y = x_i^r F\left(\frac{x_1}{x_i}, \dots, \frac{x_{i-1}}{x_i}, 1, \frac{x_{i+1}}{x_i}, \dots, \frac{x_n}{x_i}\right)$ do đó nếu hàm một biến và thuần nhất bậc 1 thì $y = x F(1)$.

Hàm $z = G(X)$ gọi là *hàm đồng điệu* (hàm vị tự) nếu nó là phép biến đổi đơn điệu dương của một hàm thuần nhất. Rõ ràng là hàm thuần nhất sẽ là hàm đồng điệu nhưng ngược lại là không đúng.

b. Hàm kinh tế dạng ẩn

Nếu quan hệ giữa các biến số được biểu diễn dưới dạng phương trình:

$$G(y, x_1, x_2, \dots, x_n; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k) = 0$$

với y là biến nội sinh, hoặc hệ phương trình:

$$G_i(y, y_2, \dots, y_m, x_1, x_2, \dots, x_n; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k) = 0; \quad i = 1 \div m$$

Với $y_i, i = 1 \div m$ là các biến nội sinh mà ta không thể (hoặc không cần) biểu diễn dạng hàm tường minh; khi này ta coi quan hệ giữa biến nội sinh với các biến khác là quan hệ hàm nhưng dưới dạng ẩn và gọi là *hàm ẩn*. Một cách hình thức ta vẫn có thể viết:

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_n; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$$

hoặc $y_i = F_i(x_1, x_2, \dots, x_n; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$ với $i = 1 \div m$ trong đó F hoặc F_i dùng để chỉ quan hệ hàm ẩn.

c. Tập mức, đường mức của hàm

Ta biết rằng mối quan hệ giữa các biến hình thành do tác động của các quy luật vì vậy thông qua đặc điểm thể hiện của hàm ta có thể phân tích ảnh hưởng của quy luật và ngược lại tác động của quy luật sẽ để lại dấu ấn trong đặc tính của hàm. Một trong những cách xem xét đặc điểm của hàm là xét đặc điểm cấu trúc trực quan của tập mức, đường mức của nó.

Xét hàm $y = F(X; \alpha)$ xác định trong miền $D \subset \mathbb{R}^n$. Ta định nghĩa:

Tập mức trên của hàm ứng với giá trị y - ký hiệu là $S(y)$:

$$S(y) = \{X \in D: F(X) \geq y\}$$

Tập mức dưới của hàm ứng với giá trị y - ký hiệu là $I(y)$:

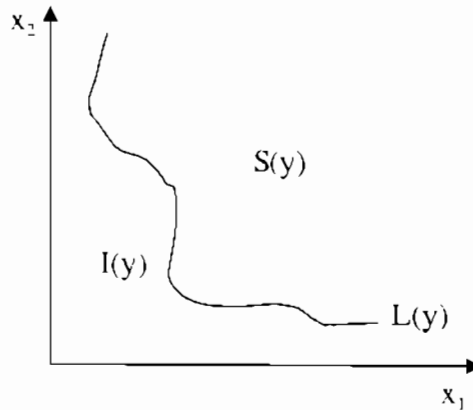
$$I(y) = \{X \in D: F(X) \leq y\}$$

Đường mức của hàm ứng với giá trị y - ký hiệu là $L(y)$:

$$L(y) = \{X \in D: F(X) = y\}$$

Chú ý rằng các phần tử X thuộc cùng một tập S, I, L sẽ có cùng quan hệ với y và với y khác nhau tập $L(y)$ không giao nhau. Nếu quan hệ hàm F có các đặc điểm nhất định thì nó sẽ được thể hiện qua đặc điểm của tập mức và đường mức và ngược lại nếu biết đặc điểm trong cấu trúc của tập mức, đường mức ta có thể biết thông tin về quan hệ hàm F . Cách xem xét tập mức, đường mức vừa giúp ta giảm số chiều của không gian liên quan vừa mang tính trực quan có thể minh họa bằng hình học.

Thí dụ: Cho hàm $y = F(x_1, x_2)$ khả vi liên tục hai lần với $x_1, x_2 > 0$. Khi này tập mức, đường mức của hàm sẽ có dạng như hình vẽ:

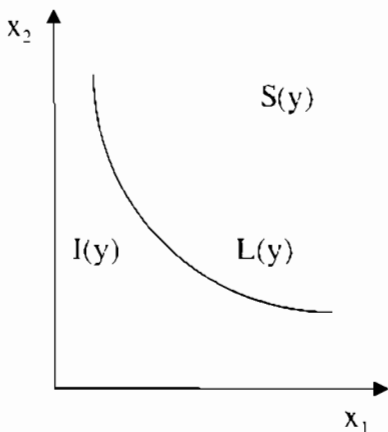


HÌNH 1 - 12

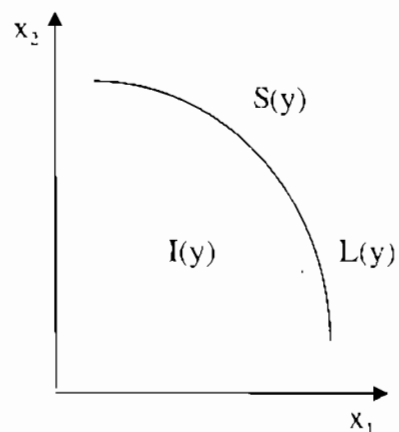
Nếu $y = F(x_1, x_2)$ đơn điệu tăng (theo từng biến) và tựa lõm (tựa lồi) thì hình dáng đường mức, vị trí các tập mức sẽ như Hình 1- 13. Đối với hàm $y = F(X)$, dễ dàng có thể chứng minh được rằng:

+ Nếu F tựa lõm [tựa lồi] thì $S(y)$ [$I(y)$] là tập lồi

+ Nếu G là phép biến đổi đơn điệu dương của F thì các tập $S(y)$, $I(y)$ của G cũng có tính chất trên (như vậy tính chất tựa lồi, tựa lõm của hàm được bảo toàn qua phép biến đổi đơn điệu dương).



F tựa lõm



F tựa lồi

HÌNH 1 - 13

II. PHÂN TÍCH SO SÁNH TĨNH

Do nghiệm của mô hình phụ thuộc các biến ngoại sinh và tham số nên một trong những điều quan tâm của chúng trong khi phân tích mô hình là khi biến ngoại sinh thay đổi giá trị sẽ tác động như thế nào tới nghiệm. Phân tích này gọi là *phân tích so sánh tĩnh*. Chúng ta sẽ xét chi tiết hơn phương pháp phân tích so sánh tĩnh và việc ứng dụng toán đối với phương pháp trong phần dưới đây.

1. Đo lường sự thay đổi của biến nội sinh theo biến ngoại sinh

Phân tích so sánh tĩnh đòi hỏi phải đo lường sự phản ứng, biến động (tức thời) cả về xu hướng, độ lớn của biến nội sinh khi biến ngoại sinh có sự thay đổi nhỏ. Chúng ta có thể dùng đạo hàm và vi phân để đo lường sự thay đổi này.

Giả sử nghiệm của mô hình có biến nội sinh y phụ thuộc vào các biến ngoại sinh x_1, x_2, \dots, x_n có dạng hiện $y = F(X; \alpha)$.

a. Đo lường sự thay đổi tuyệt đối

- Xét hàm $y = F(X; \alpha)$ tại X , gọi sự thay đổi của y là Δy , khi chỉ có x_1 thay đổi một lượng nhỏ Δx_1 , tức là $\Delta y_1 = F(x_1, \dots, x_1 + \Delta x_1, \dots, x_n) - F(x_1, \dots, x_1, \dots, x_n)$. Δy_1 gọi là số gia riêng của y theo x_1 tại X .

Ta có lượng thay đổi trung bình của y theo x_1 là: $\rho = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1}$.

Trong trường hợp F có đạo hàm riêng theo x_1 ta có tốc độ thay đổi tức thời tại điểm X đang xét là: $\rho(x_1) = \frac{\partial F(X)}{\partial x_1}$. Nếu Δx_1 khá nhỏ thì $\rho(x_1) \approx \rho$, vì vậy nếu $\Delta x_1 = 1$ thì có thể coi: $\rho(x_1) \approx \Delta y_1$.

- Trong trường hợp tất cả các biến ngoại sinh đều thay đổi với các lượng khá nhỏ ký hiệu là $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$, để tính sự thay đổi của biến nội sinh y - ký hiệu là Δy - ta dùng công thức xấp xỉ:

$$\Delta y \approx \frac{\partial F}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \Delta x_n$$

Nếu $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ là các vi phân của biến ngoại sinh thì ta có thể sử dụng công thức vi phân toàn phần:

$$dy = \frac{\partial F}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} dx_n$$

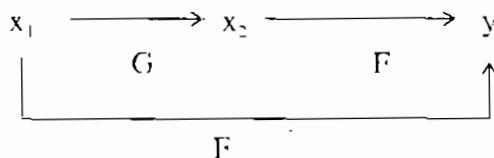
- Nhiều tính toán trong thực tế, để đảm bảo mức độ xấp xỉ có thể chấp nhận được ta có thể dùng khai triển Taylor (thường là lấy xấp xỉ tới bậc 2) của hàm. Khi này ta có công thức xấp xỉ:

$$\Delta y \approx (\nabla F(X))^T \cdot \Delta X + 1/2 \Delta X^T H(X) \Delta X$$

với $\Delta X^T = (\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n)$; $\nabla F(X)^T$ là vectơ gradient của hàm F tại X . $H(X)$ là ma trận Hess của F (ma trận các đạo hàm riêng cấp 2 của F) tại X .

- Nếu bản thân x_1 lại là biến nội sinh phụ thuộc vào một hoặc nhiều biến khác thì để đo lường sự thay đổi của biến y theo sự thay đổi của x_1 ta sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp như các thí dụ dưới đây

Thí dụ 1.6: Giả sử $y = F(x_1, x_2)$ $x_2 = G(x_1)$, y, x_2 nội sinh, x_1 ngoại sinh. ta có thể minh họa quan hệ giữa các biến qua sơ đồ kênh liên hệ:



HÌNH 1 - 14

Khi đó ta có:

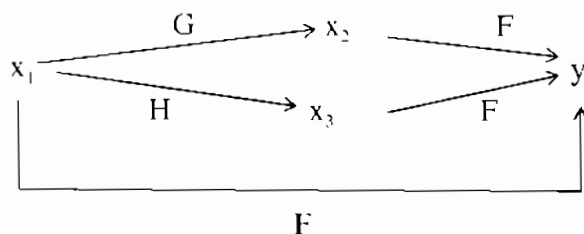
$$\frac{dy}{dx_1} = \frac{\partial F}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dx_1} + \frac{\partial F}{\partial x_1}$$

ảnh hưởng
ảnh hưởng gián tiếp
ảnh hưởng
tổng cộng
thông qua x_2
trực tiếp

Thí dụ 1.7: Giả sử $y = F(x_1, x_2, x_3)$ $x_2 = G(x_1)$

$x_3 = H(x_1)$, y, x_2, x_3 nội sinh, x_1 ngoại sinh.

Sơ đồ kênh liên hệ:



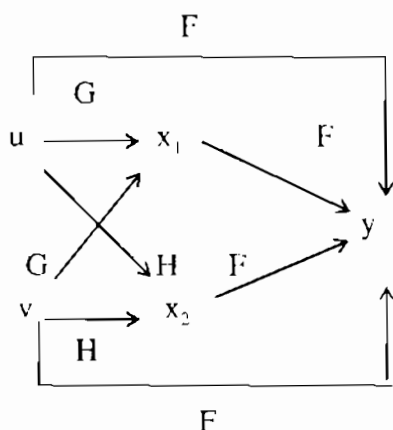
HÌNH 1 - 15

Ta có:

$$\frac{dy}{dx_1} = \frac{\partial F}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dx_1} + \frac{\partial F}{\partial x_3} \frac{dx_3}{dx_1} + \frac{\partial F}{\partial x_1}$$

ảnh hưởng tổng cộng	ảnh hưởng gián tiếp thông qua x_2	ảnh hưởng gián tiếp thông qua x_3	ảnh hưởng trực tiếp
------------------------	---	---	------------------------

Thí dụ 1.8:



$$Y = F(x_1, x_2, u, v)$$

$$x_1 = G(u, v)$$

$$x_2 = H(u, v) \quad u, v \text{ ngoại sinh}$$

HÌNH 1 - 16

Ta có thể viết $y = F(G(u,v), H(u,v), u, v)$. Khi u thay đổi, v không đổi, có thể xem y như một hàm của u và sự thay đổi tuyệt đối của y được tính theo công thức dưới đây:

$$\left. \frac{dy}{du} \right|_{dv=0} = \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial u} + \frac{\partial F}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial u} + \frac{\partial F}{\partial u}$$

ảnh hưởng ảnh hưởng ảnh hưởng ảnh hưởng
tổng cộng gián tiếp gián tiếp trực tiếp
thông qua x_1 thông qua x_2

- Trong trường hợp quan hệ giữa biến nội sinh và biến ngoại sinh không thể hiện dưới dạng tường minh mà dưới dạng hàm ẩn thì để tính sự thay đổi tuyệt đối ta cần áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm ẩn.

+ Nếu biến nội sinh y có liên hệ với các biến ngoại sinh x_1, x_2, \dots, x_n dưới dạng:

$$F(y, x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

Khi đó để tính đạo hàm của y theo x_i ta dùng công thức:

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} = - \frac{\partial F}{\partial x_i} : \frac{\partial F}{\partial y} \quad i = 1 \div n \quad (1.2)$$

Thí dụ 1.9

Giả sử y và x_1, x_2 có liên hệ với nhau theo biểu thức:

$$y^2 = x_1^2 + x_2^2$$

Rõ ràng giữa y và x_1, x_2 có mối liên hệ hàm số nhưng dưới dạng hàm ẩn. Ta cần tìm $\frac{\partial y}{\partial x_i}$, $i=1,2$. Ta có thể viết:

$$y^2 - x_1^2 - x_2^2 = 0 \text{ . Áp dụng công thức ta tính được:}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} = x_i/y \quad i=1,2$$

+ Nếu hàm ẩn được xác định từ hệ phương trình:

$$G_i(y_1, y_2, \dots, y_m, x_1, x_2, \dots, x_n; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k) = 0 \text{ với } i = 1 \div m$$

khi này để tìm các đạo hàm riêng $\frac{\partial y_j}{\partial x_i}$ $i = 1 \div n; j = 1 \div m$ ta cần tính các đạo

hàm riêng $\frac{\partial G_i}{\partial x_i}$ và $\frac{\partial G_i}{\partial y_j}$. Sau đó thiết lập hệ phương trình đại số tương ứng

(dạng ma trận):

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial y_1} & \frac{\partial G_1}{\partial y_2} & \dots & \frac{\partial G_1}{\partial y_m} \\ \frac{\partial G_2}{\partial y_1} & \frac{\partial G_2}{\partial y_2} & \dots & \frac{\partial G_2}{\partial y_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial G_m}{\partial y_1} & \frac{\partial G_m}{\partial y_2} & \dots & \frac{\partial G_m}{\partial y_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} \\ \cdot \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial G_1}{\partial x_1} \\ -\frac{\partial G_2}{\partial x_1} \\ \cdot \\ -\frac{\partial G_m}{\partial x_1} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Giải hệ trên ta sẽ tìm được $\frac{\partial y_1}{\partial x_1}$.

Thí dụ 1.10

Nếu các biến có quan hệ hàm ẩn dạng hệ phương trình tuyến tính sau:

$$b_{11}y_1 + b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = 0$$

$$b_{21}y_1 + b_{22}y_2 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = 0$$

Để tìm các đạo hàm $\frac{\partial y_1}{\partial x_1}$, $\frac{\partial y_2}{\partial x_1}$ ta tính các đạo hàm riêng, lập và giải hệ:

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix}$$

b. Đo lường sự thay đổi tương đối - Hệ số co giãn

Để đo tỷ lệ của sự thay đổi tương đối (tức thời) của biến nội sinh với sự thay đổi tương đối của một biến ngoại sinh, người ta dùng hệ số co giãn (hệ số co giãn riêng). Hệ số co giãn (độ co giãn) của biến y theo biến x₁ tại X, -

ký hiệu là $\varepsilon_{x_i}^y(X)$ - được định nghĩa như sau: gọi sự thay đổi của y là Δy , khi x_i thay đổi một lượng Δx_i , ta có $\Delta y/y$ và $\Delta x_i/x_i$ là tỷ lệ thay đổi tương đối của y và x_i (tỷ lệ % thay đổi của các biến).

Tỷ số $[\Delta y/y] / [\Delta x_i/x_i]$ là tỷ lệ % thay đổi của y khi x_i thay đổi 1%, chuyển qua giới hạn khi $\Delta x_i \rightarrow 0$ ta được công thức:

$$\varepsilon_{x_i}^y(X) = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x_i}{x_i}} = \frac{\partial F(X)}{\partial x_i} \frac{x_i}{F(X)} \quad (1.4)$$

Hệ số này cho biết tại X , khi biến x_i thay đổi (tức thời) 1% còn các biến khác không đổi thì y thay đổi (tức thời) bao nhiêu %. Nếu hệ số co giãn $\varepsilon_{x_i}^y(X) > 0$ thì x_i, y thay đổi cùng hướng, ngược lại $\varepsilon_{x_i}^y(X) < 0$ thì x_i, y thay đổi ngược hướng.

Nếu muốn đo lường sự thay đổi tương đối của y khi tất cả các biến ngoại sinh đều thay đổi (tương đối) theo cùng một tỉ lệ % ta dùng hệ số co giãn chung (toàn phần) được tính như sau: cho $0 < t < 1$ là tỷ lệ biến đổi của các biến ngoại sinh, cho $X(t) = (x_1(1+t), \dots, x_n(1+t))$; ký hiệu Δy là số gia của y , tức là $\Delta y = F(X(t)) - F(X)$. Ta có $\Delta y / F(X)$ là sự thay đổi tương đối của y và $\Delta y / t F(X)$ là sự thay đổi tương đối của y tính theo 1% sự thay đổi của tất cả các biến ngoại sinh, chuyển qua giới hạn tỷ số này khi $t \rightarrow 0$ ta có công thức của độ co giãn toàn bộ - ký hiệu là $\varepsilon^y(X)$:

$$\varepsilon^y(X) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{t F(X)}$$

Ta có $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{t F(X)} = \frac{1}{F(X)} \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{t}$, mặt khác $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{t} = \frac{dF(X(t))}{dt}$ và theo

cách tính đạo hàm hàm hợp $\frac{dF(X(t))}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(X)}{\partial x_i} x_i$. Từ đây suy ra:

$$\varepsilon^y(X) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{x_i}^y(X) \quad (1.5)$$

trong đó $\varepsilon_i^y(X)$ là hệ số co giãn (riêng) của y theo x_i tính tại X . $\varepsilon^y(X)$ cho chúng ta biết tại X tỉ lệ % thay đổi của y khi tất cả x_i đều cùng thay đổi 1%. Xu hướng thay đổi của y phụ thuộc vào dấu và độ lớn của các hệ số co giãn riêng.

Nói chung hệ số co giãn của y (riêng hoặc toàn phần) phụ thuộc điểm chúng ta tính, tức là phụ thuộc vào các biến ngoại sinh. Tuy nhiên nếu quan hệ giữa y và các biến ngoại sinh có dạng hàm Cobb-Douglas:

$$y = \alpha_0 x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$$

khi đó có thể chứng minh được rằng:

$$\varepsilon_i^y(X) = \alpha_i \quad (i = 1 \div n) \quad (1.6)$$

và do đó:

$$\varepsilon^y(X) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad (1.7)$$

Thí dụ 1.11

Với Q là mức sản lượng, K là vốn và L là khối lượng lao động được sử dụng người ta có mô hình quen thuộc (mô hình hàm sản xuất), giả sử có dạng:

$$Q = aK^\alpha L^\beta \quad \text{với } \alpha, \beta > 0. \text{ Ta có } \varepsilon_K^Q = \alpha, \quad \varepsilon_L^Q = \beta \text{ và } \varepsilon^Q = \alpha + \beta.$$

Nếu $y, x_i > 0$, khi đó hệ số co giãn có thể tính theo công thức

$$\varepsilon_i^y(X) = \partial(\text{Lny}) / \partial(\text{Lnx}_i)$$

trong đó Lny , Lnx_i là logarit cơ số tự nhiên của y, x_i .

Sử dụng các quy tắc tính đạo hàm, ta có thể chứng minh các công thức sau:

$$\text{Cho } U = G(x), \quad V = H(x)$$

$$\text{Nếu } Y = UV \text{ thì } \varepsilon_Y^x = \varepsilon_U^x + \varepsilon_V^x \quad (1.8)$$

Nếu $Y = U/V$ thì $\varepsilon_{X_i}^Y = \varepsilon_{X_i}^U - \varepsilon_{X_i}^V$ (1.9)

Nếu gọi $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ là hàm cận biên - ký hiệu là MF_i - và gọi $\frac{y}{x_i}$ là hàm trung bình- ký hiệu là AF_i - của Y theo X_i thì:

$$\varepsilon_{X_i}^Y = \frac{MF_i}{AF_i} \tag{1.10}$$

2. Tính hệ số tăng trưởng (nhịp tăng trưởng)

Nếu trong trường hợp mô hình có biến ngoại sinh là biến thời gian, khi này sự biến động của biến nội sinh theo thời gian được đo bằng hệ số tăng trưởng (nhịp tăng trưởng). Hệ số tăng trưởng của một biến đo tỷ lệ biến động của biến theo đơn vị thời gian.

Nếu $y = F(X_1, X_2, \dots, X_n, t)$ với t là biến thời gian, hệ số tăng trưởng của y - ký hiệu là g_y - được định nghĩa theo công thức:

$$g_y = \frac{\partial y / \partial t}{y} \tag{1.11}$$

Thông thường g_y được tính theo tỷ lệ %. Nếu y dương ta có thể tính $g_y = d \ln y / dt$, như vậy độ dốc của đường $\ln y(t)$ theo thời gian sẽ là nhịp tăng trưởng của y .

Thí dụ 1.12

Với công thức tính lãi kép liên tục, ta có lượng tiền thu được tại thời điểm t - V_t - tính theo công thức: $V_t = V_0 e^{rt}$; trong đó V_0 là vốn gốc, r là lãi suất, t là thời gian. Hệ số tăng trưởng của V_t là r . Nếu thời gian t không quá dài hoặc lãi suất r tính theo từng chu kỳ thì công thức trên có dạng: $V_t = V_0(1+r)^t$ và do đó hệ số tăng trưởng của V là $\ln(1+r) \approx r$.

Từ công thức định nghĩa hệ số tăng trưởng và các quy tắc tính đạo hàm, ta có thể chứng minh các công thức sau:

Cho $U = G(t)$, $V = H(t)$

Nếu $Y = UV$ thì $g_y = g_u + g_v$ (1.12)

Nếu $Y = U / V$ thì $g_y = g_u - g_v$ (1.13)

Nếu $Y=U+V$ thì
$$\varepsilon_y = \frac{U}{U+V} g_u + \frac{V}{U+V} g_v \quad (1.14)$$

Nếu $Y = U - V$ thì
$$g_y = \frac{U}{U-V} g_u - \frac{V}{U-V} g_v \quad (1.15)$$

Tổng quát hơn, nếu biến nội sinh phụ thuộc thời gian một cách gián tiếp thông qua sự phụ thuộc vào thời gian của các biến khác, tức là hàm số có dạng $y = F(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ khi đó hệ số tăng trưởng của y có thể tính dựa vào hệ số tăng trưởng của các biến x_i theo công thức:

$$g_y = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{x_i}^y g_{x_i} \quad (1.16)$$

trong đó $\varepsilon_{x_i}^y$ là hệ số co giãn của y theo x_i và g_{x_i} là hệ số tăng trưởng của x_i .

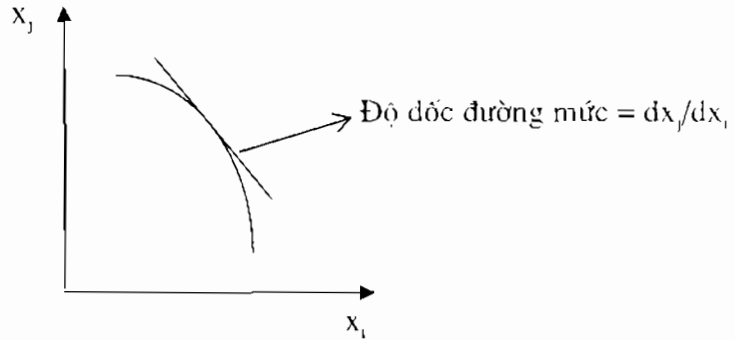
3. Phân tích sự thay thế (bổ sung, chuyển đổi) giữa các biến số

Giả sử $y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$, tại $X = X^0$ giá trị tương ứng của y là $y = F(X^0) = y_0$. Vấn đề đặt ra là nếu ta cho hai biến ngoại sinh thay đổi và cố định các biến khác sao cho y không đổi, tức là $y = y_0$, thì sự thay đổi của hai biến này phải theo tỷ lệ nào? Tùy thuộc vào ý nghĩa thực tiễn của hai biến, tỷ lệ này có thể gọi là tỷ lệ (hệ số) thay thế (ví dụ: thay thế giữa vốn và lao động), tỷ lệ bổ sung (ví dụ: bổ sung giữa hai mặt hàng), tỷ lệ chuyển đổi (ví dụ: chuyển đổi giữa tiêu dùng hiện tại và tiêu dùng tương lai). Ta có thể tính hệ số này như sau: Cho hàm $y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ được biểu diễn dưới dạng tường minh hay hàm ẩn [$F(y, x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$]. Với $y = y_0$, xét đường mức $F(X) = y_0$, lấy vi

phân hai vế ta có:
$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_i} dx_i = dy_0 = 0$$

ĐỂ ĐƠN GIẢN, TA KÝ HIỆU $\partial F / \partial x_i = F_i$, TA CÓ
$$\sum_{i=1}^n F_i dx_i = 0$$

Nếu chỉ hai nhân tố ứng với hai biến x_i và x_j thay đổi, những nhân tố khác không đổi thì đường mức được giới hạn chỉ còn xét trong R^2 với cặp biến (x_i, x_j) và khi này giữa x_i, x_j có quan hệ hàm ẩn và đồ thị của hàm này là đường mức $F(x_i, x_j) = y_0$



HÌNH 1 - 17

Vì $F_1 dx_1 + F_2 dx_2 = 0$ nên $dx_2/dx_1 = -F_1/F_2$. Vế trái của biểu thức này là độ dốc của đường mức và gọi là hệ số thay thế (tỷ lệ thay thế) cận biên của yếu tố i cho yếu tố j và ký hiệu là $MRS(i,j)$. Nếu $MRS < 0$ thì hai yếu tố trên là thay thế hay chuyển đổi cho nhau còn ngược lại thì chúng bổ sung cho nhau. $MRS(i, j)$ cho biết khi thay đổi một đơn vị yếu tố i thì cần thay đổi bao nhiêu yếu tố j tương ứng để vẫn thuộc đường mức.

Thí dụ 1.13

Cho $y = H(x_1, x_2)$ là hàm đồng điệu, ta hãy xét đặc điểm của các đường mức của hàm.

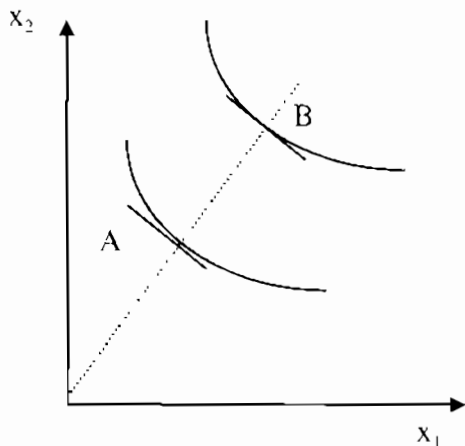
Do $y = H(x_1, x_2)$ là hàm đồng điệu nên ta có thể viết $y = G(F(x_1, x_2))$ với $G > 0$ và $F(x_1, x_2)$ là hàm thuần nhất. Cho $X^A = (x_1^A, x_2^A)$ và $X^B = (tx_1^A, tx_2^A)$ với $t > 0$ (ứng với điểm A, B trên hình 1-18). Xét các đường mức tương ứng với $y_A = G(x_1^A, x_2^A)$ và $y_B = G(tx_1^A, tx_2^A)$. Ta có độ dốc của đường mức ứng với y_A tại điểm A:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{G' F_1(X^A)}{G' F_2(X^A)} = - \frac{F_1(X^A)}{F_2(X^A)}$$

Độ dốc của đường mức ứng với y_B tại điểm B:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{G' F_1(X^B)}{G' F_2(X^B)} = - \frac{F_1(X^B)}{F_2(X^B)} = - \frac{t^{-1} F_1(X^A)}{t^{-1} F_2(X^A)} = - \frac{F_1(X^A)}{F_2(X^A)}$$

Như vậy độ dốc của hai đường mức tại A, B là như nhau, mặt khác A, B là hai điểm nằm trên cùng một tia xuất phát từ gốc tọa độ thành thử về mặt hình học có thể thấy các đường mức của hàm đồng điệu (và do đó của hàm thuần nhất) là các đường đồng dạng phối cảnh (vị tự) của nhau.



HÌNH 1 - 18

Thí dụ 1.14

Xét hàm tuyến tính $y = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i$ ta có $MRS(i,j) = -\alpha_i / \alpha_j$ (hằng số)

Đối với các hàm phi tuyến hệ số thay thế biên giữa hai biến sẽ phụ thuộc vào điểm được tính và nó cho ta biết sự thay thế tính theo lượng tuyệt đối giữa hai biến. Trong trường hợp ta muốn biết sự thay thế tính theo lượng tương đối thì dùng chỉ tiêu “Độ co giãn thay thế” của hai biến x_i, x_j ký hiệu là $\sigma(i,j)$. Chỉ tiêu này được định nghĩa:

$$\sigma(i,j) = \frac{d \ln \frac{x_i}{x_j}}{d \ln MRS(i,j)}$$

Độ co giãn thay thế $\sigma(i,j)$ cho ta biết nếu hệ số thay thế giữa biến x_i, x_j thay đổi 1% thì tỷ lệ x_i/x_j thay đổi bao nhiêu %. Có thể chứng minh được rằng:

+ Hàm dạng Cobb-Douglas có $\sigma(i,j) = 1$

+ Hàm CES: $y = (\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$ ($0 \neq \rho < 1$) sẽ có $\sigma(i,j) = 1 / (1-\rho)$

(hằng số) và đặc điểm này giải thích tên gọi (CES) “độ co giãn thay thế không đổi” của hàm.

III. MÔ PHỎNG MÔ HÌNH

1. Khái niệm về phương pháp mô phỏng

Việc tìm lời giải (dạng hiện hay ẩn) của mô hình thường không đơn giản đặc biệt là đối với các đối tượng phức tạp về cấu trúc. Với một số tình huống cụ thể ta có thể phân tích mô hình mà không cần thiết phải tìm lời giải dạng giải tích. Tuy nhiên trong trường hợp ta muốn hiểu biết đầy đủ, chi tiết hơn về đối tượng để có thể điều khiển có hiệu quả, chẳng hạn ta đề ra một giải pháp, liệu giải pháp có thể thực hiện được hay không? nếu có thì kết quả thực hiện ra sao? có như mong muốn ban đầu?... Khi này, nếu không thể trực tiếp xử lý mô hình bằng các phương pháp thông thường thì ta có thể sử dụng phương pháp “*Mô phỏng mô hình*”. Nội dung cơ bản của mô phỏng là dựa vào mô hình làm hiện trên các phương tiện tính toán (như máy tính) quá trình diễn ra trong thực tế của đối tượng, phân tích kết quả tính toán để nhận thức, giải thích quy luật vận động của đối tượng, dự đoán hành vi của đối tượng và đề xuất, đánh giá các giải pháp. Nhờ sử dụng phương tiện tính toán hiện đại ta có thể thay đổi các giả thiết, các tham số (thay đổi các kịch bản) và tính toán được nhiều quỹ đạo, nhiều phương án hoạt động của đối tượng do đó có thể so sánh tìm giải pháp. Cách làm này gọi là mô phỏng kiểu “Nếu...thì...”.

2. Các phương pháp mô phỏng

Thực chất của mô phỏng là việc tạo ra các tình huống (tạo ra các kịch bản) vì vậy tùy thuộc vào cách thức tạo tình huống ta có các phương pháp mô phỏng sau.

a. Mô phỏng tương tự - Mô phỏng mô hình dạng vật chất

Trong mô phỏng tương tự, người ta xây dựng mô hình vật lý của đối tượng (ví dụ: mô hình máy bay, tàu thủy, công trình thủy điện, nhà...) sau đó tạo ra các tình huống diễn biến thực tế trong các thí nghiệm. Tiến hành hàng loạt các thí nghiệm với một số thay đổi trong các điều kiện, theo dõi, ghi chép, phân tích kết quả để xác định các đặc điểm của đối tượng.

b. Mô phỏng dùng kỹ thuật số - Mô phỏng mô hình toán

+ *Mô phỏng tất định*: Mô phỏng tất định là phương pháp ước lượng quan hệ giữa các biến tất định (phi ngẫu nhiên). Phương pháp được thực hiện theo các bước sau:

- Từ mô hình toán của đối tượng cần lập trình theo ngôn ngữ máy tính

(thường có các ngôn ngữ chuyên dụng cho mô phỏng như SIMULA, SIMSCRIPT, VENSIM...).

- Theo chương trình này, từ thông tin cần thiết và các giả thiết ban đầu, thực hiện vòng đầu tính toán các biến trong khoảng thời gian kế tiếp nhau để có được quỹ đạo của đối tượng.

- Thay đổi giả thiết, số liệu (thay đổi kịch bản) rồi tính vòng tiếp theo và cứ như vậy tiếp tục thực hiện cho một số lần cho đến khi có được một bức tranh tương đối hoàn chỉnh về đối tượng.

Cách mô phỏng này là một trường hợp cụ thể hoá của cách tiếp cận hộp đen đối với đối tượng. Chú ý rằng tùy thuộc mục đích sử dụng mô hình cũng như kết quả phân tích sau mỗi vòng tính mà có thể đưa ra các kịch bản khác nhau.

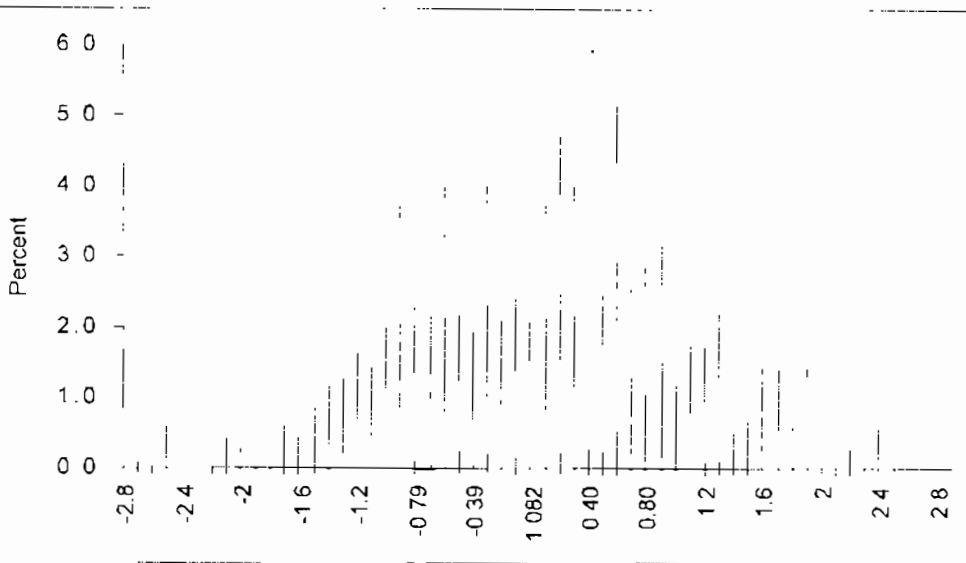
+ Mô phỏng ngẫu nhiên - Mô phỏng Monte Carlo:

Nếu mô hình có chứa biến ngẫu nhiên thì có thể mô phỏng mô hình theo phương pháp mô phỏng ngẫu nhiên hay còn gọi là mô phỏng Monte Carlo (phương pháp Monte Carlo). Nội dung cơ bản của mô phỏng Monte Carlo là bằng cách nào đó tạo ra N phép thử độc lập để có thể ghi nhận sự thể hiện (giá trị tương ứng) của biến ngẫu nhiên, tương tự như việc thu thập mẫu ngẫu nhiên của biến. Từ mẫu, sử dụng các phương pháp phân tích thống kê rút ra các thông tin cần thiết: ước lượng kỳ vọng, xác định phân bố xác suất... Cơ sở lý thuyết của phương pháp Monte Carlo là định lý sau: Cho U là biến ngẫu nhiên có phân bố đều trong đoạn $(0,1)$, X là biến ngẫu nhiên liên tục có hàm phân bố $F(x)$, khi đó biến ngẫu nhiên $Z = F^{-1}(U)$ sẽ có hàm phân bố là F . Từ định lý trên ta thấy để mô phỏng biến X chỉ cần mô phỏng biến U . Việc mô phỏng biến U gọi là tạo ra các "số ngẫu nhiên". Cũng nhờ định lý ta có thể thực hiện mô phỏng hàm của các biến ngẫu nhiên, thật vậy nếu $Y = G(X_1, X_2, \dots, X_k)$ trong đó X_1, X_2, \dots, X_k là các biến ngẫu nhiên đã biết phân bố xác suất, để mô phỏng biến Y ta cần mô phỏng các biến X_i sau đó thay các giá trị vào hàm G . Ngày nay, trong các phần mềm dạng bảng tính đều có sẵn thủ tục tạo số ngẫu nhiên cũng như thủ tục mô phỏng các biến ngẫu nhiên có phân bố xác suất thông dụng.

Thí dụ 1.15

Sử dụng TOOL\ DATA ANALYSIS \RANDOM NUMBER GENERATION trong Excel để mô phỏng 350 giá trị của biến $N(0,1)$ và vẽ

đồ thị hàm mật độ:



HÌNH 1 - 19

BÀI TẬP CHƯƠNG I

1. Tiết kiệm của dân cư (S) (saving) phụ thuộc vào thu nhập (Y) và lãi suất (r) có dạng sau:

$$S = a Y^\alpha r^\beta$$

trong đó $a > 0$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ là các tham số.

- a. Hãy xác định mối quan hệ giữa tiết kiệm với thu nhập và với lãi suất.
 - b. Trong trường hợp thu nhập không thay đổi, nếu muốn tăng 10% tiết kiệm thì phải điều chỉnh lãi suất như thế nào?
2. Nhu cầu nhập khẩu một loại hàng (EM) phụ thuộc vào thu nhập (Y) và thuế nhập khẩu (T) và có dạng như sau:

$$EM = Y^{0.1} / T^{0.3}$$

- a. Hãy xác định độ co giãn của nhu cầu nhập khẩu theo thu nhập, theo thuế nhập khẩu và cho biết ý nghĩa của chúng.
 - b. Trong khuôn khổ mô hình trên, để hạn chế nhập khẩu nhằm bảo hộ hàng nội địa, nhà nước có thể có những biện pháp gì?
3. Qua phân tích các số liệu thống kê của một quốc gia, người ta thấy rằng

có mối liên hệ giữa tỉ lệ lạm phát hàng năm (p) với mức thâm hụt ngân sách của nhà nước (BD) và với tỉ lệ thất nghiệp (u) có dạng như sau:

$$p = a BD^\alpha u^\beta$$

trong đó $a > 0$, $0 < \alpha < 0,5$ và $-0,3 < \beta < 0$. Trong khuôn khổ mô hình trên:

- Hãy xác định mối quan hệ giữa tỉ lệ lạm phát với mức thâm hụt ngân sách và với tỉ lệ thất nghiệp.
- Nếu nhà nước muốn giảm tỉ lệ lạm phát 1% thì có thể có những biện pháp nào?

4. Theo hai nhà kinh tế W. Baumol và J. Tobin thì mức cầu tiền tệ (M) có liên hệ với thu nhập (T), chi phí môi giới giao dịch chứng khoán (b) và lãi suất chứng khoán (i) theo biểu thức sau:

$$M = \sqrt{\frac{bT}{2i}}$$

(Công thức căn bậc hai trong Lí thuyết tiền tệ)

Hãy sử dụng công thức trên để xét xem:

- Khi thu nhập tăng gấp đôi (b, i không đổi) thì mức cầu tiền tệ M có tăng gấp đôi hay không? Vì sao?
- Nếu lãi suất i tăng 1% thì mức cầu tiền tệ thay đổi như thế nào? (T, b không đổi).

5. A. W. Phillips khi nghiên cứu mối liên hệ giữa tỉ lệ lạm phát (p), tỉ lệ thất nghiệp (u) của nước Anh (thời kì 1861 - 1957) đã đưa ra hệ thức:

$$p = f(u) - T \quad (\text{đường cong Phillips})$$

trong đó T là năng suất lao động và $df/du < 0$. Trong khuôn khổ mô hình trên, hãy cho biết:

- Mối quan hệ giữa tỉ lệ lạm phát với tỉ lệ thất nghiệp và năng suất lao động.
- Có thể có những biện pháp nào để giảm áp lực lạm phát và đối với nước ta biện pháp nào khả thi?

6. Thu nhập quốc dân (Y) của một nước có mối quan hệ với mức sử dụng vốn (K), lao động (L), ngân sách đào tạo 3 năm trước (G) và có dạng sau:

$$Y = 0,25 K^{0,5} L^{0,3} G^{0,05}. \quad \text{Với mô hình trên:}$$

- Có ý kiến cho rằng nếu tăng ngân sách đào tạo 10% thì có thể giảm mức sử dụng vốn 1% mà vẫn đảm bảo thu nhập không đổi. Hãy nhận xét ý kiến này.
- Nếu hàng năm vốn tăng 5%, lao động tăng 7% và chỉ cho đào tạo tăng 10% thì thu nhập tăng với nhịp độ là bao nhiêu?

7. Mức cầu về phân bón hàng năm (D) của một quốc gia liên quan tới giá

phân bón (p) trên thị trường quốc tế (tính bằng ngoại tệ) và sản lượng lương thực (A) của quốc gia đó và có dạng:

$$D = c A^{0.1} / p^{0.1}, \quad 0 < c < 1$$

a. Nếu sản lượng lương thực tăng 5% và giá phân bón tăng 2% thì mức cầu về phân bón sẽ biến động thế nào?

b. Nếu hàng năm quốc gia trên xuất khẩu 10% sản lượng lương thực với mức giá (bình quân) là p_A (tính theo ngoại tệ), hãy xác định biểu thức tính cân đối ngoại tệ trong lĩnh vực xuất lương thực và nhập phân bón.

8. Mức cầu về dầu mỏ (D) của một quốc gia liên quan tới giá dầu (p) trên thị trường quốc tế, thu nhập quốc dân (M), sản lượng than (A) của quốc gia đó và có dạng:

$$D = p^{-0.3} M^{0.2} A^{-0.1}$$

a. Nếu các yếu tố liên quan tới mức cầu về dầu mỏ trong mô hình trên đều tăng 1% thì mức cầu sẽ biến động như thế nào?

b. Với giá dầu trên thị trường quốc tế tăng 10%, thu nhập không đổi, nếu muốn ổn định mức tiêu thụ dầu, quốc gia trên cần có biện pháp nào?

9. Kim ngạch xuất khẩu (E) và nhập khẩu (I) của một nước có dạng như sau:

$E(t) = E_0 e^{bt}$, $I(t) = I_0 e^{at}$ trong đó E_0, I_0 , a, b là các tham số dương, t là biến thời gian.

a. Giải thích ý nghĩa của E_0, I_0 , a, b.

b. Nếu ở thời kì gốc ($t = 0$) có thâm hụt thương mại thì tình trạng này sẽ diễn biến như thế nào theo thời gian? (xét các trường hợp $a > b$, $a < b$ và $a = b$)

10. Cho khuynh hướng tiêu dùng biên là $MPC(Y) = 0,8 + 0,1Y^{-1/2}$, trong đó Y là thu nhập. Cho biết $C(Y) = Y$ khi $Y = 100$ USD.

a. Tính hệ số co giãn của tiêu dùng $C(Y)$ theo Y tại mức 256USD, giải thích ý nghĩa.

b. Cho biết $Y = 0,2e^{0,02t}$. Tìm nhịp tăng trưởng của $C(Y)$ tại mức 256USD và giải thích.

11. Hàm tiêu dùng một loại hàng A của một nhóm dân cư được ước lượng bởi hàm:

$$C = 10 + 0,4M - 0,002M^2 - 0,02p$$

trong đó M là thu nhập của nhóm dân cư đó và p là giá hàng A.

a. Xác định số % thay đổi của C khi M tăng 1% và p giảm 1% tại mức $M = 100$ USD và $p = 10$ USD, giải thích ý nghĩa kinh tế.

b. Nếu giả thiết là thu nhập M của nhóm dân cư đó lại phụ thuộc vào p dưới dạng $M = f(p)$ có $f'(p) > 0$. Viết biểu thức thể hiện sự ảnh hưởng của p tới C.

12. Lượng vốn đầu tư nước ngoài vào một nước là hàm số của nhịp tăng thu nhập quốc dân (g) và mức tiền công trung bình (W) và có dạng: $I = -40 + 12g^2 - 0,3W$.

a. Xác định biểu thức tính tỉ lệ % thay đổi của I khi g và W cùng tăng 1%.

b. Nếu mức tiền công W là hàm số của p và có dạng $W = f(p)$ với $dW/dp > 0$. Hãy viết biểu thức cho biết mức thay đổi của l khi p thay đổi.

13. Thu nhập quốc dân của một quốc gia có dạng $Y = 0,21 K^{0,1} L^{0,3} NX^{0,6}$; trong đó K - vốn, L - lao động, NX là xuất khẩu ròng.

a. Có ý kiến cho rằng với L không đổi, nếu tăng mức xuất khẩu ròng lên 5% thì có thể giảm chi phí vốn 1% mà thu nhập vẫn không đổi, cho biết điều đó đúng hay sai?

b. Cho nhịp tăng trưởng của $NX = 3\%$, $K = 5\%$, $L = 10\%$. Xác định nhịp tăng trưởng của Y .

14. Thu nhập hàng năm của một cá nhân (Y) có dạng $Y = 0,6 L^{0,1} R^{0,9}$ trong đó L là số giờ làm việc của cá nhân và R là lãi suất.

a. Do lãi suất tăng 5% trong năm nên cá nhân đã giảm số giờ làm việc 10% và tin rằng thu nhập của mình sẽ tăng. Niềm tin của cá nhân đó có căn cứ hay không?

b. Có ý kiến cho rằng thu nhập tăng cùng nhịp độ với số giờ làm việc và lãi suất. Hãy nhận xét ý kiến này.

15. Lợi nhuận hàng năm (Y) của một công ty có dạng $Y = 0,4 R^{0,1} T^{0,9}$ trong đó R là doanh thu của công ty, T là thuế suất của thuế phải nộp cho nhà nước.

a. Mặc dù thuế suất tăng 5% nhưng đồng thời doanh thu của công ty tăng 10% nên công ty tin rằng lợi nhuận của mình sẽ tăng. Niềm tin của công ty đó có căn cứ hay không?

b. Có ý kiến cho rằng lợi nhuận của công ty tăng cùng nhịp độ với doanh thu. Hãy nhận xét ý kiến này.

16. Kim ngạch xuất khẩu dầu mỏ (X) sang Mỹ của một quốc gia vùng Trung Đông phụ thuộc vào mức giá cả (P) của quốc gia đó và thu nhập quốc dân của Mỹ (Y) và có dạng:

$$X = Y^{0,5} / P^{0,5}$$

a. Tính độ co giãn của X theo Y và theo P . Giải thích ý nghĩa.

b. Nếu hàng năm Y tăng 3%, P tăng 5% thì X biến động như thế nào?

17. Giả sử dân số tăng theo mô hình $P(t) = P(0) 2^{ht}$ và tiêu dùng dân cư tăng theo mô hình:

$$C(t) = C(0) e^{at}$$

a. Tính hệ số tăng trưởng của dân số và tiêu dùng dân cư.

b. Với điều kiện nào của a, b thì hệ số tăng trưởng của tiêu dùng cao hơn hệ số tăng trưởng của dân số. Nêu ý nghĩa của quan hệ đó.

18. Tổng số vốn đầu tư của nước ngoài (FDI) vào một quốc gia phụ thuộc vào mức tiền lương trung bình (w) và tốc độ tăng thu nhập quốc dân (g) của quốc gia đó và có dạng:

$$FDI = -25 + 12g^2 - 0,4w$$

- a. Xác định biểu thức tính sự biến động của FDI khi cả g và w đều thay đổi.
- b. Nếu thu nhập quốc dân tăng 6%, xác định giới hạn tiền lương để có thể thu hút thêm vốn nước ngoài.

19. Mối quan hệ giữa tiền lương của lao động có đào tạo (v), chi phí cho đào tạo (G) và tỉ lệ thất nghiệp (U) của một nước có dạng: $av^2 - bG^2 - \ln(U) = 0$

- a. Xác định biểu thức tính độ co giãn của chi phí đào tạo theo các yếu tố khác.
- b. Xác định biểu thức tính nhịp tăng trưởng của chi phí đào tạo theo nhịp tăng của các yếu tố khác.

20. Mối quan hệ giữa giá (P) của một loại hàng với mức dư cầu (DS) có dạng:

$$DS = P - 0,1 P^2 = c \text{ (hằng số).}$$

- a. Xác định biểu thức tính tốc độ biến động của giá khi mức dư cầu thay đổi.
- b. Xác định hệ số co giãn của mức dư cầu theo giá tại mức giá p_0 .

Chương II

MÔ HÌNH TỐI ƯU TRONG KINH TẾ

Mô hình tối ưu là lớp mô hình được sử dụng khá phổ biến từ lâu trong phân tích kinh tế và kinh doanh bởi ý nghĩa thực tiễn của nó cũng như công cụ toán học hỗ trợ phân tích khá hoàn chỉnh. Phần giới thiệu chung về mô hình tối ưu cung cấp cho ta cái nhìn khái quát về vai trò của mô hình, các vấn đề liên quan và công cụ toán có thể sử dụng để giải quyết. Đây là những kiến thức cơ bản giúp ta bước đầu có thể mô hình hoá và giải quyết nhiều vấn đề thực tiễn bằng mô hình tối ưu. Phần sau của chương sẽ đề cập tới một loạt mô hình cụ thể liên quan tới những vấn đề kinh tế vi mô. Do giới hạn của chương trình, ta sẽ chỉ xét các *mô hình tối ưu tất định và tĩnh*.

§1. GIỚI THIỆU CHUNG VỀ MÔ HÌNH TỐI ƯU

I. SỰ LỰA CHỌN CỦA TÁC NHÂN KINH TẾ

1. Khái niệm về tác nhân

a. Về mặt nhân sự, năng lực và đặc điểm hành vi

Xét về mặt nhân sự, tác nhân kinh tế (chủ thể kinh tế) có thể là *một cá nhân, một tập thể người* có đủ năng lực hành vi phù hợp với quy định của luật pháp và tập quán. Tác nhân có thể là hộ gia đình, doanh nghiệp, công ty, tổ chức chính phủ hay phi chính phủ, một quốc gia...

Suy cho cùng đối tượng được xem là tác nhân là CON NGƯỜI. Trong quá trình hoạt động - quá trình *ra quyết định* - hành vi ra quyết định của đối tượng thường được giá định là hành vi *hợp lý*. Tính *hợp lý trong hành vi* của đối tượng được quan niệm như sau:

(i) *Trong khuôn khổ các điều kiện của bản thân, của môi trường tự nhiên, môi trường xã hội, đối tượng phải có năng lực nhận thức được những khả năng hoạt động có thể có cũng như khả năng không thể có.*

(ii) *Đối tượng phải xét tới tất cả thông tin có thể tiếp cận được để biết được kết quả của việc lựa chọn khả năng hoạt động có thể có.*

(iii) *Trên cơ sở các kết quả tương ứng với từng khả năng, đối tượng có thể phân loại, sắp xếp các khả năng theo tiêu chuẩn nhất định của bản thân.*

b. Về hoạt động

Đối tượng nhân sự được coi là tác nhân nếu đối tượng có toàn quyền ra quyết định lựa chọn khả năng hoạt động (khả năng có thể có) của mình, đồng thời hoàn toàn chịu trách nhiệm về kết quả của việc ra quyết định trên. Nói cách khác đối tượng có quyền tự chủ, tự chịu trách nhiệm trong hoạt động của mình.

Như vậy điểm quan trọng để phân biệt tác nhân với đối tượng khác chính là căn cứ vào đặc điểm trong hoạt động tự chủ của đối tượng. Với quan niệm này các doanh nghiệp của Việt nam trong cơ chế kế hoạch tập trung trước đây không được xem là tác nhân.

2. Sự lựa chọn của tác nhân

Hoạt động của con người luôn là hoạt động có ý thức và hướng đích. Từ việc dự kiến mục đích của hoạt động và nhận thức các điều kiện chủ quan và khách quan liên quan tới hoạt động, con người luôn điều chỉnh hoạt động của mình sao cho thích nghi, phù hợp với môi trường nhằm đạt mục đích. Sự tác động, biến động của các điều kiện trong môi trường và sự thay đổi của bản thân đã tạo ra *nhiều khả năng lựa chọn cho cá nhân trong các quyết định*. Tác nhân cũng là những con người, với suy tính và hành vi hợp lý, tác nhân luôn *chọn khả năng đáp ứng tốt nhất mục đích theo những chuẩn mực đã định trước*. Ngoài các chuẩn mực chung phù hợp với hành vi con người, có thể có các chuẩn mực mang tính chủ quan cá nhân. Tuy nhiên trong xã hội văn minh, chuẩn mực cá nhân phải phù hợp với luật pháp, phong tục, tập quán truyền thống. Như vậy sự lựa chọn quyết định trong số các khả năng có thể có của tác nhân là *sự lựa chọn tối ưu* theo các tiêu chuẩn, chuẩn mực nhất định. Mô hình mô tả sự lựa chọn này gọi là mô hình tối ưu.

3. Cấu trúc của mô hình tối ưu

Theo quan niệm chung, cấu trúc mô hình tối ưu cũng bao gồm các biến và các hệ thức liên hệ. Tuy nhiên để làm rõ vai trò của các bộ phận cấu thành cũng như tạo thuận tiện trong sử dụng công cụ toán, ta sẽ đề cập cấu trúc mô hình tối ưu theo đặc tính riêng của lớp mô hình này.

a. Tập chấp nhận

Trong quá trình hoạt động kinh tế của tác nhân, do tác động của các

quy luật và điều kiện tự nhiên, xã hội tạo ra mối quan hệ giữa các yếu tố và hình thành các *khả năng* cho tác nhân có thể lựa chọn. Tập các khả năng này gọi là *tập chấp nhận* đối với hoạt động của tác nhân và ta sẽ ký hiệu là \mathcal{D} . Tập chấp nhận có thể là hữu hạn, vô hạn đếm được hoặc không đếm được.

Thí dụ 2.1

+ Khi người tiêu dùng mua hàng với khối lượng x , các khả năng lựa chọn khối lượng để mua sẽ là $x \geq 0$, do đó $\mathcal{D} = \{x \geq 0\}$.

+ Để phát triển nguồn năng lượng điện phục vụ cho quá trình CNH - HĐH đất nước, chúng ta có thể chọn: A: phát triển nhiệt điện, B: phát triển thủy điện, C: phát triển điện địa nhiệt, D: phát triển điện nguyên tử, như vậy tập chấp nhận trong việc lựa chọn phương án phát triển ngành điện là $\mathcal{D} = \{A, B, C, D\}$.

Mỗi phần tử thuộc \mathcal{D} gọi là *điểm chấp nhận* hoặc phương án, kế hoạch của tác nhân.

b. Biến chọn

Nếu khả năng lựa chọn của tác nhân được mô hình hoá bởi vectơ biến $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ thì các biến x_1, x_2, \dots, x_n gọi là các *biến chọn*. Như vậy các biến chọn sẽ trực tiếp thể hiện khả năng lựa chọn của tác nhân và chúng là các biến nội sinh của mô hình. Thí dụ: nếu doanh nghiệp muốn chọn mức sản lượng để tối đa hoá lợi nhuận thì biến sản lượng là biến chọn, nếu nhà nước muốn điều chỉnh thuế suất của một sắc thuế để tăng thu ngân sách thì biến thuế suất là biến chọn... Kết hợp khái niệm tập chấp nhận và biến chọn chúng ta có thể coi tập các giá trị có thể có đối với các biến chọn là tập chấp nhận và do đó có thể dùng ký hiệu $X \in \mathcal{D}$ để biểu thị điểm chấp nhận.

c. Quan hệ thứ tự ưa thích, biến mục tiêu và hàm mục tiêu

1. Quan hệ thứ tự ưa thích trên tập chấp nhận

Nếu tác nhân chọn $X \in \mathcal{D}$ sẽ đem lại kết quả nhất định. Kết quả có thể là tích cực, là tốt nhưng cũng có thể là hậu quả xấu, tiêu cực xét theo mục đích lựa chọn của tác nhân. Theo điều kiện (iii) trong giả thiết về hành vi hợp lý, tác nhân có thể phân loại, sắp xếp các khả năng theo một thứ tự phù hợp với mục tiêu của việc lựa chọn gọi là *thứ tự ưa thích của tác nhân*. Như vậy ta có thể giả thiết: đối với tác nhân, trên tập chấp nhận \mathcal{D} có tồn tại một quan hệ thứ tự hai ngôi \succsim và gọi là *thứ tự ưa thích* của tác nhân. Nếu X^1 ,

$X^2 \in \mathcal{D}$ và $X^1 \succ X^2$ thì ta nói X^1 được tác nhân ưa thích hơn X^2 . Nếu $X^* \in \mathcal{D}$ và $X^* \succ X, \forall X \in \mathcal{D}$ thì X^* gọi là ưa thích nhất. Từ quan hệ thứ tự ưa thích này ta có thể dẫn xuất ra hai quan hệ con (quan hệ bộ phận):

+ Nếu ta có $X^1 \succ X^2$ và đồng thời $X^2 \succ X^1$ thì ta nói X^1, X^2 được tác nhân ưa thích như nhau hay tác nhân sẽ thờ ơ trong lựa chọn giữa X^1 và X^2 ; ta sẽ ký hiệu $X^1 \sim X^2$.

+ Nếu ta có $X^1 \succ X^2$ nhưng không có $X^2 \succ X^1$ thì ta nói X^1 được tác nhân ưa thích hơn hẳn X^2 và sẽ ký hiệu $X^1 \succ X^2$. Để phù hợp với hành vi hợp lý, thứ tự ưa thích \succ phải thoả mãn các tiên đề về thứ tự hợp lý sau đây:

Quan hệ thứ tự \succ trên \mathcal{D} gọi là thứ tự hợp lý nếu thoả mãn:

(i) *Tính đầy đủ*: với mọi $X^1, X^2 \in \mathcal{D}$ ta có hoặc $X^1 \succ X^2$ hoặc $X^2 \succ X^1$

(ii) *Tính bắc cầu*: nếu với $X^1, X^2, X^3 \in \mathcal{D}$ ta có $X^1 \succ X^2$ và $X^2 \succ X^3$ thì ta phải có $X^1 \succ X^3$

Quan hệ thứ tự \succ trên \mathcal{D} gọi là có tính chất phản xạ (tự thân) nếu $\forall X \in \mathcal{D}$ ta có $X \succ X$, nếu không có tính chất này thì quan hệ gọi là không phản xạ. Quan hệ \succ có tính đối xứng nếu ta có $X^1 \succ X^2$ thì sẽ có $X^2 \succ X^1$, trái lại gọi là quan hệ phi đối xứng.

Thí dụ 2.2

Cho $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2$, ta định nghĩa quan hệ thứ tự \succ trên \mathcal{D} như sau:

Với $X^1 = (x_1^1, x_2^1)$ và $X^2 = (x_1^2, x_2^2)$ ta định nghĩa: $X^1 \succ X^2 \Leftrightarrow x_1^1 \geq x_1^2$

Dễ ràng thấy rằng quan hệ thứ tự ở trên là quan hệ hợp lý và:
 $X^1 \succ X^2 \Leftrightarrow x_1^1 > x_1^2$; $X^1 \sim X^2 \Leftrightarrow x_1^1 = x_1^2$

Quan hệ \succ là quan hệ hợp lý, không phản xạ và phi đối xứng; quan hệ \sim là quan hệ hợp lý, phản xạ, đối xứng.

2. Biến mục tiêu và hàm mục tiêu (hàm lợi ích)

Ở mục trên, chúng ta giả thiết rằng trong quá trình lựa chọn phương án hoạt động (chọn điểm chấp nhận), tác nhân dựa vào thứ tự ưa thích \succ của mình để chọn phương án được ưa thích nhất. Nếu số phương án là hữu hạn và không lớn, tác nhân có thể liệt kê toàn bộ, so sánh và lựa chọn. Tuy nhiên nếu số phương án rất lớn hoặc thậm chí vô hạn thì cách liệt kê không

thể thực hiện được và ta cần phải tìm cách thức khác. Chúng ta biết rằng, xét theo *lợi ích* của tác nhân sẽ nhận được khi lựa chọn phương án, thứ tự \succ thể hiện quan điểm đánh giá của tác nhân đối với các phương án. Nếu $X^1 \succ X^2$ thì lợi ích tác nhân thu được khi chọn X^1 sẽ không ít hơn khi chọn X^2 , nếu $X^1 \succ X^2$ thì lợi ích khi chọn X^1 sẽ lớn hơn, khi $X^1 \sim X^2$ lợi ích khi chọn X^1 hoặc X^2 sẽ như nhau. Do lợi ích của tác nhân gắn với mục tiêu hoạt động do đó nếu yếu tố lợi ích được biến số hoá thì biến này gọi là *biến mục tiêu* của tác nhân. Trong hoạt động kinh tế có nhiều yếu tố lợi ích mang tính định lượng nên dễ biến số hoá, thí dụ: yếu tố lợi nhuận (hoặc chi phí) khi doanh nghiệp chọn phương án sản xuất kinh doanh. Tuy nhiên cũng có nhiều trường hợp yếu tố lợi ích có tính chất định tính, ví dụ: lợi ích của hộ gia đình khi chọn mua và tiêu thụ hàng hoá, lợi ích của quốc gia khi hội nhập kinh tế, lợi ích của dân chúng khi nhà nước thực hiện cải cách hành chính theo các phương án... Trong trường hợp này để biến số hoá lợi ích ta có thể dùng kỹ thuật đo lường biến định tính đã được giới thiệu trong chương I. Nếu ta ký hiệu biến mục tiêu là z , rõ ràng giữa z và $X \in \mathcal{D}$ có mối liên hệ và nếu mối liên hệ này được thể hiện dưới dạng hàm $z = U(X)$ thì hàm $U(X)$ gọi là *hàm mục tiêu* của tác nhân hoặc *hàm lợi ích* của tác nhân khi chọn X . Đặc trưng quan trọng của hàm $U(X)$ là nó phải *tương thích (phù hợp)* với thứ tự \succ , tức là:

$$(i) \quad X^1 \succ X^2 \Leftrightarrow U(X^1) \geq U(X^2)$$

$$(ii) \quad X^1 \succ X^2 \Leftrightarrow U(X^1) > U(X^2)$$

$$(iii) \quad X^1 \sim X^2 \Leftrightarrow U(X^1) = U(X^2)$$

Nếu biến mục tiêu z là biến định lượng thì hàm $z = U(X)$ luôn tồn tại và duy nhất. Nếu biến z là biến định tính thì tính hợp lý của thứ tự ưa thích chưa đủ để đảm bảo sự tồn tại của hàm $z = U(X)$. Ta cần bổ sung thêm giả thiết đối với thứ tự. Ta giả thiết rằng tập chấp nhận bao gồm các vectơ biến chọn.

+ *Tính liên tục*: Quan hệ thứ tự \succ trên \mathcal{D} gọi là có *tính chất liên tục*

nếu với $X^i, Y^i \in \mathcal{D}$ mà $X^i \succ Y^i$ với $i = 1, 2, 3, \dots$ và $\lim_{i \rightarrow +\infty} X^i = X^0$,

$\lim_{i \rightarrow +\infty} Y^i = Y^0$, $X^0, Y^0 \in \mathcal{D}$ thì $X^0 \succ Y^0$; tức là quan hệ thứ tự được bảo toàn

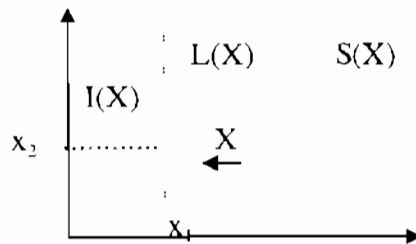
qua giới hạn. Một cách trực quan, giả thiết về tính liên tục có ý nghĩa là: nếu ta thay đổi “chút ít” thành phần của của hai dãy phương án thì thứ tự sắp xếp của hai dãy này không đổi. Điều này loại trừ tính đột biến trong hành vi hợp lý của tác nhân. Có một định nghĩa tương đương khác về tính liên tục của thứ tự thông qua khái niệm tập mức của thứ tự.

3. Tập mức và đường mức của thứ tự

Cho quan hệ thứ tự \succsim trên \mathcal{D} , với $X \in \mathcal{D}$ ta gọi: $S(X) = \{Y: Y \in \mathcal{D}, Y \succsim X\}$, $I(X) = \{Y: Y \in \mathcal{D}, X \succsim Y\}$, $L(X) = \{Y: Y \in \mathcal{D}, Y \sim X\}$ lần lượt là tập mức trên, tập mức dưới, đường mức của thứ tự ứng với X . Tính liên tục của thứ tự có thể định nghĩa: Quan hệ thứ tự \succsim trên \mathcal{D} gọi là có tính chất liên tục nếu với mọi $X \in \mathcal{D}$ các tập $S(X)$, $I(X)$ là các tập đóng trong \mathbb{R}^n . Vì $L(X) = S(X) \cap I(X)$ nên khi này $L(X)$ sẽ là tập đóng.

Thí dụ 2.3

Ta sẽ chứng tỏ rằng quan hệ thứ tự trong thí dụ 2.2 là liên tục. Điều này là hiển nhiên vì qua giới hạn của dãy số, quan hệ \geq được bảo toàn. Nếu xét tập mức và đường mức ta có hình vẽ sau minh họa:



HÌNH 2 - 1

Do $S(X), I(X)$ là các nửa mặt phẳng nên chúng là các tập đóng.

4. Sự tồn tại hàm mục tiêu $U(X)$ - Định lý biểu diễn của G. Debreu (1953)

Định lý biểu diễn: Nếu quan hệ thứ tự \succsim trên $\mathcal{D} \equiv \mathbb{R}_+^n$ có tính chất hợp lý, liên tục thì tồn tại hàm $U(X)$ liên tục, tương thích với thứ tự.

Nói cách khác, từ quan hệ thứ tự ưa thích có tính chất hợp lý, liên tục trên \mathbb{R}_+^n ta có thể cảm sinh hàm $U(X)$ liên tục và tương thích với thứ tự.

Do trong các ứng dụng phân tích kinh tế các biến chọn x_i thường là không âm, tính hợp lý và liên tục của thứ tự cũng thường được thoả mãn vì

vậy các giả thiết của định lý được đảm bảo do đó hoàn toàn có thể mô hình hoá được hàm mục tiêu của tác nhân trong trường hợp biến mục tiêu là biến định tính. Để ý rằng nếu $z = U(X)$ là hàm mục tiêu thì qua phép biến đổi đơn điệu dương $w = F(U(X)) \equiv V(X)$ ta có thể thấy $V(X)$ cũng tương thích với thứ tự do đó có thể xem $V(X)$ cũng là hàm mục tiêu. Như vậy quan hệ thứ tự ưa thích có tính chất hợp lý, liên tục trên R_+^n sẽ cảm sinh một họ hàm liên tục và tương thích với thứ tự. Tùy thuộc tình huống cụ thể ta có thể chọn dạng hàm trong họ hàm này sao cho đơn giản, đáp ứng được những yêu cầu khác về mặt toán học (khả vi, tựa lõm...) để giúp ta phân tích.

4. Dạng tổng quát của mô hình tối ưu

a. Mô hình tối ưu một mục tiêu

Nếu lựa chọn của tác nhân trên tập chấp nhận \mathcal{D} chỉ căn cứ vào một mục tiêu với biến mục tiêu z và hàm mục tiêu $z = U(X)$ thì ta có mô hình tối ưu sau:

Tìm $X \in \mathcal{D}$ sao cho $\text{Max } U(X)$, hoặc viết gọn hơn $z = U(X) \rightarrow \text{Max}, X \in \mathcal{D}$.

b. Mô hình tối ưu đa mục tiêu

Nếu lựa chọn của tác nhân căn cứ vào k mục tiêu ứng với k biến mục tiêu z_1, z_2, \dots, z_k và k hàm mục tiêu $z_i = U_i(X) \quad i = 1+k$ thì mô hình có dạng:

$$z_i = U_i(X) \rightarrow \text{Max}, X \in \mathcal{D}, i = 1+k.$$

Chú ý rằng trong thực tế có thể có biến mục tiêu tác nhân muốn cực tiểu hoá (biến mục tiêu liên quan đến tổn thất, thiệt hại, chi phí khi tác nhân lựa chọn phương án X), bằng cách đổi dấu của biến ta luôn có thể quy về trường hợp cực đại hoá.

II. MỘT SỐ GIẢ THIẾT VÀ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN MÔ HÌNH TỐI ƯU

Để có thể sử dụng công cụ toán phân tích mô hình, ta cần có một số giả thiết liên quan đến các bộ phận cấu thành mô hình.

1. Các giả thiết

a. Giả thiết chung đối với tập chấp nhận và ý nghĩa

Ngoài giả thiết $\mathcal{D} \subset R^n$ và khác rỗng, ta sẽ đưa thêm một số khác:

(i) \mathcal{D} là tập đóng; ý nghĩa của giả thiết này là nếu có một khả năng nào đó không khác nhiều lắm so với một loạt khả năng tác nhân có thể chấp nhận thì khả năng này cũng sẽ được chấp nhận.

(ii) \mathcal{D} là tập lồi; ý nghĩa của giả thiết: giữa hai khả năng tác nhân chấp nhận thì khả năng trung gian cũng là khả năng được chấp nhận.

b. Giả thiết chung đối với mô hình tối ưu dạng bài toán quy hoạch

Như ta biết, tập chấp nhận \mathcal{D} biểu thị các giá trị có thể có của biến chọn tức là biểu thị các hạn chế, ràng buộc, điều kiện đối với các biến chọn. Do đó người ta hay dùng các bất phương trình (hoặc phương trình) để mô tả tập \mathcal{D} . Với cách mô tả này mô hình tối ưu gọi là *bài toán quy hoạch*. Do khuôn khổ chương trình, ta sẽ chỉ xét mô hình tối ưu có dạng bài toán quy hoạch. Các mô hình tối ưu ứng dụng trong kinh tế thường có dạng như sau:

+ *Bài toán một mục tiêu:*

$$z = U(X) \rightarrow \text{Max (Min)} \tag{2.1}$$

$$\mathcal{D} = \{ X \in \mathbb{R}_+^n, g_i(X) \leq (\geq) b_i, i = \overline{1, m} \} \tag{2.2}$$

+ *Bài toán đa mục tiêu:*

$$z_j = U_j(X) \rightarrow \text{Max (Min)} (j = \overline{1, k}) \tag{2.3}$$

$$\mathcal{D} = \{ X \in \mathbb{R}_+^n, g_i(X) \leq (\geq) b_i, i = \overline{1, m} \} \tag{2.4}$$

Trong lý thuyết tối ưu hoá ta đã biết:

+ *Nếu các hàm ràng buộc $g_i(X)$ liên tục thì \mathcal{D} là tập đóng.*

+ *Nếu các hàm ràng buộc $g_i(X)$ lồi (tụ lõm) thì \mathcal{D} là tập lồi.*

Ngoài ra để có thể sử dụng công cụ toán trong phân tích mô hình tối ưu, các hàm mục tiêu, hàm ràng buộc trong bài toán tối ưu đều được giả thiết là *khả vi liên tục* (thường ít nhất là bậc 2).

2. Phân tích mô hình - Những vấn đề liên quan

Trong quá trình phân tích mô hình tối ưu sẽ nảy sinh một số vấn đề vì vậy cần phải sử dụng các kết quả trong lý thuyết tối ưu hoá để xử lý. Các kết quả này có được nhờ các giả thiết nhất định đối với các bộ phận cấu thành mô hình. Nhiều giả thiết thường là biểu hiện của các quy luật trong quá trình hoạt động kinh tế do đó việc đưa ra các giả thiết đối với mô hình mang tác động “kép”, chúng vừa phản ánh tác động của quy luật vừa giúp ta phân tích mô hình.

a. Giải mô hình - Sự tồn tại nghiệm

Công việc đầu tiên trong phân tích mô hình là xác định nghiệm - giải mô hình. Vì mô hình của chúng ta là bài toán quy hoạch nên việc tìm nghiệm chính là tìm phương án tối ưu. Do đó vấn đề liên quan trước tiên là sự tồn tại và tính duy nhất của phương án tối ưu. Chúng ta sẽ xem xét chi tiết vấn đề này và công cụ toán xử lý.

1. Bài toán một mục tiêu - Điều kiện cần và đủ cho sự tồn tại nghiệm

Xét mô hình tối ưu một mục tiêu:

$$z = U(X) \rightarrow \text{Max (Min)} \tag{2.5}$$

$$\mathcal{D} = \{ X \in \mathbb{R}_+^n, g_i(X) \leq (\geq) b_i, i = \overline{1, m} \} \tag{2.6}$$

Các kết quả liên quan ta có thể sử dụng bao gồm các tính chất và định lý dưới đây:

+ **Định lý về sự tồn tại nghiệm:** Nếu tập chấp nhận \mathcal{D} compact (đóng và bị chặn), hàm $U(X)$ liên tục thì bài toán trên tồn tại phương án tối ưu.

+ **Tính duy nhất của nghiệm:** Nếu bài toán (2.5) - (2.6) có nghiệm và hàm $U(X)$ tựa lõm (tựa lồi) chặt thì nghiệm là duy nhất.

Trong trường hợp chúng ta không những quan tâm tới sự tồn tại của nghiệm mà còn muốn biết điều kiện chi tiết của sự tồn tại thể hiện bởi các tính chất, các quan hệ giữa các biến và hàm trong mô hình, thì dùng các kết quả sau:

+ **Hàm Lagrange và định lý Kuhn - Tucker - Điều kiện cần của tối ưu**

Từ bài toán (2.5) - (2.6) ta định nghĩa hàm Lagrange tương ứng:

$$L(X, \lambda) = U(X) + \sum_{i=1}^m \lambda_i [b_i - g_i(X)] \tag{2.7}$$

Để đơn giản trong cách viết ta sẽ ký hiệu:

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} \equiv L_j; \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} \equiv L_i, j = \overline{1, n}; i = \overline{1, m}$$

+ **Định lý Kuhn - Tucker:** Nếu X^* là nghiệm của bài toán (2.5) - (2.6) và thoả mãn điều kiện chính qui thì tồn tại $\lambda^* \in \mathbb{R}_+^m$ sao cho:

$$(i) L_j(X^*, \lambda^*) \leq (\geq) 0; j = \overline{1, n}$$

$$(ii) x_j^* L_j(X^*, \lambda^*) = 0; j = 1 \div n$$

$$(iii) L_i(X^*, \lambda^*) \geq (\leq) 0; i = 1 \div m$$

$$(iv) \lambda_i^* L_i(X^*, \lambda^*) = 0; i = 1 \div m$$

Chú ý:

- Nếu các ràng buộc i trong (2.6) có dạng phương trình thì cách xây dựng hàm Lagrange cũng như trên nhưng trong định lý điều kiện $\lambda^* \in \mathbb{R}_+^m$ thay bằng $\lambda^* \in \mathbb{R}^m$.

- Các điều kiện (i) \rightarrow (iv) gọi là **điều kiện Kuhn - Tucker**, điều kiện (ii) gọi là điều kiện bù đối với biến chọn x_j ; điều kiện (iv) gọi là điều kiện bù đối với ràng buộc i .

- Các nhân tử Lagrange ứng với phương án tối ưu X^* - các λ_i^* - trong trường hợp được xác định duy nhất gọi là “**giá mờ**” của ràng buộc i .

- Nếu (2.5) - (2.6) là quy hoạch lồi thì điều kiện Kuhn - Tucker đối với phương án X (thỏa mãn điều kiện chính qui) sẽ là điều kiện đủ để X là phương án tối ưu.

. Ta có thể xét điều kiện đủ với lớp bài toán rộng hơn bài toán quy hoạch lồi nhờ định lý Arrow - Enthoven.

+ **Định lý Arrow - Enthoven:** Nếu bài toán (2.5) - (2.6) có:

(i) $U(X)$ khả vi, tựa lõm (tựa lồi) trong \mathbb{R}_+^n

(ii) $g_i(X)$ khả vi, tựa lồi (tựa lõm) trong $\mathbb{R}_+^n, i = 1 \div m$

(iii) X^0 là phương án của bài toán, thỏa mãn điều kiện chính qui và điều kiện Kuhn - Tucker

(iv) Một trong số các điều kiện sau:

+ Tồn tại chỉ số j sao cho $\frac{\partial U(X^0)}{\partial x_j} < (>) 0$

+ $U(X)$ khả vi hai lần trong lân cận của X^0 và vectơ gradient $\nabla U(X^0) \neq 0$

+ $U(X)$ là hàm lõm (hàm lồi)

thì điều kiện Kuhn - Tucker sẽ là điều kiện đủ để X^0 là nghiệm của bài toán.

Như ta đã biết do tác động của quy luật “lợi suất giảm dần” nên mối quan hệ của các biến số trong hàm kinh tế thường thể hiện bởi hàm tựa lõm hoặc tựa lồi do đó định lý Arrow - Enthoven là công cụ hữu hiệu để phân tích mô hình tối ưu trong kinh tế.

Phép biến đổi đơn điệu dương đối với bài toán

Từ định lý trên ta thấy tính tựa lồi, tựa lõm của hàm mục tiêu, hàm ràng buộc đóng vai trò rất lớn trong sự tồn tại nghiệm. Mặt khác trong chương I ta đã biết phép biến đổi đơn điệu dương bảo toàn các tính chất này của hàm. Vì vậy trong trường hợp cần thiết, ta có thể xét bài toán tương đương (để thuận tiện tính toán) bằng cách xét phép biến đổi đơn điệu dương nào đó của các hàm, đặc biệt là hàm mục tiêu.

Thí dụ 2.4

Trong bài toán (2.5) - (2.6) nếu hàm $U(X) > 0$ ta có thể xét bài toán với hàm mục tiêu $T(X) = \text{Ln}(U(X))$.

Điều kiện đủ để hàm số khả vi liên tục hai lần là lồi, lõm, tựa lồi, tựa lõm

Ta sẽ nhắc lại kết quả sau đây khi xét điều kiện đủ để hàm số là lồi, lõm, tựa lồi, tựa lõm. Các điều kiện này liên quan đến ma trận Hess và ma trận Hess - viên của hàm nên ta sẽ dùng các ký hiệu:

Xét hàm $z = U(X)$ với $X \in D \subseteq \mathbb{R}^n$, D là tập lồi, $U(X)$ khả vi liên tục hai lần. Ma trận vi phân cấp 2 của hàm $U(X)$ (ma trận d^2z) gọi là ma trận Hess của $U(X)$. Ký hiệu ma trận Hess (tại X) là H như vậy ta có:

$$H = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \dots & U_{1n} \\ U_{21} & U_{22} & \dots & U_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_{n1} & U_{n2} & \dots & U_{nn} \end{bmatrix}$$

Ký hiệu ma trận Hess -viên (tại X) là \bar{H} như vậy ta có:

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} 0 & U_1 & U_2 & \dots & U_n \\ U_1 & U_{11} & U_{12} & \dots & U_{1n} \\ U_2 & U_{21} & U_{22} & \dots & U_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_n & U_{n1} & U_{n2} & \dots & U_{nn} \end{bmatrix}$$

Với U_i và \overline{U}_i là các đạo hàm riêng cấp 1 và cấp 2 của $U(X)$ được tính tại X . Từ các ma trận H và \overline{H} ta có thể tính các định thức con, đường chéo chính cấp i - ký hiệu là H_i với $i = 1 \div n$ và \overline{H}_i với $i = 2 \div n+1$.

Ta có kết luận sau:

+ Nếu hàm $z = U(X)$ có:

$H_i > 0$ với $i = 1 \div n, X \in D$ thì $U(X)$ là hàm lồi chặt trên D .

$(-1)^i H_i > 0$ với $i = 1 \div n, X \in D$ thì $U(X)$ là hàm lõm chặt trên D .

+ Nếu hàm $z = U(X)$ với $X \in R_+^n$ có:

$\overline{H}_i < 0$ với $i = 2 \div n+1, X \in R_+^n$ thì $U(X)$ là hàm tựa lồi trên R_+^n .

$(-1)^i \overline{H}_i < 0$ với $i = 2 \div n+1, X \in R_+^n$ thì $U(X)$ là hàm tựa lõm trên R_+^n .

Nếu trong các bất đẳng thức trên thay dấu $<$ bằng dấu \leq thì ta sẽ được điều kiện cần.

Thí dụ 2.5

Sử dụng các tính chất trên để dàng chứng tỏ rằng:

+ $z = x_1 x_2$ với $x_1, x_2 \geq 0$ là hàm tựa lõm (nhưng không tựa lồi).

+ $z = a x_1^\alpha x_2^\beta$ với $a, x_1, x_2 > 0, 0 < \alpha, \beta < 1$ là hàm tựa lõm.

Chú ý rằng các trường hợp trên có thể mở rộng cho hàm nhiều biến hơn.

Từ phân tích ở trên ta thấy sự tồn tại nghiệm của bài toán tối ưu một mục tiêu trong kinh tế không phải là vấn đề nan giải. Tuy nhiên nếu là bài toán đa mục tiêu thì vấn đề về sự tồn tại nghiệm là vấn đề đáng chú ý.

2. Bài toán tối ưu đa mục tiêu - Sự tồn tại nghiệm

Xét bài toán:

$$z_j = U_j(X) \rightarrow \text{Max (Min)} \quad (j = \overline{1, k}) \quad (2.8)$$

$$\mathcal{D} = \{ X \in R_+^n, g_i(x) \leq (\geq) b_i, i = \overline{1, m} \} \quad (2.9)$$

Phương án X^* thỏa mãn (2.8) gọi nghiệm lý tưởng.

Thí dụ 2.6

Xét bài toán 2 mục tiêu:

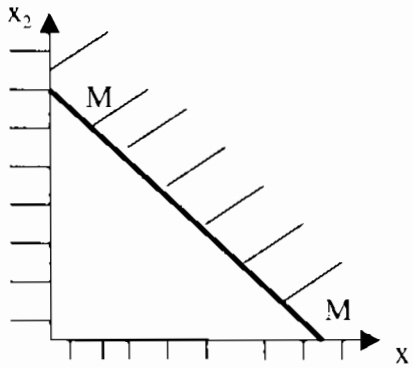
$$z_1 = x_1 \rightarrow \text{Max}$$

$$z_2 = x_2 \rightarrow \text{Max}$$

$$x_1 + x_2 \leq M$$

$$x_1, x_2 \geq 0, M > 0.$$

Có thể giải thích nội dung bài toán trên như sau: giả sử tác nhân có tổng nguồn lực là M và dự kiến sử dụng cho hai hoạt động 1 và 2. Gọi x_1, x_2 là mức chia nguồn lực dự tính cho hoạt động 1,2. Xét từng hoạt động, sẽ là thuận lợi hơn nếu hoạt động được sử dụng nguồn lực lớn hơn. Từ phân tích này ta có bài toán trên. Bài toán là dạng đơn giản nhất của bài toán “phân bổ nguồn” trong thực tế. Tập phương án của bài toán có thể minh hoạ trong hình (2.2). Dễ dàng thấy rằng bài toán không có nghiệm lý tưởng. Thực tế cho thấy rằng với nhiều bài toán, nghiệm lý tưởng không tồn tại. Lý do sâu xa có thể là các mục tiêu mâu thuẫn, xung đột với nhau nên không thể cùng lúc đáp ứng được. Tuy nhiên nhiều mô hình tối ưu trong thực tế là bài toán đa mục tiêu nên cần có phương pháp xử lý đối với chúng.



HÌNH 2 - 2

Có hai cách xử lý bài toán đa mục tiêu:

- Thay yêu cầu tìm nghiệm lý tưởng bằng việc tìm phương án có tính thoả hiệp, cân bằng hài hoà giữa các mục tiêu.
- Quy bài toán về dạng bài toán một mục tiêu.

Ta sẽ xem xét cả hai cách giải quyết này.

Nghiệm tối ưu Pareto - Điểm hữu hiệu Pareto

Phương án X^P của bài toán (2.8) - (2.9) gọi là *nghiệm tối ưu Pareto* hay *điểm hữu hiệu Pareto* của bài toán nếu không tồn tại phương án X^0 : mà

$U_j(X^0) \geq U_j(X^P)$ với $(j = \overline{1, k})$ và $U_i(X^0) > U_i(X^P)$ với ít nhất một chỉ số i nào đó thuộc tập chỉ số $[1, 2, \dots, k]$; nói cách khác, X^P là nghiệm tối ưu Pareto nếu không có phương án khác đáp ứng các mục tiêu không tồi hơn X^P và có ít nhất một mục tiêu được đáp ứng tốt hơn hẳn so với X^P . Có thể thấy rằng nếu bài toán có nghiệm lý tưởng thì nghiệm này phải tối ưu Pareto. Rõ ràng về mặt thực tiễn, nghiệm tối ưu Pareto có tính linh hoạt và mềm dẻo hơn nghiệm lý tưởng do đó trong nhiều tình huống thực tế người ta hay sử dụng. Trở lại thí dụ (2.6), tập phương án tối ưu Pareto chính là cạnh huyền của tam giác vuông mô tả tập phương án.

Quy bài toán đa mục tiêu về bài toán một mục tiêu

Để có thể quy bài toán về trường có một mục tiêu thì tác nhân phải căn cứ vào các tiêu chuẩn khác, bên ngoài mô hình để có sự sắp xếp thứ tự ưu tiên của các mục tiêu. Sau đó dựa vào thứ tự ưu tiên giữa các mục tiêu có thể:

- Gán cho mỗi mục tiêu một trọng số và xét mục tiêu tổng hợp là bình quân gia quyền của các mục tiêu ban đầu.

- Ưu tiên xét mục tiêu số một, các mục tiêu còn lại chỉ đề ra ngưỡng yêu cầu và coi như là các ràng buộc của bài toán.

Việc xử lý bài toán đa mục tiêu theo các cách trên có ứng dụng rất lớn trong thực tế vì nó phù hợp với cách giải các bài toán phân bổ nguồn, bài toán trong phân phối phúc lợi.

b. Phân tích so sánh tĩnh đối với mô hình tối ưu

Như ta đã biết, phân tích so sánh tĩnh đối với mô hình là việc phân tích tác động của các biến ngoại sinh tới nghiệm của mô hình. Đối với mô hình tối ưu, phân tích so sánh tĩnh có ý nghĩa thực tiễn rất lớn. Ta đã biết mô hình phản ánh sự lựa chọn tối ưu của tác nhân - hành vi của tác nhân - trong điều kiện liên quan tới bản thân tác nhân, liên quan tới bên ngoài. Sự xuất hiện các điều kiện này được mô hình hoá bởi các biến ngoại sinh, vì vậy nếu muốn phân tích phản ứng trong hành vi của tác nhân trước thay đổi của các điều kiện, ví dụ thay đổi sở thích, thay đổi công nghệ, biến động của giá, các thay đổi trong chính sách của nhà nước... thì phải tiến hành phân tích so sánh tĩnh. Theo thông lệ, trong mô hình tối ưu các biến ngoại sinh được gọi là các tham số. Sau khi giải mô hình, với các giả thiết nhất định (đối với các mô hình trong kinh tế thường là được thoả mãn) ta sẽ tìm được nghiệm - phương án tối ưu của bài toán quy hoạch - và xác định được trị tối ưu. Rõ

ràng nghiệm cũng như trị tối ưu sẽ phụ thuộc vào các tham số (biến ngoại sinh) có trong mô hình. Với giả thiết là sự thay đổi nhỏ của các tham số vẫn đảm bảo sự tồn tại nghiệm của bài toán mới, ta có thể coi các thành phần của nghiệm cũng như trị tối ưu là hàm số của các tham số. Nếu các hàm này có được dưới dạng hiện thì việc phân tích so sánh tính không có gì phức tạp. Tuy nhiên có nhiều tình huống chúng ở dạng ẩn do đó ta cần có công cụ thích hợp để phân tích so sánh tính. Dưới đây ta sẽ đề cập tới một số kết quả trong lý thuyết tối ưu hỗ trợ phân tích này và sẽ giới hạn đối với mô hình một mục tiêu.

Xét bài toán quy hoạch tham số:

$$z = U(X,P) \rightarrow \text{Max (Min)} \quad (2.10)$$

$$\mathcal{D} = \{ X \in \mathbb{R}_+^n, g_i(X,P) \leq (\geq) 0 \quad i = \overline{1, m} \} \quad (2.11)$$

trong đó X là vectơ biến chọn, $P \in \mathbb{R}^s$ là vectơ tham số (biến ngoại sinh).

Các tính chất và định lý nêu trong phần dưới đây có thể áp dụng cả trong trường hợp $X \in \mathbb{R}^n$ và hệ ràng buộc của bài toán có chứa các ràng buộc dạng phương trình. Vì lý do áp dụng thực tiễn nên ta chỉ xét đối với bài toán (2.10) - (2.11).

1. Giả thiết chung

Ta sẽ giả thiết bài toán luôn có nghiệm duy nhất trong một lân cận của P , các hàm $U(X,P)$, $g_i(X,P)$ khả vi liên tục (theo cả X và P) với $i = \overline{1, m}$.

Ký hiệu X^* , v là nghiệm và trị tối ưu của bài toán, hiển nhiên X^* , v phụ thuộc vào P do đó một cách hình thức ta có thể viết $X^*(P)$, $v(P)$ và xem chúng là các hàm của P . Hàm $v(P)$ gọi là *hàm giá trị*. Ta hãy xét một số đặc điểm của các hàm này theo tham số P .

2. Tính liên tục của $x_j^*(P)$, $v(P)$

Do các hàm $U(X,P)$, $g_i(X,P)$ $i = \overline{1, m}$ liên tục nên $x_j^*(P)$, $v(P)$ liên tục với $j = \overline{1, n}$.

3. Đạo hàm riêng của $x_j^*(P)$

Ta biết rằng $x_j^*(P)$ được xác định từ hệ điều kiện Kuhn - Tucker:

$$(i) L_j(P, X^*, \lambda^*) \leq (\geq) 0; \quad j = \overline{1, n}$$

$$(ii) x_j^* L_j(P, X^*, \lambda^*) = 0; \quad j = \overline{1, n}$$

$$(iii) L_i(P, X^*, \lambda^*) \geq (\leq) 0; \quad i = 1 \div m$$

$$(iv) \lambda_i^* L_i(P, X^*, \lambda^*) = 0; \quad i = 1 \div m$$

Trong nhiều trường hợp, hệ này được biến đổi trở thành hệ phương trình và có thể coi đó là hệ phương trình xác định hàm ẩn $x_j^*(P)$. Muốn tính các đạo hàm riêng của $x_j^*(P)$ chỉ cần áp dụng cách tính đã nêu ở chương I.

4. Đạo hàm riêng của $v(P)$

Do $v(P) = U(X^*(P), P)$ nên về lý thuyết, khi đã có các đạo hàm riêng của $x_j^*(P)$ ta hoàn toàn có thể tìm được các đạo hàm riêng của $v(P)$ nhờ công thức đạo hàm hàm hợp. Tuy nhiên ta có thể tìm trực tiếp các đạo hàm này nhờ định lý sau.

Định lý hình bao

Ngoài giả thiết chung, nếu $v(P)$ khả vi trong lân cận của P , tập các ràng buộc chặt (không kể ràng buộc dấu) của các nghiệm $X^*(P)$ là như nhau thì:

$$\frac{\partial v(P)}{\partial p_r} = \frac{\partial U(X^*(P), P)}{\partial p_r} - \sum_{i \in I(P)} \lambda_i^*(P) \frac{\partial g_i(X^*(P), P)}{\partial p_r} \quad (2.12)$$

với $r = 1 \div s$, $I(P)$ là tập chỉ số của các ràng buộc chặt của $X^*(P)$, $\lambda_i^*(P)$ là nhân tử Lagrange ứng với ràng buộc i .

Ta sẽ xét một số trường hợp riêng:

+ Nếu bài toán có dạng:

$$z = U(X) \rightarrow \text{Max (Min)} \quad (2.13)$$

$$\mathcal{D} = \{ X \in \mathbb{R}_+^n, h_i(X) \leq (\geq) p_i, i = \overline{1, m} \} \quad (2.14)$$

Sử dụng (2.12) và để ý rằng $\frac{\partial g_r}{\partial p_r} = -1$, $\frac{\partial U}{\partial p_r} = 0$; $\frac{\partial g_i}{\partial p_r} = 0$ với mọi $i \neq r$

nên ta có:

$$\frac{\partial v(P)}{\partial p_r} = \lambda_r^* \quad (2.15)$$

Như vậy đạo hàm của trị tối ưu theo p_r sẽ bằng “giá mờ” của ràng buộc r . Từ điều kiện bù đối với ràng buộc trong điều kiện Kuhn - Tucker, nếu ràng buộc r là lỏng đối với $X^*(P)$ thì $\lambda_r^* = 0$. Như vậy sự thay đổi của tham số p_r chỉ tác động tới trị tối ưu khi ràng buộc r là chặt đối với $X^*(P)$.

+ Nếu bài toán có dạng:

$$z = U(X,P) \rightarrow \text{Max (Min)} \quad (2.15')$$

$$\mathcal{D} = \{ X \in \mathbb{R}_+^n, g_i(X) \leq (\geq) 0 \quad i = 1, m \} \quad (2.16)$$

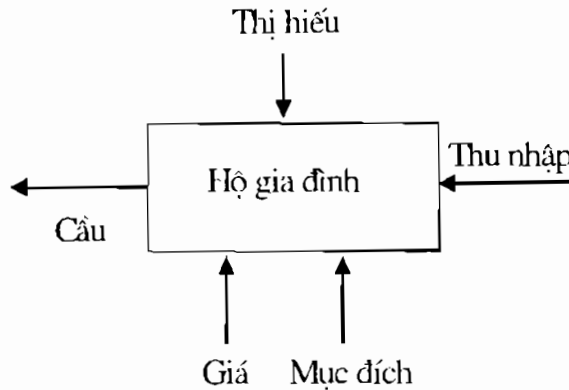
Do $\frac{\partial g_i}{\partial p_i} = 0$ với mọi i nên $\frac{\partial v(P)}{\partial p_i} = \frac{\partial U(X^*(P), P)}{\partial p_i}$ với mọi i .

Với các công cụ đã được xác lập ở trên, ta có thể đề cập và phân tích một số mô hình tối ưu mô tả hành vi lựa chọn của hai nhóm tác nhân cơ bản trong kinh tế thị trường đó là Doanh nghiệp và Hộ gia đình.

§2. MÔ HÌNH PHÂN TÍCH HÀNH VI CỦA HỘ GIA ĐÌNH

Tác nhân hoạt động trong lĩnh vực tiêu dùng hàng hoá cuối cùng gọi là *Hộ gia đình*. Trong phần này của chương chúng ta sẽ đề cập tới một số mô hình mô tả sự lựa chọn trong tiêu dùng các loại hàng hoá của hộ gia đình. Hộ gia đình là tác nhân kinh tế nên sự lựa chọn này là sự lựa chọn tối ưu - thể hiện *hành vi của hộ gia đình* trong hoạt động kinh tế thị trường - vì vậy ta sẽ sử dụng mô hình tối ưu để diễn tả hành vi này.

Hộ gia đình quyết định mua loại hàng nào, khối lượng bao nhiêu căn cứ vào sở thích, thị hiếu của mình, khoản thu nhập có thể đem chi tiêu mua sắm, giá cả các hàng hoá và mục đích mua sắm. Các yếu tố này tạo ra và giới hạn khả năng lựa chọn của hộ gia đình trong hành vi mua sắm hàng hoá và từ quyết định chọn khả năng tối ưu của hộ gia đình sẽ hình thành mức cầu các loại hàng hoá của họ. Nếu coi hộ gia đình là "hộp đen", ta sẽ có sơ đồ hệ thống tương ứng:



HÌNH 2 - 3

Như vậy đầu vào của hệ thống gồm: thu nhập của hộ gia đình - khoản thu nhập có thể đem chi tiêu - thị hiếu sở thích, mục đích mua hàng và giá cả hàng hoá; đầu ra của hệ là mức cầu hàng hoá của hộ gia đình. Ta sẽ mô hình hoá từng bộ phận và tổng thể các yếu tố này để mô tả hành vi của hộ gia đình.

I. MÔ HÌNH HOÁ SỞ THÍCH, THỊ HIẾU CỦA HỘ GIA ĐÌNH - HÀM LỢI ÍCH TIÊU DÙNG

1. Tập tiêu dùng và thứ tự ưa thích của hộ gia đình

Căn cứ vào khả năng hiện có của nền kinh tế và tập quán tiêu dùng của hộ gia đình, giả sử hộ gia đình có thể chọn mua n loại hàng hoá - dịch vụ. Ký hiệu $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ với x_j là khối lượng hàng hoá thứ j mà hộ gia đình có thể chọn mua để tiêu thụ. Vector X gọi là một gói hàng (một giỏ hàng). Rõ ràng ta có $X \in \mathbb{R}_+^n$, và \mathbb{R}_+^n gọi là *tập tiêu dùng của hộ gia đình*. Chú ý rằng với các hộ gia đình khác nhau có thể có chủng loại hàng hoá lựa chọn khác nhau tùy theo sở thích nên số chiều của tập tiêu dùng có thể khác nhau. Như vậy số chiều của tập tiêu dùng đã phản ánh một phần sở thích.

Để biểu diễn đầy đủ sở thích của hộ gia đình ta giả thiết rằng trên tập tiêu dùng \mathbb{R}_+^n của hộ có thứ tự ưa thích \succsim giữa các gói hàng. Thứ tự này ngoài tính hợp lý, liên tục như ta đã giả thiết trong mục §1. của chương II sẽ cần thoả mãn một số giả thiết khác cho phù hợp với hành vi tiêu dùng hàng hoá dịch vụ của hộ gia đình.

+ *Tính đơn điệu tăng*: Thứ tự ưa thích \succsim trên tập tiêu dùng gọi là đơn điệu tăng (tính không no) nếu với hai gói hàng bất kỳ X^1, X^2 mà $X^1 \geq X^2$ thì $X^1 \succsim X^2$. Tính đơn điệu tăng phản ánh thực tế luôn vươn lên của con người: họ luôn có những yêu cầu mới, chưa hài lòng, thoả mãn với những gì đã có.

+ *Tính lồi và lồi chặt*: Thứ tự ưa thích \succsim trên tập tiêu dùng gọi là lồi (lồi chặt) nếu với các gói hàng X^1, X^2, X^3 mà $X^1 \succsim X^3, X^2 \succsim X^3$ thì gói hàng $X = \lambda X^1 + (1-\lambda)X^2 \succsim X^3$ với $\lambda \in [0, 1]$. Nội dung của giả thiết này là: mọi gói hàng trung gian giữa 2 gói hàng được ưa thích hơn cũng sẽ là gói hàng được ưa thích hơn.

Thứ tự ưa thích \succsim trên tập tiêu dùng gọi là lồi chặt nếu với các gói hàng X^1, X^2, X^3 mà $X^1 \succ X^3, X^2 \succ X^3$ và $X^1 \neq X^2$ thì gói hàng $X = \lambda X^1 + (1-\lambda)X^2 \succ X^3$ với $\lambda \in (0,1)$. Cách giải thích nội dung của giả thiết lồi chặt cũng tương tự như giả thiết lồi. Các giả thiết lồi và lồi chặt của thứ tự ưa thích phản ánh tính dung hoà, không quá cực đoan của con người trong hành vi tiêu dùng.

2. Hàm lợi ích tiêu dùng của hộ gia đình

Sử dụng tập tiêu dùng và thứ tự ưa thích của hộ gia đình trên tập này là ta có thể mô hình hoá sở thích, thị hiếu của họ. Tuy nhiên sẽ thuận tiện hơn trong phân tích nếu có được công cụ giải tích khác thể hiện sở thích. Theo định lý biểu diễn của Debreu ta có: nếu thứ tự ưa thích của hộ gia đình có tính hợp lý, liên tục trên tập tiêu dùng thì từ thứ tự này cảm sinh hàm lợi ích $U(X)$ liên tục, tương thích với thứ tự. Khi này hàm $U(X)$ gọi là *hàm lợi ích tiêu dùng của hộ gia đình* khi tiêu thụ gói hàng X (hàm thoả dụng, hàm tiện ích) và gọi tắt là hàm lợi ích của hộ gia đình. Ngoài ra định lý còn khẳng định:

- + Nếu thứ tự ưa thích có tính đơn điệu tăng thì hàm $U(X)$ đơn điệu tăng
- + Nếu thứ tự ưa thích có tính lồi (lồi chặt) thì hàm $U(X)$ là tựa lõm (tựa lõm chặt).

Như vậy ta có thể sử dụng mô hình hàm lợi ích tiêu dùng của hộ gia đình để thể hiện sở thích, thị hiếu của họ.

3. Phân tích mô hình - Phân tích so sánh tĩnh

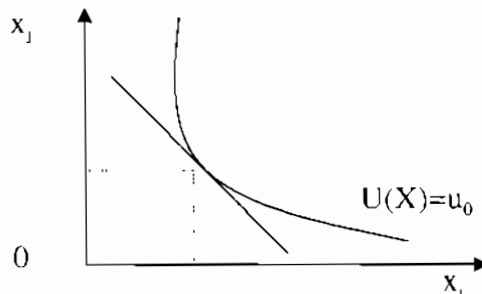
Ta sẽ giả thiết hàm $u = U(X)$ khả vi trên tập tiêu dùng. Ký hiệu các đạo hàm riêng của $U(X)$ là MU_j với $j = 1+n$. MU_j gọi là lợi ích cận biên của $U(X)$ theo hàng hoá j . Do $U(X)$ đơn điệu tăng nên ta có:

$$MU_j > 0, j = 1+n \quad (2.17)$$

Do $U(X)$ tựa lõm (tựa lõm chặt) nên ta có:

$$\frac{\partial MU_j}{\partial x_j} \leq 0 (< 0) \quad \text{với } j = 1+n \quad (2.18)$$

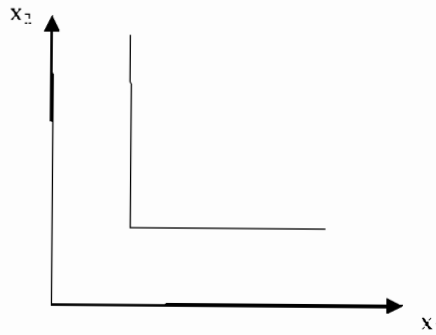
Rõ ràng tính tựa lõm của $U(X)$ thể hiện tác động của quy luật “lợi suất giảm dần” trong tiêu dùng hàng hoá của hộ gia đình. Ta sẽ tính hệ số thay thế cận biên giữa hai hàng hoá i và j và minh hoạ:



HÌNH 2 - 4

Ta có $MRS(i, j) = \frac{dx_j}{dx_i} = -\frac{MU_i}{MU_j}$, do $MU_i, MU_j > 0$ nên hai hàng hoá i

và j có thể thay thế cho nhau, nhưng do (2.18) nên khả năng thay thế sẽ giảm khi mức tiêu dùng hai hàng hoá này tăng. Trên hình 2-4, đường cong chính là “đường thờ σ ”, độ dốc của đường thờ σ ứng với $MRS(i, j)$.



HÌNH 2- 5

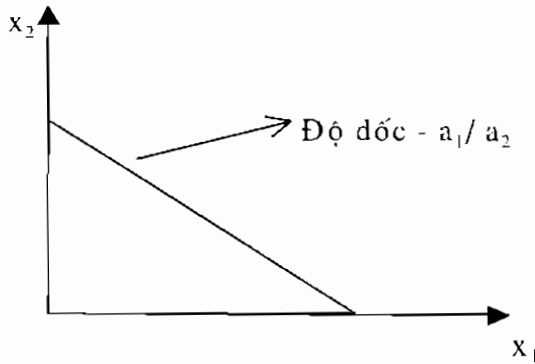
Dựa vào đặc điểm của hệ số thay thế cận biên của hai hàng hoá ta có thể định dạng được hàm lợi ích $U(X)$. Trong trường hợp gói hàng của hộ gia đình chỉ có hai hàng hoá và việc tiêu thụ phải tuân theo 1 tỷ lệ cố định ($k_1; k_2$) - ví dụ: việc đi giấy, tất nhiên phải có giấy trái, giấy phải theo tỉ lệ 1:1 - khi đó đường thờ σ có dạng như hình 2-5 và hàm lợi ích $U(X)$ sẽ có dạng:

$U(X) = \text{Min}_i \left[\frac{x_i}{k_i} \right]$. Hàm có dạng như vậy gọi là hàm dạng Leontiev.

Khi trong gói hàng của hộ gia đình mà bất kỳ 2 loại hàng hoá nào cũng có thể thay thế cho nhau và với tỷ lệ thay thế không đổi thì đường thờ σ là đường thẳng như trong hình 2-6. Khi này hàm lợi ích của hộ gia đình sẽ

có dạng tuyến tính: $U(X) = \sum_{j=1}^n a_j x_j$ ($a_j > 0$)

Nếu độ co giãn thay thế $\sigma(i, j)$ của hai hàng hoá không đổi và bằng 1 thì dạng hàm lợi ích có thể lựa chọn là hàm dạng Cobb - Douglas. Nếu $\sigma(i, j)$ không đổi nhưng khác 1 thì dạng hàm lợi ích sẽ là hàm CES.



HÌNH 2 - 6

II. PHÂN TÍCH HÀNH VI TIÊU DÙNG - MÔ HÌNH XÁC ĐỊNH HÀM LỢI ÍCH GIÁN TIẾP VÀ HÀM CẦU MARSHALL

1. Mô hình tối đa hoá lợi ích với điều kiện ràng buộc về ngân sách chi tiêu

Với tập tiêu dùng và hàm lợi ích $U(X)$ thể hiện thị hiếu, sở thích, hộ gia đình có thể chọn mức tiêu thụ hàng hoá ưa thích. Tuy nhiên do ta đang đề cập tới hành vi tiêu dùng của hộ gia đình trong bối cảnh kinh tế thị trường nên tất cả hàng hoá đều có giá và hộ gia đình phải thanh toán cho việc mua sắm hàng hoá. Khoản thanh toán này hộ gia đình phải chi ra từ thu nhập của mình. Trong tình huống này hộ gia đình sẽ chọn gói hàng mà họ có khả năng thanh toán và đáp ứng nhu cầu tiêu dùng ở mức cao nhất tức là hàm lợi ích $U(X)$ đạt trị số tối đa. Mô tả tình huống này ta có mô hình sau:

Cho $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ là véc tơ giá của các hàng hoá trong tập tiêu dùng và M là thu nhập có thể đem chi tiêu (thu nhập khả dụng) của hộ gia đình. Ta sẽ giả thiết $p, M > 0$.

a. Mô hình

$$\text{Max } U = U(X) \quad (2.19)$$

$$\text{với điều kiện} \quad \sum_{j=1}^n p_j x_j \leq M \quad (2.20)$$

$$X \geq 0 \quad (2.21)$$

Ràng buộc (2.20) gọi là ràng buộc về ngân sách của hộ gia đình. Do hộ gia đình chỉ là một thực thể nhỏ bé trong tổng thể người tiêu dùng nên quyết định mua sắm hàng hoá của hộ có thể xem như không tác động tới giá cả hàng hoá trên thị trường nên vectơ giá p sẽ là ngoại sinh. Mặt khác thu nhập M được hình thành từ các hành vi khác của hộ gia đình nên cũng có thể xem như biến ngoại sinh. Các biến nội sinh của mô hình gồm biến mục tiêu U và các biến chọn x_j với $j = 1 \div n$.

b. Giải mô hình

Mô hình là bài toán quy hoạch, do $U(X)$ liên tục, tập chấp nhận (2.20) - (2.21) compact nên bài toán sẽ có nghiệm. Ta sẽ thiết lập và phân tích các điều kiện xác định nghiệm.

Lập hàm Lagrange tương ứng: $L(x, \lambda) = U(x) + \lambda [M - \sum_{j=1}^n p_j x_j]$

Ký hiệu $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ là nghiệm và $v = U(X^*)$ là trị tối ưu.

Theo điều kiện Kuhn -Tucker ta có:

Tồn tại $\lambda^* \geq 0$ thoả mãn:

$$(i) L_j = MU_j - \lambda^* p_j \leq 0 \text{ với } j = 1 \div n$$

$$(ii) x_j^* L_j = x_j^* [MU_j - \lambda^* p_j] = 0 \text{ với } j = 1 \div n$$

$$(iii) L_\lambda = M - \sum_{j=1}^n p_j x_j^* \geq 0$$

$$(iv) \lambda^* L_\lambda = \lambda^* (M - \sum_{j=1}^n p_j x_j^*) = 0$$

Vì $MU_j > 0$ (do $U(X)$ tăng) và $p_j > 0$ với mọi j nên từ (i) suy ra $\lambda^* > 0$.

Do $\lambda^* > 0$, từ (iv) ta có: $M = \sum_{j=1}^n p_j x_j^*$

Do đó khi xét bài toán (2.19) - (2.21) ta có thể xét bài toán tương đương:

$$\text{Max } U = U(X) \tag{2.19}$$

với điều kiện
$$\sum_{j=1}^n p_j x_j = M \quad (2.20)$$

$$X \geq 0 \quad (2.21)$$

Điều kiện cần đối với nghiệm X^* là thoả mãn hệ: $L_j = 0$ với $j = 1 \div n$ và $L_\lambda = 0$. Do $MU_j \neq 0$ và hàm mục tiêu $U(X)$ tựa lõm nên theo định lý Arrow - Enthoven điều kiện cần cũng là điều kiện đủ. Ta lập và giải hệ phương trình:

$$L_j = MU_j - \lambda p_j = 0 \quad \text{với } j = 1 \div n \quad (2.22)$$

$$L_\lambda = 0 \Leftrightarrow M = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (2.23)$$

Ký hiệu $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ và λ^* là nghiệm của hệ.

Từ nhóm phương trình (2.22) suy ra:

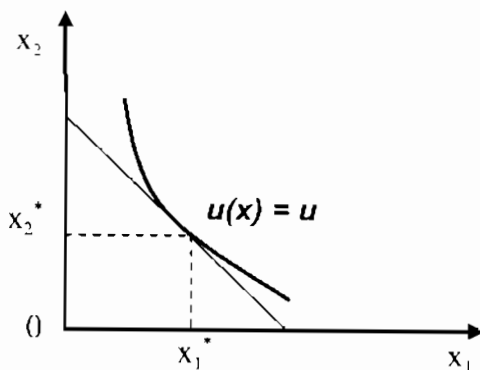
$$\lambda^* = MU_j(X^*) / p_j \quad \text{với } j = 1 \div n \quad (2.24)$$

Do MU_j là lợi ích tăng thêm khi hộ gia đình tiêu thụ thêm một đơn vị hàng hoá j . Mặt khác nếu thu nhập M tăng thêm một đơn vị và hộ gia đình dùng một đơn vị thu nhập tăng thêm này để mua hàng hoá j thì sẽ mua được $1/p_j$ đơn vị do đó lợi ích tăng thêm do thu nhập M tăng thêm một đơn vị sẽ là MU_j / p_j . Từ ý nghĩa này của các tỷ số MU_j / p_j , kết hợp với (2.24) ta thấy: *gói hàng tối ưu của hộ gia đình là gói hàng ở mức mà mỗi đơn vị thu nhập tăng thêm khi hộ gia đình đem chi mua thêm hàng thì lợi ích đem lại đều như nhau đối với mọi hàng hoá.* Đây là kết luận đã được nhận biết trong phân tích kinh tế và thông qua mô hình đã được chứng minh chặt chẽ bằng toán học.

Với hai hàng hoá i, j ta có $MU_i(X^*) / p_i = MU_j(X^*) / p_j$ hay $MU_i(X^*) / MU_j(X^*) = p_i/p_j$. Do $MU_i(X^*)/MU_j(X^*)$ là $MRS(i, j)$ tại X^* nên ta có thể kết luận: *hộ gia đình sẽ chọn mua mỗi loại hàng ở mức mà tỷ lệ thay thế biên giữa hai loại hàng hoá bằng tỷ giá hai hàng hoá đó.*

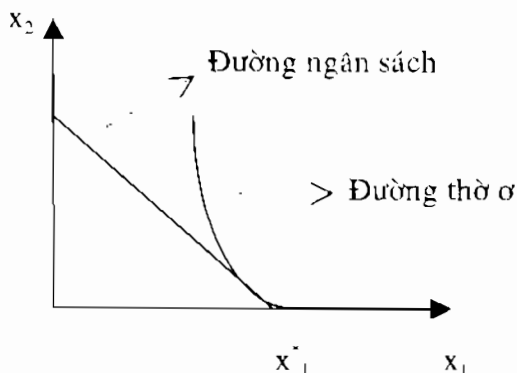
Với gói hàng gồm hai hàng hoá 1, 2 ta có hình 2 -7 minh hoạ ý nghĩa trực quan của kết luận trên. X^* ứng với tiếp điểm của đường $p_1 x_1 + p_2 x_2 = M$ (đường ngân sách) với đường thờ σ . Tại tiếp điểm ta có độ dốc của đường thờ σ ($- MU_1 / MU_2$) bằng độ dốc của đường ngân sách ($- p_1 / p_2$) tức là:

$$MU_1(X^*) / MU_2(X^*) = p_1/p_2.$$



HÌNH 2 - 7

Trường hợp riêng khi một trong hai thành phần trong gói hàng tối ưu bằng không (trường hợp này gói hàng tối ưu gọi là “nghiệm góc”) và được minh họa bằng hình 2-8.



HÌNH 2 - 8

2. Phân tích so sánh tĩnh - Phân tích hàm lợi ích gián tiếp và hàm cầu Marshall

Rõ ràng nghiệm X^* và trị tối ưu v của bài toán (2.19) - (2.21) sẽ phụ thuộc vào các tham số p và M . Ta sẽ xét một số đặc điểm của X^* và v liên quan tới các tham số.

a. Hàm lợi ích gián tiếp

Ký hiệu $v(p, M) = U(X^*(p, M))$ khi đó $v(p, M)$ gọi là *hàm lợi ích gián tiếp của hộ gia đình*. Hàm này thể hiện mức lợi ích cao nhất mà hộ gia đình có thể đạt được khi lựa chọn gói hàng với mức giá và thu nhập cho trước.

Các tính chất của $v(p, M)$

(i) $v(p, M)$ thuần nhất bậc không theo p, M

(ii) $v(p, M)$ tăng theo M

(iii) $v(p, M)$ không tăng theo p

(iv) $v(p, M)$ tựa lồi theo p

Ta sẽ chứng minh các kết luận trên.

(i) Tính chất này là hiển nhiên vì ta có $v(p, M) = v(tp, tM)$ với mọi $t > 0$.
Sở dĩ như vậy vì ràng buộc ngân sách không thay đổi.

(ii) Theo định lý hình bao ta có $\frac{\partial v(p, M)}{\partial M} = \lambda^* > 0$.

(iii) Theo định lý hình bao ta có $\frac{\partial v(p, M)}{\partial p_j} = -\lambda^* x_j^* \leq 0$ với $j = 1 \div n$.

(iv) Để chứng tỏ $v(p, M)$ tựa lồi theo p ta sẽ chứng minh với M cố định, tập mức dưới bất kỳ của $v(p, M)$ là tập lồi. Thật vậy, cho α là số thực bất kỳ, xét tập mức dưới $I(\alpha)$ của $v(p, M)$:

$$I(\alpha) = \{p: p > 0, v(p, M) \leq \alpha\}$$

Cho $p^1, p^2 \in I(\alpha)$, đặt $p = \lambda p^1 + (1 - \lambda) p^2$ với $0 \leq \lambda \leq 1$, rõ ràng $p > 0$. Gọi X^* là nghiệm của bài toán (2.19) - (2.21), ta sẽ chứng minh ít nhất một trong hai bất đẳng thức dưới đây sẽ được thoả mãn:

$$(p^1, X^*) \leq M; \quad (p^2, X^*) \leq M.$$

Giả sử $(p^1, X^*) > M$ và $(p^2, X^*) > M$. Suy ra $\lambda(p^1, X^*) > \lambda M$ và $(1 - \lambda)(p^2, X^*) > (1 - \lambda) M$ với $0 < \lambda < 1$. Cộng từng vế các bất đẳng thức này ta được $(p, X^*) > M$, mâu thuẫn với việc X^* là nghiệm của bài toán (2.19) - (2.21). Như vậy hoặc $(p^1, X^*) \leq M$ hoặc $(p^2, X^*) \leq M$ hoặc cả hai cùng thoả mãn. Giả sử $(p^1, X^*) \leq M$, như vậy X^* thoả mãn ràng buộc ngân sách của bài toán (2.19) - (2.21) ứng với vectơ giá p^1 . Suy ra $v(p, M) = U(X^*) \leq v(p^1, M) \leq \alpha$, do vậy $p \in I(\alpha)$, tức là $I(\alpha)$ lồi.

Chú ý rằng nếu có hàm $v(p, M)$ thoả mãn các tính chất trên thì ứng dụng lý thuyết đối ngẫu trong quy hoạch toán học có thể chứng tỏ được rằng

sẽ có thể xác định được thứ tự ưa thích cảm sinh hàm lợi ích $U(X)$ sao cho hàm lợi ích gián tiếp tương ứng sẽ là $v(p, M)$.

b. Hàm cầu Marshall

Giả sử nghiệm X^* là duy nhất. Ta đặt $x_j^*(p, M) \equiv D_j(p, M)$ và sẽ gọi $D_j(p, M)$ là *hàm cầu Marshall* của hộ gia đình về hàng hoá j (với $j = 1 \div n$). Hàm cầu này còn gọi là *hàm cầu thông thường* mà chúng ta có thể quan sát được trên thị trường. Hàm cầu Marshall cho biết mức cầu về các loại hàng hoá đem lại lợi ích tối đa cho hộ gia đình với điều kiện giá cả và thu nhập cho trước.

+ Các tính chất của hàm cầu Marshall:

- (i) $D_j(p, M)$ là hàm thuần nhất bậc không theo p, M với $j = 1 \div n$.
- (ii) Đẳng thức Roy:

$$D_j(p, M) = - \frac{\frac{\partial v(p, M)}{\partial p_j}}{\frac{\partial v(p, M)}{\partial M}} \quad j = 1, \dots, n \quad (2.25)$$

Chứng minh: (i) Điều này là hiển nhiên với lập luận tương tự như đối với hàm $v(p, M)$. Tính chất này của hàm cầu Marshall có ý nghĩa là khi mức giá p và thu nhập M tăng (giảm) cùng tỷ lệ thì hộ gia đình không thay đổi hành vi, các mức cầu vẫn như cũ. Đặc điểm này gọi là “tính không ảo giác về tiền tệ” của hộ gia đình; nó hàm ý rằng khi giá và thu nhập tăng (cùng tỷ lệ) hộ gia đình sẽ không bị ảo tưởng của việc tăng thu nhập mà gia tăng tiêu dùng.

(ii) Ta có $v(p, M) = U(D_1(p, M), D_2(p, M), \dots, D_n(p, M))$ suy ra:

$$\frac{\partial v(p, M)}{\partial p_j} = \sum_{k=1}^n MU_k(D_1, D_2, \dots, D_n) \frac{\partial D_k}{\partial p_j} \quad \text{với } j = 1 \div n \quad (2.26)$$

Mặt khác theo (2.24) ta có $MU_k(D_1, D_2, \dots, D_n) = \lambda^* p_k$ với mọi k , thay vào (2.26) ta được:

$$\frac{\partial v(p, M)}{\partial p_j} = \lambda^* \left(\sum_{k=1}^n p_k \frac{\partial D_k}{\partial p_j} \right) \quad \text{với } j = 1 \div n \quad (2.27)$$

Từ ràng buộc ngân sách ta có:

$$\sum_{k=1}^n p_k D_k(p, M) = M \quad (2.28)$$

Đạo hàm hai vế của (2.28) theo p_j ta được:

$$\sum_{k=1}^n p_k \frac{\partial D_k}{\partial p_j} + D_j(p, M) = 0 \quad (2.29)$$

Suy ra $D_j(p, M) = - \sum_{k=1}^n p_k \frac{\partial D_k}{\partial p_j}$ thay vào (2.27) ta được:

$$\frac{\partial v(p, M)}{\partial p_j} = -\lambda^* D_j(p, M) \quad (2.30)$$

Theo định lý hình bao nên $\frac{\partial v(p, M)}{\partial M} = \lambda^*$, kết hợp với (2.30) ta có đẳng thức Roy.

Từ phân chứng minh đẳng thức Roy ta có một số nhận xét sau rất bổ ích trong phân tích kinh tế:

- Nếu đặt $C_j(p, M) = p_j D_j(p, M)$ thì C_j chính là phần chi tiêu trong ngân sách tiêu dùng của hộ cho hàng hoá j . C_j có thể xem là sức mua của hộ gia đình với thu nhập M về hàng hoá j . Khi giá p_j thay đổi ta có:

$$\frac{\partial C_j}{\partial p_j} = D_j(p, M) + \frac{\partial D_j(p, M)}{\partial p_j} p_j \quad (2.31)$$

Biểu thức (2.31) cho ta biết mức độ biến động sức mua khi giá hàng hoá thay đổi.

- Do $\frac{\partial v(p, M)}{\partial M} = \lambda^*$ nên λ^* được coi như lợi ích biên theo thu nhập.

- Biểu thức (2.30) thể hiện sự thay đổi của lợi ích gián tiếp khi giá hàng hoá thay đổi.

Hàm $v(p, M)$ không phải là hàm hiện nhưng nhân tử λ^* thì có thể tính toán được bằng số nên ta có thể tính được ảnh hưởng của thu nhập và giá tới lợi ích của hộ gia đình.

c. Thí dụ 2.7

Cho $U(X) = ax^\alpha x_2^\beta$ ($a > 0, 1 > \alpha, \beta > 0$) là hàm lợi ích của hộ gia đình khi tiêu thụ hàng hoá 1,2. Cho giá hàng hoá 1,2 là p_1, p_2 và thu nhập của hộ gia đình là M . Hãy xác định hàm lợi gián tiếp và các hàm cầu Marshall về 2 loại hàng.

Ta xét bài toán:

$$U(X) = ax^\alpha x_2^\beta \rightarrow \text{Max}$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = M; X \geq 0$$

Ta đã biết hàm $U(X) = ax^\alpha x_2^\beta$ ($a > 0, 1 > \alpha, \beta > 0$) là hàm tựa lõm chặt nên các hàm cầu xác định và duy nhất. Ta sẽ tìm các hàm này. Lập hàm Lagrange $L(x, \lambda) = ax^\alpha x_2^\beta + \lambda (M - p_1 x_1 - p_2 x_2)$. Giải hệ phương trình sau đối với x_1, x_2 :

$$\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{p_1}{p_2}; p_1 x_1 + p_2 x_2 = M \tag{2.32}$$

Ta có:

$$MU_1 = \frac{\alpha}{x_1} U(X), MU_2 = \frac{\beta}{x_2} U(X) \text{ và } \frac{MU_1}{p_1} = \frac{MU_2}{p_2} = \lambda \tag{2.33}$$

Suy ra
$$x_1^* = \frac{\alpha U(X^*)}{\lambda p_1}; x_2^* = \frac{\beta U(X^*)}{\lambda p_2} \tag{2.34}$$

Mặt khác từ ràng buộc ngân sách $p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = M$ nên

$$p_1 \frac{\alpha U(X^*)}{\lambda p_1} + p_2 \frac{\beta U(X^*)}{\lambda p_2} = M$$

Vậy $\lambda^* = \frac{(\alpha + \beta)U(X^*)}{M}$ thay vào x_1^*, x_2^* ta được

$$x_1^* = \frac{\alpha M}{(\alpha + \beta)p_1}; x_2^* = \frac{\beta M}{(\alpha + \beta)p_2}$$

Các hàm cầu Marshall:

$$D_1(p_1, p_2, M) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{M}{p_1}; D_2(p_1, p_2, M) = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{M}{p_2}$$

Thay D_1, D_2 vào $U(X)$ ta tìm được

$$v(p, M) = a \left(\frac{M}{\alpha + \beta} \right)^{\alpha + \beta} \left(\frac{\alpha}{p_1} \right)^\alpha \left(\frac{\beta}{p_2} \right)^\beta \quad (2.35)$$

Từ ví dụ trên ta thấy nếu hàm lợi ích $U(X)$ có dạng Cobb-Douglas thì hàm cầu và hàm lợi ích gián tiếp cũng sẽ có dạng như vậy. Một cách tổng quát nếu hàm lợi ích có dạng $U(x) = ax^{\alpha_1} x^{\alpha_2} \dots x^{\alpha_n}$ ($a > 0, 1 > \alpha_i > 0$ với mọi i) thì

các hàm cầu có dạng: $D_i(p, M) = \frac{\alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i} \frac{M}{p_i} \quad i = \overline{1, n}$

III. PHÂN TÍCH HÀNH VI TIÊU DÙNG - MÔ HÌNH XÁC ĐỊNH HÀM CHI TIÊU VÀ HÀM CẦU HICKS

Đối với hộ gia đình, với giá cả p và thu nhập M cho trước họ sẽ chọn gói hàng là các hàm cầu Marshall và sẽ đạt mức lợi ích cao nhất $u = v(p, M)$. Tuy nhiên do giá cả thay đổi hoặc vì lý do khác, hộ gia đình không mua được gói hàng đã tính nhưng họ vẫn muốn giữ mức lợi ích u và chọn mua gói hàng khác để đáp ứng yêu cầu này với mức chi trả thấp nhất để từ đó có kế hoạch tạo ra thu nhập tương ứng nhằm trang trải chi tiêu. Đây cũng là suy nghĩ thông thường của hộ gia đình trong hành vi tiêu dùng. Trong phần này ta sẽ đề cập các mô hình mô tả tình huống trên.

1. Mô hình tối thiểu hoá chi tiêu

a. Mô hình

Cho $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ véc tơ giá ($p > 0$), $U(X)$ là hàm lợi ích và u là mức lợi ích định trước ($u > 0$) của hộ gia đình. Ta có bài toán:

$$\text{Min } z = \sum_{j=1}^n p_j x_j \quad (2.36)$$

$$\text{với điều kiện } U(X) \geq u \quad (2.37)$$

$$X \geq 0 \quad (2.38)$$

Các biến nội sinh của mô hình là z, x_j với $j = 1 \div n$; các tham số của mô hình là p và u .

b. Giải mô hình

$$\text{Lập hàm Lagrange } L(x, \lambda) = \sum_{j=1}^n p_j x_j + \lambda [u - U(X)]$$

Do $U(X)$ tựa lõm, hàm mục tiêu tuyến tính nên tựa lồi, $p > 0$ nên theo định lý Arrow - Enthoven điều kiện Kuhn -Tucker cũng là điều kiện đủ của tối ưu. Giả sử bài toán có nghiệm X^{**} khi đó theo điều kiện Kuhn-Tucker ta có: tồn tại $\lambda^{**} \geq 0$ thoả mãn:

$$(i) L_j = p_j - \lambda^{**} MU_j \geq 0 \text{ với } j = 1 \div n$$

$$(ii) x_j^{**} L_j = x_j^{**} [p_j - \lambda^{**} MU_j] = 0 \text{ với } j = 1 \div n$$

$$(iii) L_\lambda = u - U(X^{**}) \leq 0$$

$$(iv) \lambda^{**} [u - U(X^{**})] = 0$$

Do tồn tại $x_j^{**} > 0$ và $MU_j > 0$ nên từ (i) suy ra $\lambda^{**} > 0$, kết hợp với (iv) suy ra $u - U(X^{**}) = 0$. Như vậy bài toán tương đương với

$$\text{Min } z = \sum_{j=1}^n p_j x_j \quad (2.36')$$

$$\text{với điều kiện } U(X) = u \quad (2.37')$$

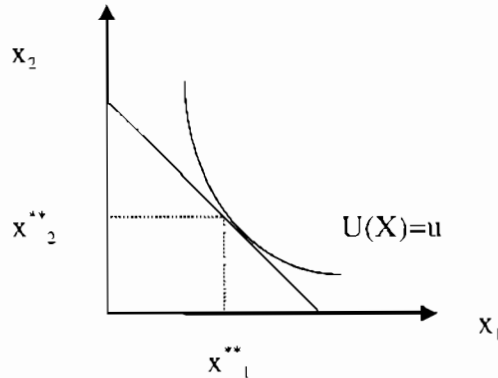
$$X \geq 0 \quad (2.38')$$

Hoàn toàn lập luận tương tự như đối với bài toán cực đại hoá lợi ích ta có kết quả tương tự:

$$\text{Điều kiện cần và đủ để } X^{**} \text{ tối ưu là phải thoả mãn } \frac{MU_i}{P_i} = \frac{MU_j}{P_j} \text{ với } i$$

$\neq j; i, j = 1 \div n$ và ràng buộc về mức lợi ích $U(X^{**}) = u$. Biến đổi nhóm phương trình đầu ta sẽ có cùng kết luận như trường hợp hộ gia đình cực đại hoá lợi ích: *hộ gia đình sẽ chọn mua mỗi loại hàng ở mức mà tỷ lệ thay thế biên giữa hai loại hàng hoá bằng tỷ giá (tỷ số giá) hai hàng hoá đó.* Trong trường

hợp gói hai chỉ có hai hàng hoá ta sẽ có hình vẽ - hình 2-9 - minh hoạ. Hình này tương tự như hình 2-7 chỉ có điều trong hình 2-7 đường ngân sách cho trước và ta phải tìm đường thờ ơ tiếp xúc với nó; còn trong hình 2-9, đường thờ ơ cho trước và ta cần tìm đường ngân sách là tiếp tuyến.



HÌNH 2 - 9

2. Phân tích so sánh tĩnh - Phân tích hàm chi tiêu và hàm cầu Hicks

Nghiệm X^{**} và trị tối ưu của bài toán cực tiểu hoá chi tiêu phụ thuộc vào các tham số (biến ngoại sinh) p và u do đó ta có thể viết $X^{**} = X^{**}(p, u)$ và $z^{**} = (p, X^{**}(p, u))$.

a. Hàm chi tiêu và hàm cầu Hicks

Trị tối ưu $z^{**}(p, u)$ được coi như hàm của p, u và gọi là *hàm chi tiêu* của hộ gia đình ứng với mức giá p và mức lợi ích u . Ta sẽ ký hiệu hàm chi tiêu là $E(p, u)$. $E(p, u)$ cho ta biết mức chi tiêu tối thiểu của hộ gia đình để mua gói hàng hoá với mức giá p mức lợi ích u đã định trước.

Nếu nghiệm $X^{**}(p, u)$ là duy nhất thì các thành phần của nó gọi là *hàm cầu Hicks* hay hàm cầu “bù đắp”. Ta sẽ ký hiệu $H_j(p, u) = x_j^{**}(p, u)$ và gọi $H_j(p, u)$ là hàm cầu Hicks của hộ gia đình về hàng hoá j . Vì mức lợi ích u là biến định tính không quan sát được nên hàm cầu Hicks cũng không quan sát được.

b. Các tính chất của hàm chi tiêu $E(p, u)$ và hàm cầu Hicks $H_j(p, u)$

+ *Tính chất của hàm chi tiêu:*

- (i) $E(p, u)$ tăng theo u
- (ii) $E(p, u)$ không giảm theo p

- (iii) $E(p, u)$ thuần nhất bậc một theo p
- (iv) $E(p, u)$ là hàm lõm theo p
- (v) Nếu $E(p, u)$ khả vi thì

$$\frac{\partial E(p, u)}{\partial p_j} = H_j(p, u) \quad j = \overline{1, n} \quad (2.39)$$

Chứng minh:

- (i), (ii), (v): Theo định lý hình bao ta có:

$$\frac{\partial E(p, u)}{\partial u} = \lambda^* > 0 \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial E(p, u)}{\partial p_j} = x_j^*(p, u) = H_j(p, u) \geq 0 \quad j = \overline{1, n} \quad (2.41)$$

(iii): Do hàm mục tiêu của bài toán cực tiểu chi tiêu là hàm tuyến tính $z = (p, X)$ suy ra $(tp, X) = t(p, X) = tz$ với mọi $t > 0$. Bởi vậy $E(tp, u) = z^*(tp, u) = tz^*(p, u) = tE(p, u)$.

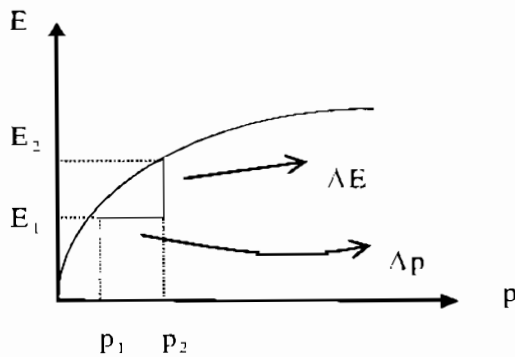
(iv): Cho p_1, p_2 , gọi $p = \lambda p_1 + (1-\lambda)p_2$ với $0 \leq \lambda \leq 1$. Ký hiệu H^1, H^2 và H là các vectơ cầu Hicks tương ứng với p_1, p_2 và p .

Ta có $E(p, u) = (p, H) = \lambda(p_1, H) + (1-\lambda)(p_2, H)$. Do H thoả mãn ràng buộc (2.37), H^1, H^2 là nghiệm của bài toán cực tiểu hoá chi tiêu ứng với p_1, p_2 nên $(p_1, H^1) \leq (p_1, H)$ và $(p_2, H^2) \leq (p_2, H)$. Suy ra $E(p, u) = (p, H) = \lambda(p_1, H) + (1-\lambda)(p_2, H) \geq \lambda(p_1, H^1) + (1-\lambda)(p_2, H^2) = \lambda E(p_1, u) + (1-\lambda)E(p_2, u)$, điều phải chứng minh.

Ta sẽ phân tích sâu hơn ý nghĩa thực tiễn của các tính chất (iii) và (iv) và minh hoạ trên hình 2-10.

Vì chi tiêu $E(p, u)$ của hộ gia đình thuần nhất bậc một theo giá p nên nếu như tất cả các giá đều tăng theo cùng tỷ lệ thì để giữ mức lợi ích u như trước hộ gia đình sẽ phải tăng chi tiêu bằng tỷ lệ tăng giá. Tuy nhiên trong thực tế giá cả có thể tăng theo các tỷ lệ khác nhau tùy mặt hàng. Khi này chi tiêu có nhất thiết phải tăng theo tỷ lệ tăng giá cao nhất? Ta có thể lý giải tình huống này nhờ tính lõm của hàm chi tiêu. Do $E(p, u)$ lõm theo p nên khi cố định $(n-1)$ mức giá và xét sự thay đổi của một loại giá thì $E(p, u)$ cũng sẽ là

hàm lõm theo giá này. Để đơn giản ta sử dụng ký hiệu p cho giá này. Giả sử giá tăng một lượng là Δp . Khi này nếu hộ gia đình muốn giữ mức lợi ích như trước thì phải điều chỉnh mức chi tiêu E (tăng chi tiêu) để mua thêm hàng. Ký hiệu ΔE là mức tăng chi tiêu. Do E là hàm lõm nên ta có $\Delta E \leq \Delta p$, tức là mức gia tăng chi tiêu không lớn hơn mức tăng giá. Điều này có thể giải thích như sau: khi giá tăng, hộ gia đình vừa tăng chi tiêu nhưng cũng cơ cấu lại gói hàng nên vẫn có thể giữ mức lợi ích với chi phí phụ thêm không lớn hơn mức tăng giá. Đây là một trong những căn cứ để chính sách trợ cấp bù trượt giá không nhất thiết phải bù đúng bằng tỷ lệ tăng giá.



HÌNH 2 - 10

Các tính chất của hàm cầu Hicks

$$(i) \frac{\partial H_i(p, u)}{\partial p_j} = \frac{\partial H_j(p, u)}{\partial p_i} \quad \begin{matrix} i = \overline{1, n} \\ j = \overline{1, n} \end{matrix} \quad (2.42)$$

Tức là sự biến động của cầu Hicks của hộ gia đình về hàng hoá i do giá hàng hoá j thay đổi sẽ bằng sự biến động của cầu hàng hoá j do giá hàng hoá i thay đổi.

$$(ii) \frac{\partial^2 H_j(p, u)}{\partial p_j^2} \leq 0 \quad j = \overline{1, n} \quad (2.43)$$

Nói cách khác đường cầu Hicks không bao giờ có độ dốc dương.

Chứng minh: Do hàm chi tiêu $E(p, u)$ là hàm lõm theo p (tính chất (iv)) nên ma trận Hess của nó đối xứng và bán xác định âm, tức là ma trận

$$\left[\frac{\partial^2 E(p, u)}{\partial p_i \partial p_j} \right]_{\substack{i = \overline{1, n} \\ j = \overline{1, n}}} \text{ đối xứng, bán xác định âm.}$$

Mặt khác theo tính chất (v) của hàm chi tiêu ta có:

$$\frac{\partial E(p, u)}{\partial p_j} = H_j(p, u) \quad j = \overline{1, n}. \text{ Vì vậy ma trận Hess của hàm chi tiêu}$$

sẽ là: $\left[\frac{\partial H_j(p, u)}{\partial p_j \partial p_i} \right]_{\substack{i = \overline{1, n} \\ j = \overline{1, n}}}$. Do tính đối xứng của ma trận này nên ta có (i). Do

tính bán xác định âm của ma trận nên các phần tử thuộc đường chéo chính sẽ không dương, tức là ta có (ii).

3. Quan hệ giữa $D_j(p, M)$ và $H_j(p, u)$; giữa $v(p, M)$ và $E(p, u)$

Vấn đề đặt ra là nếu trong bài toán cực đại lợi ích ta lấy thu nhập M bằng chi tiêu $E(p, u)$ của bài toán cực tiểu hoá chi tiêu và ngược lại thì liệu khi này nghiệm của chúng có giống nhau? Với cùng vectơ giá p , hàm cầu Marshall và hàm lợi ích sẽ phụ thuộc thu nhập còn hàm cầu Hicks và hàm chi tiêu sẽ phụ thuộc mức lợi ích u định trước. Sử dụng lý thuyết đối ngẫu trong lý thuyết tối ưu hoá người ta đã chứng minh được các kết quả sau (xem trong [16, 17]):

(I) Hàm cầu Marshall ở mức thu nhập M bằng hàm cầu Hicks với mức lợi ích $v(p, M)$, tức là:

$$D_j(p, M) \equiv H_j(p, v(p, M)) \text{ với } j = 1 \div n \quad (2.44)$$

(II) Hàm cầu Hicks với mức lợi ích u sẽ bằng hàm cầu Marshall ở mức thu nhập bằng mức chi tiêu $E(p, u)$, tức là:

$$H_j(p, u) \equiv D_j(p, E(p, u)) \text{ với } j = 1 \div n \quad (2.45)$$

(III) Giá trị của hàm lợi ích gián tiếp ở mức thu nhập bằng chi tiêu $E(p, u)$ sẽ chính bằng u , tức là:

$$v(p, E(p, u)) \equiv u \quad (2.46)$$

(IV) Chi tiêu để đạt mức lợi ích $v(p, M)$ sẽ bằng thu nhập M , tức là:

$$E(p, v(p, M)) \equiv M \quad (2.47)$$

Từ (2.46) nếu biết v và u có thể xác định E , từ (2.47) nếu biết M và E có thể xác định v .

Thí dụ 2.9: Cho hàm lợi ích của hộ gia đình có dạng $U(X) = ax^\alpha_1 x^\beta_2$ ($a > 0, 1 > \alpha, \beta > 0$). Hãy xác định hàm chi tiêu. Với $a = 1$ và $\alpha + \beta = 1$, hãy xác định các hàm cầu Hicks.

Theo thí dụ 2.8 ta có:

$$D_1(p_1, p_2, M) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{M}{p_1}; \quad D_2(p_1, p_2, M) = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{M}{p_2}$$

$$\text{và } v(p, M) = a \left(\frac{M}{\alpha + \beta} \right)^{\alpha + \beta} \left(\frac{\alpha}{p_1} \right)^\alpha \left(\frac{\beta}{p_2} \right)^\beta$$

$$\text{Theo (2.46) } v(p, E(p, u)) = a \left(\frac{E}{\alpha + \beta} \right)^{\alpha + \beta} \left(\frac{\alpha}{p_1} \right)^\alpha \left(\frac{\beta}{p_2} \right)^\beta = u. \text{ Giải phương}$$

trình này đối với E ta được

$$E(p, u) = (\alpha + \beta) \left[\frac{u}{a} \left(\frac{p_1}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{p_2}{\beta} \right)^\beta \right]^{\frac{1}{\alpha + \beta}} \quad (2.48).$$

$$\text{Với } a = 1 \text{ và } \alpha + \beta = 1, \text{ ta có } E(p, u) = u \left(\frac{p_1}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{p_2}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha}$$

Theo tính chất (v) của hàm chi tiêu $\frac{\partial E(p, u)}{\partial p_j} = H_j(p, u), j = \overline{1, n}$ ta sẽ

tìm được:

$$H_1(p, u) = u \left(\frac{p_1}{\alpha} \right)^{\alpha - 1} \left(\frac{p_2}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha} \quad \text{và} \quad H_2(p, u) = u \left(\frac{p_1}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{p_2}{1 - \alpha} \right)^{-\alpha}.$$

Từ thí dụ trên ta thấy nếu hàm lợi ích là hàm dạng Cobb-Douglas thì hàm chi tiêu, các hàm cầu Hicks cũng sẽ có dạng như vậy.

4. Phân tích so sánh tính đối với các hàm cầu Marshall

Hàm cầu Marshall của hộ gia đình về các loại hàng hóa là hàm cầu mà ta có thể quan sát và đo lường được các số liệu liên quan trên thị trường. Bởi vậy việc phân tích chi tiết đặc điểm của cầu Marshall chẳng những giúp ta hiểu rõ hành vi tiêu dùng của hộ gia đình - phía cầu của thị trường - mà còn

đề xuất những chỉ định thích hợp cho các mô hình kinh tế lượng, một việc hết sức quan trọng trong phân tích và dự báo trên thị trường.

a. Giá cả tương đối và thu nhập thực tế

Mức giá p_i với $i=1+n$ gọi là mức giá danh nghĩa của hàng hóa i . Mức giá tương đối của hàng hóa i so với (đối với) hàng hóa j là lượng hàng hóa j có thể trao đổi với 1 đơn vị hàng hóa i trên thị trường và đó là tỷ số p_i/p_j . Thu nhập M của hộ gia đình là thu nhập danh nghĩa, thu nhập thực tế so với hàng hóa j sẽ là M/p_j . Do các hàm cầu Marshall $D_i(p, M)$ thuần nhất bậc không đối với p và M tức là $D_i(p, M) \equiv D_i(tp, tM)$ với $t > 0$ nên khi chọn một hàng hoá j bất kỳ trong gói hàng hoá của hộ gia đình và cho $t=1/p_j > 0$ ta sẽ có:

$$D_i(p, M) \equiv D_i\left(\frac{p_1}{p_j}, \frac{p_2}{p_j}, \dots, \frac{p_n}{p_j}, \frac{M}{p_j}\right).$$

Như vậy cầu Marshall của hộ gia đình về một loại hàng chỉ phụ thuộc vào giá tương đối và thu nhập thực tế.

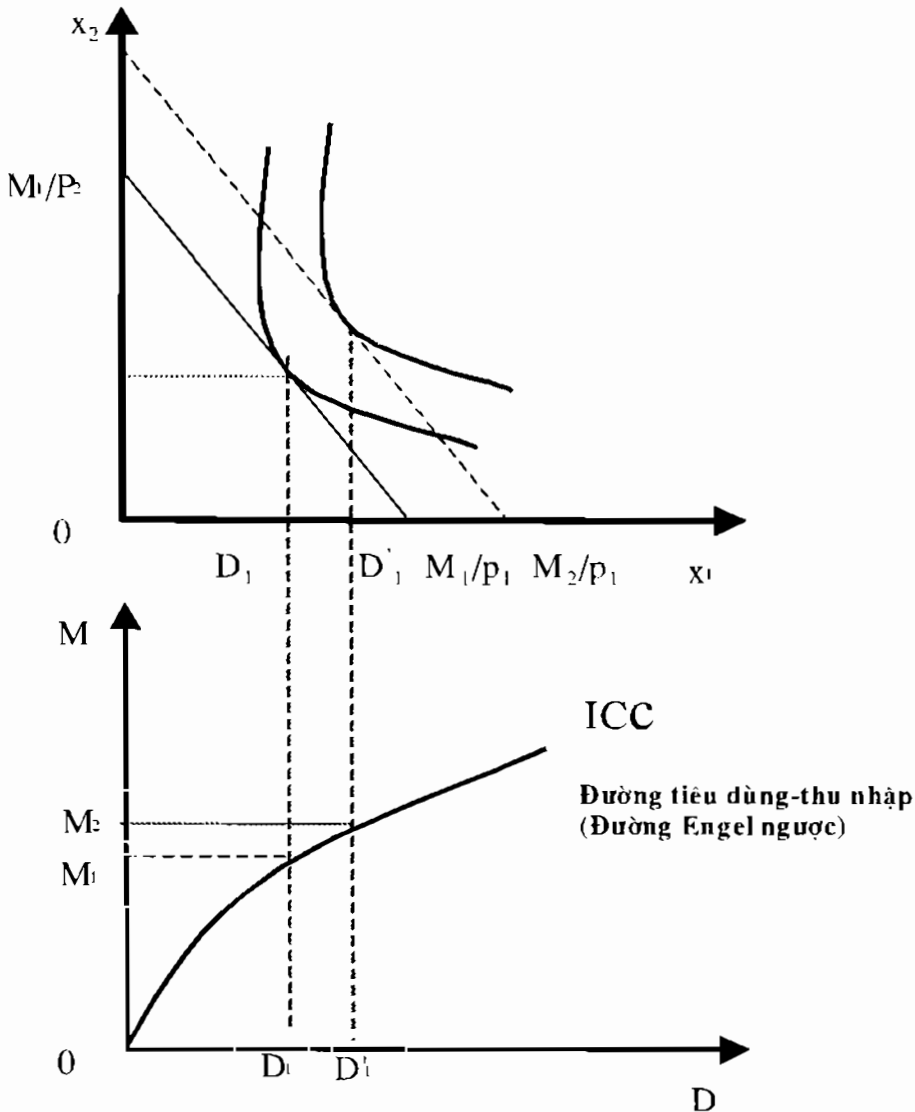
b. Phân tích mối quan hệ giữa mức cầu và thu nhập

1. Đường cong Engel

Giả sử ta cố định giá cả p . Vì p không đổi nên giá cả tương đối không đổi và khi thu nhập danh nghĩa tăng hoặc giảm thì thu nhập thực tế cũng sẽ tăng, giảm nên sẽ tác động tới mức cầu của hộ gia đình. Ta sẽ phân tích tác động này của thu nhập. Ta có hình vẽ 2-11 minh họa tình huống này.

Khi thu nhập M_1 tăng lên thành M_2 , đường ngân sách dịch chuyển song song phải tiếp xúc với đường thờ ở mức lợi ích lớn hơn (do tính chất tăng theo M của $v(p, M)$) và do tính chất đơn điệu tăng của hàm lợi ích, phải có mức cầu của ít nhất một loại hàng tăng lên. Trong trường hợp giá cả cố định, đường biểu diễn mối quan hệ giữa mức cầu với thu nhập gọi là đường Engel. Tùy thuộc vào mối quan hệ này chúng ta có thể phân loại hàng hóa thành các nhóm sau: hàng bình thường (hàng thông thường) và hàng cấp thấp. Hàng hoá i được gọi là hàng bình thường nếu khi thu nhập tăng, mức cầu hàng hoá này tăng; tức là: $\partial D_i(p, M)/\partial M > 0$. Trong nhóm hàng bình thường lại chia làm hai loại: hàng thiết yếu và hàng xa xỉ. Hàng hóa bình thường i gọi là hàng xa xỉ nếu tốc độ tăng tiêu dùng lớn hơn tốc độ tăng thu nhập, tức là $\partial^2 D_i(p, M)/\partial M^2 > 0$ và gọi là hàng thiết yếu nếu tốc độ tăng tiêu dùng nhỏ hơn tốc độ tăng thu nhập, tức là $\partial^2 D_i(p, M)/\partial M^2 < 0$. Hàng hóa j gọi là hàng cấp thấp nếu thu nhập tăng mức cầu hàng này giảm, tức là

$\partial D_j(p, M) / \partial M < 0$. Ta có các hình dưới đây minh họa dáng điệu đường Engel của hàng thiết yếu và hàng xa xỉ.

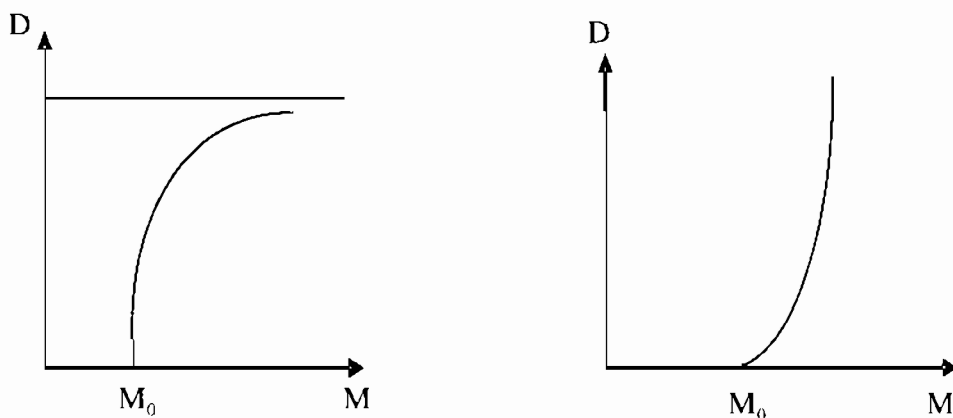


HÌNH 2 - 11

Đối với hàng thiết yếu và xa xỉ các đường Engel thường có hình dạng như trên hình 2-12. Mức cầu hàng này chỉ xuất hiện ở một mức thu nhập M_0 trở đi. Ban đầu khi thu nhập tăng, mức cầu tăng rất nhanh. Đến một ngưỡng thu nhập nào đó tăng chậm dần và khi thu nhập ở mức cao thì cầu gần như

bão hòa. Đối với hàng xa xỉ, mức cầu cũng chỉ xuất hiện từ một ngưỡng thu nhập nhất định. Ban đầu khi thu nhập tăng, mức cầu tăng nhưng còn chậm nhưng sau đó nhanh dần và gần như không có bão hòa.

Chú ý rằng khi giá cả p cố định các hộ gia đình khác nhau nếu có cùng thu nhập M thì phương trình ràng buộc ngân sách sẽ như nhau. Tuy nhiên các hộ có sở thích khác nhau nên dạng của đường thờ σ khác nhau vì vậy điểm tiếp xúc của đường ngân sách và đường thờ σ của các hộ gia đình khác nhau dẫn tới việc cùng một loại hàng nhưng đối với các hộ gia đình sẽ được phân loại khác nhau. Thậm chí cùng một hộ gia đình nhưng trải qua thời gian khác nhau sở thích có thể thay đổi do đó sự phân loại hàng hóa cũng thay đổi. Tóm lại, việc phân loại hàng hóa theo mối quan hệ giữa mức cầu và thu nhập sẽ mang tính tương đối phụ thuộc vào không gian và thời gian xem xét. Điều này đặc biệt quan trọng đối với công việc tiếp thị hàng hóa.



HÌNH 2 -12

2. Độ co giãn của cầu Marshall theo thu nhập

Ta có độ co giãn của cầu Marshall về hàng hóa i theo thu nhập

$$\mu_i = \frac{\partial D_i(p, M)}{\partial M} * \frac{M}{D_i}$$

Ký hiệu s_i là tỷ lệ mức chi tiêu của hộ gia đình cho hàng hoá i trong thu nhập M , ta có:

$s_i = p_i D_i(p, M) / M$. Có thể coi s_i là tỷ trọng chi tiêu hàng hoá i trong tổng thu nhập của người tiêu dùng với điều kiện p cố định. Ta có hệ thức sau phản

ánh mối quan hệ giữa độ co giãn của cầu theo thu nhập và tỷ trọng chi tiêu:

$$\sum_{i=1}^n s_i \mu_i = 1 \quad (2.49)$$

Chứng minh:

Ta có:

$$\sum_{i=1}^n s_i \mu_i = \sum_{i=1}^n \left[\frac{p_i D_i(p, M)}{M} \right] \left[\frac{\partial D_i(p, M)}{\partial M} \frac{M}{D_i(p, M)} \right] = \sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial D_i(p, M)}{\partial M} \quad (2.50)$$

Mặt khác $\sum_{i=1}^n p_i D_i(p, M) = M$, lấy đạo hàm cả hai vế theo M ta được:

$$\sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial D_i(p, M)}{\partial M} = 1 \quad (2.51)$$

Từ (2.50) và (2.51) ta được (2.49).

Kết quả này có thể được sử dụng để thực hiện việc kiểm định giả thuyết trong mô hình kinh tế lượng.

Thí dụ 2.10

Với hàm lợi ích $U(X) = ax^\alpha_1 x^\beta_2$ ($a > 0, 1 > \alpha, \beta > 0$) ta có hàm cầu

Marshall: $D_1(p_1, p_2, M) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{M}{p_1}; D_2(p_1, p_2, M) = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{M}{p_2}$

Dễ dàng tính được: $s_1 = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}; s_2 = \frac{\beta}{\alpha + \beta}$ và $\mu_1 = \mu_2 = 1$.

Trong trường hợp $\alpha + \beta = 1$ thì tham số α và $(1 - \alpha)$ sẽ đặc trưng cho tỷ trọng chi tiêu hàng hóa 1, 2 của hộ gia đình. Các kết quả này có thể mở rộng trong trường hợp có nhiều hàng hóa và cũng được sử dụng để thực hiện việc kiểm định giả thuyết trong mô hình kinh tế lượng.

Để ý rằng từ (2.51) ta có một kết luận hết sức lý thú:

Hộ gia đình không thể chọn mua gói hàng mà trong đó chỉ toàn hàng cấp thấp do đó trong gói hàng chọn mua sẽ phải có hàng thông thường.

Vì nếu trái lại, ta sẽ có:

$$\frac{\partial D_i(p, M)}{\partial M} < 0; i = 1 \div n$$

và do $p_i > 0$ với $i = 1 \div n$ nên không thể có (2.50).

c. Phân tích mối quan hệ giữa cầu Marshall và giá hàng hoá

Trong thực tế vì nhiều lý do giá cả p thường biến động. Sự thay đổi của p làm giá cả tương đối của hàng hóa và thu nhập thực tế thay đổi (dù thu nhập danh nghĩa không đổi). Mặt khác ta đã biết cầu Marshall về các loại hàng của hộ gia đình phụ thuộc vào giá tương đối và thu nhập thực tế. Do đó khi giá p thay đổi sẽ tác động tới các mức cầu, tức là hộ gia đình sẽ điều chỉnh hành vi tiêu dùng. Trong mục này ta sẽ phân tích sự thay đổi này thông qua việc phân tích quan hệ giữa cầu Marshall và giá. Do cầu Marshall và cầu Hicks có liên quan với nhau nên từ việc phân tích quan hệ trên về mặt định lượng ta cũng có thể rút ra những phân tích đối với cầu Hicks dù không thể quan sát trực tiếp được loại cầu này.

1. Đường giá cả - tiêu dùng

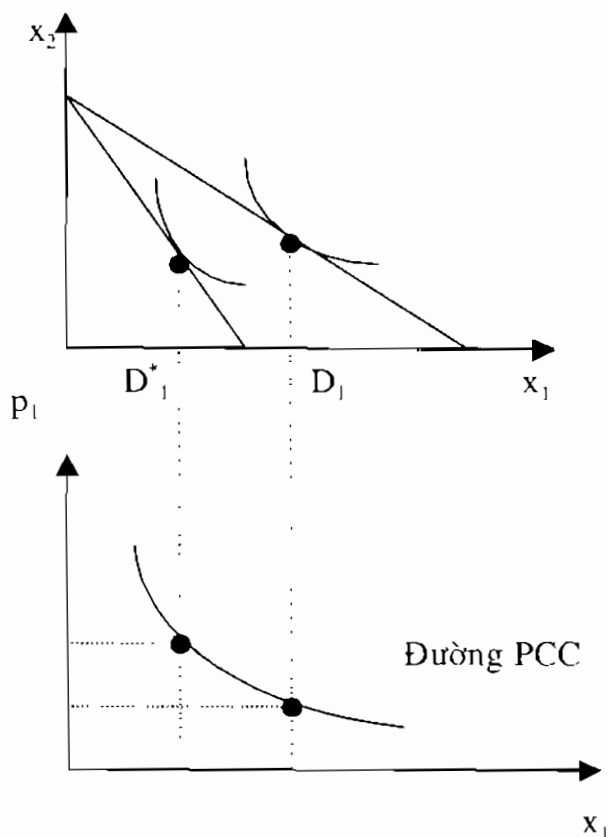
Giả sử ta cố định thu nhập M (thu nhập danh nghĩa) của hộ gia đình và cho giá p thay đổi. Khi này ràng buộc ngân sách trong bài toán cực đại hóa lợi ích sẽ thay đổi vì vậy điểm tiếp xúc giữa đường ngân sách và đường thờ sẽ thay đổi. Như vậy các hàm cầu Marshall sẽ thay đổi. Ta có thể minh họa tình huống này qua hình 2-13.

Ta có thể giải thích hình vẽ: với thu nhập M và mức giá p ban đầu hộ gia đình giải bài toán cực đại lợi ích xác định mức cầu hàng hóa 1 là D_1 . Khi giá tăng, ví dụ p_1 tăng p_2 giữ nguyên, đường ngân sách dịch chuyển sang trái. Tại tiếp điểm mới hộ gia đình có mức cầu hàng hóa 1 là D_1^* . Như trên hình vẽ ta có $D_1^* < D_1$ tức là mức cầu về hàng hóa 1 giảm. Đường biểu diễn quan hệ giữa mức cầu và giá hàng hóa đó gọi là đường "giá cả - tiêu dùng". Tất nhiên có thể có trường hợp $D_1^* > D_1$ thậm chí $D_1^* = D_1$.

2. Hàng thay thế, hàng bổ sung và hàng Giffen

Xét cặp hàng hoá (i, j) trong gói hàng của hộ gia đình. Nếu khi giá hàng hoá j tăng mà cầu Hicks về hàng hoá i tăng (tức là $\partial H_i / \partial p_j > 0$) thì hai hàng hoá này được gọi là hai hàng hoá thay thế lẫn nhau. Ngược lại, nếu $\partial H_i / \partial p_j < 0$ thì hai hàng hoá này được gọi là hai hàng hoá bổ sung.

Hàng hóa i gọi là hàng Giffen nếu khi giá hàng này tăng cầu Marshall sẽ tăng, tức là $\partial D_i / \partial p_i > 0$.



HÌNH 2 - 13

3. Độ co giãn của cầu Marshall theo giá

Ký hiệu độ co giãn của cầu hàng hóa i theo giá hàng hóa j là ϵ_{ij} , ta có:

$$\epsilon_{ij} = \frac{\partial D_i(p, M)}{\partial p_j} \frac{p_j}{D_i(p, M)}; j = \overline{1, n}, i = \overline{1, n}, i \neq j \quad (2.52)$$

Các hệ số ϵ_{ij} gọi là “độ co giãn chéo” theo giá của cầu Marshall.

Ký hiệu độ co giãn của cầu hàng hóa i theo giá hàng hóa đó là ϵ_{ii} , ta có:

$$\epsilon_{ii} = \frac{\partial D_i(p, M)}{\partial p_i} \frac{p_i}{D_i(p, M)}; i = \overline{1, n} \quad (2.53)$$

Các hệ số ϵ_{ii} gọi là “độ co giãn riêng” theo giá của cầu Marshall.

4. Độ co giãn của cầu Hicks theo giá

Ký hiệu độ co giãn của cầu Hicks về hàng hóa i theo giá hàng hóa j là η_{ij} , ta có:

$$\eta_{ij} = \frac{\partial H_i(p, M)}{\partial p_j} \frac{p_j}{H_i(p, M)}; j = \overline{1, n}, i = \overline{1, n}, i \neq j \quad (2.54)$$

Các hệ số η_{ij} gọi là “độ co giãn chéo” theo giá của cầu Hicks.

Ký hiệu độ co giãn của cầu Hicks về hàng hóa i theo giá hàng hóa đó là η_{ii} , ta có:

$$\eta_{ii} = \frac{\partial H_i(p, M)}{\partial p_i} \frac{p_i}{H_i(p, M)}; i = \overline{1, n} \quad (2.55)$$

Các hệ số η_{ii} gọi là “độ co giãn riêng” theo giá của cầu Hicks.

Từ định nghĩa độ co giãn của cầu theo giá, theo thu nhập ta có thể thấy:

- nếu hàng hóa i có $\mu_i > 0$ thì i là hàng thông thường, nếu $\mu_i < 0$ thì i là hàng cấp thấp

- nếu $\epsilon_{ii} > 0$ thì i là hàng Giffen

- nếu cặp hàng i, j có $\eta_{ij} > 0$ thì (i, j) là hai mặt hàng thay thế, nếu $\eta_{ij} < 0$ thì (i, j) là hai mặt hàng bổ sung. Chú ý rằng dấu của η_{ij} và η_{ji} là như nhau.

5. Quan hệ giữa các hệ số co giãn của cầu Marshall

Ta sẽ chứng minh rằng:

$$\sum_{j=1}^n \epsilon_{ij} + \mu_i = 0; i = \overline{1, n} \quad (2.56)$$

$$\sum_{i=1}^n s_i \epsilon_{ij} = -s_j; j = \overline{1, n} \quad (2.57)$$

trong đó μ_i là độ co giãn của cầu theo thu nhập và s_i là tỷ trọng chi tiêu cho hàng hóa i .

Thật vậy, do hàm cầu D_i thuần nhất bậc không theo p, M nên ta có ngay

(2.56). Ta sẽ chứng minh hệ thức (2.57). Từ đẳng thức $\sum_{i=1}^n p_i D_i = M$ lấy đạo

hàm riêng theo p_j cả hai vế ta được:

$$\sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial D_i}{\partial p_j} + D_j + \frac{\partial D_j}{\partial p_j} p_j = 0 \text{ . Suy ra } - D_j = \sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial D_i}{\partial p_j} .$$

Nhân cả hai vế với p_j , chia hai vế cho M ta được:

$$\frac{- p_j D_j}{M} = \sum_{i=1}^n \frac{D_i p_i}{M} \left(\frac{\partial D_i}{\partial p_j} \frac{p_j}{D_i} \right) \text{ và ta có} \quad (2.57)$$

Các hệ thức (2.56) và (2.57) thường được sử dụng để kiểm định các giả thuyết trong kinh tế lượng.

6. Phân tích tác động của giá tới câu Marshall - Phương trình Slutsky

Ta đã biết khi giá p thay đổi làm thay đổi giá cả tương đối và thu nhập thực tế của hộ gia đình do đó sẽ tác động tới câu Marshall. Ta sẽ phân tích chi tiết tình huống này để có thể định lượng ảnh hưởng của giá.

- Hiệu ứng thay thế và hiệu ứng thu nhập

Khi giá hàng hóa $j - p_j$ - tăng, giá tương đối của của các hàng hóa khác so với j giảm và thu nhập thực tế giảm nên câu Marshall về các loại hàng thay đổi. Trong tình huống này hộ gia đình có xu hướng giảm bớt việc tiêu dùng hàng hoá j và tăng tiêu dùng hàng hoá i (hàng hóa có thể thay thế hàng j) để cố gắng giữ nguyên mức lợi ích đã đạt được. Tác động này của của việc p_j tăng gọi là “hiệu ứng thay thế” và ta sẽ ký hiệu là SE. Mặt khác do thu nhập thực tế giảm nên hộ gia đình sẽ điều chỉnh các mức câu Marshall. Tác động này của việc p_j tăng gọi là “hiệu ứng thu nhập” và ta ký hiệu là IE. Như vậy tác động tổng hợp của việc tăng giá hàng hoá j - ký hiệu là TE - sẽ là:

TE = SE + IE. Cơ sở của việc tính toán các biến này là các phương trình Slutsky.

- Phương trình Slutsky

Theo (2.45) ta có $H_i(p,u) \equiv D_i(p, E(p,u))$ với $i = 1 \div n$. Lấy đạo hàm riêng hai vế theo p_j :

$$\frac{\partial H_i(p,u)}{\partial p_j} = \frac{\partial D_i(p, E(p,u))}{\partial p_j} + \frac{\partial D_i(p, E(p,u))}{\partial M} \frac{\partial E(p,u)}{\partial p_j}$$

Mặt khác theo tính chất (v) của hàm chi tiêu - theo (2.39) - và theo (2.44) ta có:

$$\frac{\partial E(p,u)}{\partial p_j} = H_j(p,u) = H_j(p, v(p,M)) = D_j(p,M)$$

Do $E(p,u) = E(p, v(p,M)) = M$, suy ra:

$$\frac{\partial H_i(p, u)}{\partial p_j} = \frac{\partial D_i(p, M)}{\partial p_j} + \frac{\partial D_i(p, M)}{\partial M} D_i(p, M)$$

Chuyển vế ta được:

$$\frac{\partial D_i(p, M)}{\partial p_j} = \frac{\partial H_i(p, v(p, M))}{\partial p_j} - \frac{\partial D_i(p, M)}{\partial M} D_i(p, M) \text{ với } i, j = 1 \div n \quad (2.58)$$

Các phương trình trên gọi là các phương trình Slutsky.

Số hạng ở vế trái là TE, số hạng thứ nhất ở vế phải là SE và số hạng thứ hai là IE. Sử dụng phương trình Slutsky ta có thể phân tích ảnh hưởng tuyệt đối của sự thay đổi giá p_j tới cầu Marshall của các loại hàng. Trong thực tế, qua phân tích số liệu trên thị trường ta có thể ước lượng được TE và IE. Từ các giá trị TE, IE quan sát được ta có thể tính SE là biến không quan sát được.

Nhân hai vế (2.58) với p_j/D_i ta có phương trình Slutsky viết dưới dạng độ co giãn:

$$\epsilon_{ij} = \eta_{ij} - \mu_i s_j \text{ với } i = 1 \div n, j = 1 \div n \quad (2.59)$$

Với $i = j$ ứng với tình huống tác động của giá hàng i tới cầu Marshall về hàng hóa i ta có:

$$\frac{\partial D_i(p, M)}{\partial p_i} = \frac{\partial H_i(p, v(p, M))}{\partial p_i} - \frac{\partial D_i(p, M)}{\partial M} D_i(p, M) \text{ với } i = 1 \div n \quad (2.60)$$

hay dưới dạng độ co giãn: $\epsilon_{ii} = \eta_{ii} - \mu_i s_i$ với $i = 1 \div n$ (2.61)

Thí dụ 2.11

Cho hàm lợi ích $U(X) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ ($1 > \alpha > 0$) và thu nhập M của hộ gia đình. Hãy xác định hiệu ứng thay thế của mức cầu Marshall về hàng hóa 1 khi giá hàng này tăng.

Theo thí dụ 2.9 ta có:

$$D_1(p_1, p_2, M) = \frac{\alpha M}{p_1}; \quad D_2(p_1, p_2, M) = \frac{(1-\alpha)M}{p_2}$$

Suy ra $\frac{\partial D_1}{\partial p_1} = -\frac{\alpha M}{p_1^2}$; $-\frac{\partial D_1}{\partial M} D_1 = -\frac{\alpha^2 M}{p_1^2}$ do đó SE = $\frac{(\alpha-1)\alpha M}{p_1^2}$

Từ phương trình (2.60) ta có thể rút ra một số nhận xét:

- Do $\partial H_i(p, v(p, M)) / \partial p_i \leq 0$, thường là trong thực tế tác động thay thế luôn âm, nên tác động tổng hợp (tác động cuối cùng) của việc giá p_i tăng (giảm) đến D_i sẽ phụ thuộc vào dấu và độ lớn của IE.

- Do $D_i(p, M) > 0$ nên nếu i là hàng hóa thông thường ($\partial D_i(p, M) / \partial M > 0$) thì quan hệ giữa giá và cầu Marshall là ngược chiều ($\partial D_i(p, M) / \partial p_i < 0$). Mệnh đề này thường được gọi là “luật cung-cầu” trong kinh tế thị trường.

- Nếu i là hàng hoá cấp thấp ($\partial D_i(p, M) / \partial M < 0$) thì quan hệ giữa giá và cầu Marshall có thể là cùng chiều hoặc ngược chiều.

- Nếu từ quan sát, phân tích số liệu thực tế ta thấy cầu Marshall có quan hệ cùng chiều với giá ($\partial D_i(p, M) / \partial p_i > 0$) thì hàng hóa này không phải hàng hoá thông thường. Như vậy hàng Giffen không thể là hàng thông thường.

- Từ đẳng thức $\sum_{i=1}^n s_i \varepsilon_{i,j} = -s_j$; $j = 1, n$ (2.57), do $s_i \geq 0$ với mọi i và tồn tại $s_j > 0$ nên với hàng hóa j bất kỳ trong gói hàng của hộ gia đình không thể có $\varepsilon_{i,j} > 0$ với mọi i được. Cho j là hàng hóa hộ gia đình chọn mua và tiêu thụ ($s_j > 0$) như vậy trong gói hàng phải tồn tại hàng hóa r sao cho $\varepsilon_{r,j} < 0$. Theo phương trình Slutsky ta có:

$$\varepsilon_{r,j} = \eta_{r,j} - \mu_r s_j < 0 \quad (2.62)$$

Nếu r là hàng cấp thấp ($\mu_r < 0$) thì ta phải có $\eta_{r,j} < 0$ tức là (j, r) là cặp hàng bổ sung.

Ta đã xét hành vi tiêu dùng của hộ gia đình thông qua việc xác lập và phân tích một số mô hình tối ưu. Tổng cộng các mức cầu Marshall về từng loại hàng hóa của toàn thể các hộ gia đình ta được mức cầu tổng hợp và gọi là “hàm cầu của thị trường” về các loại hàng. Do cầu Marshall phụ thuộc giá và thu nhập nên hàm cầu của thị trường cũng sẽ phụ thuộc giá và thu nhập tổng cộng của tổng thể hộ gia đình. Một cách quy ước, ta ký hiệu hàm cầu là $D = D(p, M)$ trong đó D là mức cầu của thị trường về một loại hàng nào đó, p là véc tơ giá các hàng hóa, M là thu nhập của tổng thể hộ gia đình.

§3. MÔ HÌNH PHÂN TÍCH HÀNH VI CỦA DOANH NGHIỆP - HÀNH VI SẢN XUẤT KINH DOANH

I. HÀNH VI VÀ VỊ THẾ CỦA DOANH NGHIỆP

1. Doanh nghiệp và hoạt động sản xuất - kinh doanh

a. Hoạt động sản xuất trong kinh tế thị trường

Sản xuất được hiểu là một quá trình biến đổi đầu vào (các yếu tố sản xuất, các nguồn lực) thành đầu ra (sản phẩm vật chất, dịch vụ); tức là quá trình biến đổi các nguồn thành các nguồn khác để đem cung ứng cho thị trường tiêu thụ. Tác nhân thực hiện quá trình sản xuất gọi là *doanh nghiệp*.

b. Hành vi của doanh nghiệp

Trong kinh tế thị trường, doanh nghiệp tham gia hoạt động sản xuất, kinh doanh vì mục tiêu lợi nhuận, hơn nữa là lợi nhuận cực đại (đặc biệt khi chúng ta xét về dài hạn). Để đạt mục tiêu này, doanh nghiệp phải lựa chọn các loại yếu tố sản xuất cùng mức độ sử dụng, mức sản lượng cung ứng cho thị trường và giá bán sản phẩm căn cứ vào thực lực của doanh nghiệp (trình độ công nghệ, trình độ quản lí, khả năng nguồn tự có...) và các điều kiện liên quan tới thị trường đầu vào và thị trường đầu ra. Toàn bộ quá trình lựa chọn này là hành vi của doanh nghiệp. Như vậy, hành vi của doanh nghiệp có liên quan tới:

- Tình trạng công nghệ của doanh nghiệp (bao hàm cả trình độ quản lí, điều hành)
- Các điều kiện trên thị trường yếu tố sản xuất, trong đó doanh nghiệp với tư cách là người mua
- Các điều kiện trên thị trường sản phẩm trong đó doanh nghiệp với tư cách là người bán
- Mục tiêu của doanh nghiệp.

Phân tích hành vi của doanh nghiệp là việc phân tích quá trình doanh nghiệp giải đáp các vấn đề kinh tế cơ bản (sản xuất cái gì, như thế nào, và cho ai) trên cơ sở các điều kiện trên. Các điều kiện này tạo ra nhiều khả năng lựa chọn giải pháp cho các vấn đề cơ bản của doanh nghiệp và với hành vi hợp lý, hành vi của doanh nghiệp sẽ là hành vi tối ưu. Qua phân tích hành vi của doanh nghiệp chúng ta cũng sẽ biết được mức cung hàng hóa trên các thị trường được hình thành như thế nào.

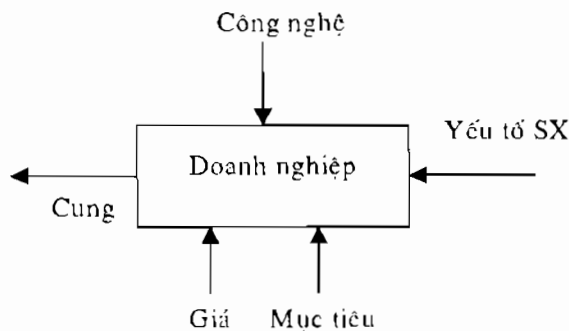
2. Vị thế của doanh nghiệp trên thị trường

Doanh nghiệp là một trong số tác nhân cơ bản trên hai thị trường: thị trường các yếu tố sản xuất và thị trường các sản phẩm đầu ra của doanh nghiệp. Tùy thuộc vào số lượng các tác nhân khác tham gia vào các thị trường này cũng như các điều kiện về môi trường tự nhiên, xã hội (chính trị, pháp lý...) liên quan sẽ xác lập vị thế của doanh nghiệp trên các thị trường này. Vị thế của doanh nghiệp thể hiện bởi khả năng chi phối giá cả hàng hóa trên thị trường của doanh nghiệp. Nếu trên thị trường số lượng doanh nghiệp tham gia (mua, bán) khá lớn, mỗi doanh nghiệp cá lẻ không có khả năng chi phối giá cả bằng việc thay đổi hành vi của mình - doanh nghiệp là người chấp nhận giá - thì thị trường gọi là cạnh tranh hoàn hảo và doanh nghiệp gọi là *cạnh tranh hoàn hảo*. Nếu trên thị trường số lượng doanh nghiệp tham gia không nhiều, mỗi doanh nghiệp cá lẻ ít nhiều đều có khả năng chi phối giá cả thì thị trường gọi là cạnh tranh không hoàn hảo và doanh nghiệp gọi là *cạnh tranh không hoàn hảo*. Nếu trên thị trường chỉ có duy nhất một doanh nghiệp do đó có toàn quyền chi phối giá cả - doanh nghiệp là người định giá - thì thị trường gọi là độc quyền và doanh nghiệp gọi là *doanh nghiệp độc quyền*. Như vậy đối với doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo giá cả sẽ là biến ngoại sinh còn đối với doanh nghiệp độc quyền giá cả sẽ là biến nội sinh.

Trong khuôn khổ môn học chúng ta sẽ chỉ phân tích hành vi của doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo trên thị trường yếu tố sản xuất, doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo và doanh nghiệp độc quyền trên thị trường sản phẩm đầu ra. Đối với doanh nghiệp cạnh tranh không hoàn hảo, việc phân tích hành vi sẽ phức tạp hơn đòi hỏi các công cụ toán cao cấp hơn.

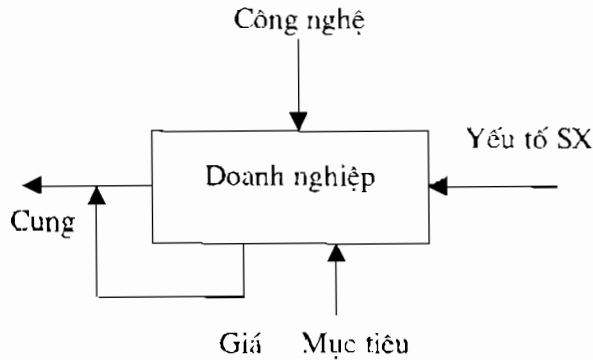
3. Sơ đồ hệ thống mô tả hành vi của doanh nghiệp

Nếu xem doanh nghiệp như một “hộp đen” ta có các sơ đồ sau thể hiện các yếu tố liên quan tới hành vi của doanh nghiệp:



HÌNH 2 - 14

Hình 2-14 là sơ đồ hộp đen ứng với doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo. Đầu vào của hệ thống gồm các yếu tố sản xuất, trạng thái công nghệ, giá sản phẩm; đầu ra là mức cung sản phẩm cho thị trường.



HÌNH 2 -15

Hình 2-15 là sơ đồ hộp đen ứng với doanh nghiệp độc quyền. Đầu vào của hệ thống gồm các yếu tố sản xuất, trạng thái công nghệ. Do doanh nghiệp là người định giá sản phẩm nên đầu ra có thể là mức cung sản phẩm cho thị trường hoặc giá sản phẩm.

Để tiến hành phân tích hành vi của doanh nghiệp cần phải mô hình hoá nhóm các nhân tố chi phối hành vi của doanh nghiệp.

II. MÔ HÌNH MÔ TẢ CÔNG NGHỆ

Muốn sản xuất ra sản phẩm, doanh nghiệp phải sử dụng các yếu tố sản xuất. Xét về mặt kỹ thuật, tùy thuộc vào trình độ công nghệ sẽ quy định doanh nghiệp có thể và cần phải sử dụng yếu tố sản xuất nào và ở mức là bao nhiêu để có thể sản xuất một khối lượng sản phẩm nhất định. Như vậy có mối quan hệ giữa sản phẩm dự kiến sản xuất và mức sử dụng các yếu tố sản xuất. Mối quan hệ này sẽ khác nhau giữa các trình độ công nghệ khác nhau do đó nó có thể đặc trưng, phản ánh tình trạng công nghệ của doanh nghiệp. Tình trạng công nghệ của doanh nghiệp xét về phương diện kỹ thuật có thể đặc trưng bởi hai yếu tố: *tỷ lệ các yếu tố sản xuất trong một đơn vị sản phẩm và sự thay thế giữa các yếu tố sản xuất.*

1. Một số mô hình mô tả công nghệ

a. Tập khả năng sản xuất

1. Khái niệm

Giả sử doanh nghiệp trong quá trình sản xuất có thể sử dụng, biến đổi,

tạo ra k nguồn.

Xét vectơ $X = (x_1, x_2, \dots, x_k) \in \mathbb{R}^k$ và gọi là vectơ sản phẩm ròng. Nếu $x_i < 0$ thì nguồn i là yếu tố sản xuất được sử dụng, nếu $x_j > 0$ thì nguồn j là sản phẩm được sản xuất.

- Tập khả năng sản xuất (tập năng lực sản xuất):

Tập khả năng sản xuất (còn gọi là tập năng lực sản xuất) của doanh nghiệp - ký hiệu là PS là tập gồm các vectơ sản phẩm ròng, tức là $PS = \{ X \in \mathbb{R}^k \}$

2. Các giả thiết đối với PS

(i) $0 \in PS$, tức là doanh nghiệp không hoạt động gì cũng là phương án có thể chấp nhận.

(ii) $PPS \cap \mathbb{R}^k_+ = \{0\}$, tức là muốn sản xuất doanh nghiệp phải sử dụng ít nhất một nguồn. Doanh nghiệp với công nghệ hiện có không thể sản xuất ra sản phẩm mà không phải chi phí gì.

(iii) $\mathbb{R}^k_- \subset PS$, tức là doanh nghiệp chấp nhận có lãng phí (có hao phí nguồn không chuyển hóa thành nguồn khác) trong quá trình sản xuất, nói cách khác quá trình sản xuất không đảo ngược được.

(iv) PS là tập đóng và bị chặn, tính đóng của PS xuất phát từ lập luận cho rằng nếu công nghệ của doanh nghiệp cho phép có một loạt các vectơ sản phẩm ròng thì một vectơ khác chỉ khác "chút ít" với các vectơ trên cũng sẽ hợp lệ về mặt công nghệ. Tính bị chặn của PS là do quy luật khan hiếm các nguồn.

Mô hình PS là mô hình tổng quát nhất mô tả công nghệ. Tuy nhiên do tính tổng quát của PS nên khó có thể sử dụng để phân tích. Các mô hình dưới đây sẽ chi tiết hóa PS để có thể sử dụng toán học trong phân tích.

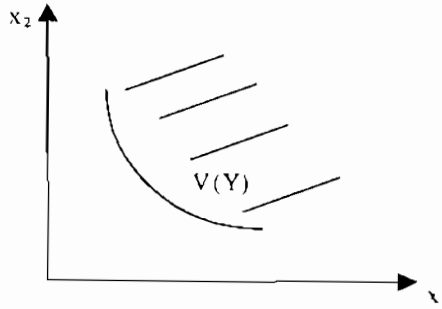
b. Phép biến đổi sản xuất

Giả sử với công nghệ hiện có doanh nghiệp có thể sử dụng n yếu tố sản xuất (đầu vào) để sản xuất m loại sản phẩm (đầu ra). Ký hiệu $Y \in \mathbb{R}^m_+$; $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ là vectơ đầu ra và $X \in \mathbb{R}^n_+$; $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ là vectơ đầu vào. Tùy thuộc vào tình trạng công nghệ, với X ta có tương ứng một số Y và với Y ta có một số X . Quan hệ này được biểu diễn bởi phép biến đổi:

$F(Y, X) \leq 0$. Hàm F gọi là hàm biến đổi sản xuất. Với $Y \in \mathbb{R}^m_+$, cho trước, xét tập:

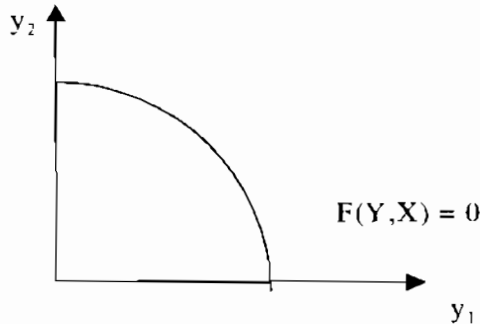
$V(Y) = \{ X : F(Y, X) \leq 0, X \in \mathbb{R}^n_+ \}$, $V(Y)$ gọi là tập nhu cầu nguồn ứng

với đầu ra Y . Ta có hình 2 -16 minh hoạ tập nhu cầu nguồn.



HÌNH 2 - 16

Cố định X , xét tập $\{Y: F(Y, X) \leq 0, Y \in \mathbb{R}_+^m\}$, đường mức tương ứng $F(Y, X) = 0$ gọi là đường *giới hạn khả năng sản xuất* (Hình 2 -17).



HÌNH 2 - 17

Xét đường mức $F(Y, X) = 0$ với Y, X đều biến đổi, với F khả vi ta có thể tính các tỷ số: F_k/F_r với F_k, F_r là các đạo hàm riêng của F theo các biến. Nếu chỉ số k, r ứng với biến x_k, x_r ta có $dx_r/dx_k = -F_k/F_r$ và đó là *tỷ lệ thay thế kỹ thuật biên giữa hai yếu tố sản xuất* (r, k). Nếu chỉ số k, r ứng với biến y_k, y_r ta có $dy_r/dy_k = -F_k/F_r$ và tỷ số này gọi là *tỷ lệ chuyển đổi biên* (MRT) giữa hai sản phẩm (k, r). Nếu chỉ số r ứng với biến y_r , chỉ số k ứng với x_k ta có $dy_r/dx_k = -F_k/F_r$ và tỷ số này gọi là *năng suất biên của yếu tố k đối với sản phẩm r* (MP'_k).

Trường hợp doanh nghiệp có khả năng sản xuất nhiều sản phẩm là trường hợp phổ biến trong thực tế. Để thuận tiện trong phân tích ta giả định rằng các sản phẩm được gộp, quy đổi thành một sản phẩm quy ước. Khi này để mô tả chi tiết tình trạng công nghệ của doanh nghiệp ta có thể sử dụng mô hình hàm sản xuất. Đây là mô hình được áp dụng rộng rãi để phân tích tình trạng công nghệ của doanh nghiệp, của ngành, của địa phương và quốc gia.

2. Hàm sản xuất

a. Khái niệm hàm sản xuất

Xét tập $PS = \{(-X, Q)\}$ trong đó $X \in \mathbb{R}^n_+$; $Q \in \mathbb{R}^1_+$. Như vậy X là vectơ mức sử dụng các yếu tố sản xuất (đầu vào, input), Q là mức sản lượng.

1. Tập nhu cầu nguồn

Với $Q \in \mathbb{R}^1_+$ tập nhu cầu nguồn ứng với Q sẽ là $V(Q) = \{X \in \mathbb{R}^n_+ : (-X, Q) \in PS\}$. Đó là tập các $X \in \mathbb{R}^n_+$ mà với công nghệ hiện có doanh nghiệp có thể sản xuất ra được ít nhất Q đơn vị sản phẩm (sản lượng Q).

2. Các giả thiết đối với $V(Q)$

(i) Tính chính quy (hợp lý) đối với đầu vào:

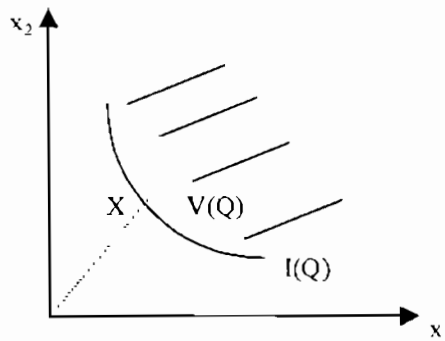
$V(Q) \neq \emptyset$, đóng, và nếu $Q > 0$ thì $0 \notin V(Q)$.

Giả thiết $V(Q)$ khác trống là hiển nhiên. Tính đóng của $V(Q)$ xuất phát từ tính đóng của tập PS . Giả thiết nếu $Q > 0$ thì $0 \notin V(Q)$ phù hợp với giả thiết (ii) của PS .

(ii). Tính đơn điệu tăng:

Nếu $X \in V(Q)$ và $X^1 \geq X$ thì $X^1 \in V(Q)$. Điều này có nghĩa là có thể có lãng phí trong quá trình sản xuất.

(iii) Tính lồi: $V(Q)$ là tập lồi, tức là nếu $X^1, X^2 \in V(Q)$, với $\lambda \in [0, 1]$: $\lambda X^1 + (1-\lambda)X^2 \in V(Q)$.



HÌNH 2 - 18

3. Đường đồng lượng mức Q

Với $Q > 0$, xét tập $I(Q) = \{X \in V(Q) \text{ mà } \lambda X \notin V(Q) \text{ với } 0 \leq \lambda < 1\}$. $I(Q)$ gọi là đường đồng lượng mức Q . $I(Q)$ bao gồm tất cả các vectơ nhu cầu nguồn X có thể sản xuất ra sản lượng đúng bằng Q . Ta có hình 2-18 minh họa $V(Q)$ và $I(Q)$.

4. Định nghĩa hàm sản xuất

Hàm số $F(X)$ gọi là hàm sản xuất nếu $F(X) = \text{Max} \{Q > 0; X \in V(Q)\}$.

Ta sẽ ký hiệu $Q = F(X)$, như vậy hàm $Q = F(X)$ biểu thị mức sản lượng lớn nhất doanh nghiệp có thể sản xuất với công nghệ hiện có và với đầu vào X . Mô hình hàm sản xuất có biến nội sinh là mức sản lượng Q , các biến ngoại sinh là mức sử dụng các yếu tố x_1, \dots, x_n và có thể chứa các tham số. Lưu ý rằng hàm sản xuất là hàm mô tả quan hệ giữa kết quả sản xuất có hiệu quả nhất (về mặt kỹ thuật) phụ thuộc vào các yếu tố sản xuất. Người ta đã chứng minh rằng với các giả thiết về $V(Q)$ thì hàm sản xuất $Q = F(X)$ luôn tồn tại và có các tính chất sau:

(i) Hàm sản xuất $Q = F(X)$ liên tục (do $V(Q)$ đóng), $F(0) = 0$ và nếu $Q > 0$ thì phải tồn tại $x_i > 0$.

(ii) Hàm sản xuất $Q = F(X)$ không giảm theo X , như vậy nếu $F(X)$ khả vi ta sẽ có $F_i \geq 0$ với F_i là đạo hàm riêng của $F(X)$ theo biến x_i .

(iii) Hàm sản xuất $Q = F(X)$ là hàm tựa lõm.

Đối với hàm $Q = F(X)$ tập mức dưới sẽ là $V(Q)$ còn đường mức chính là đường đồng lượng $I(Q)$. Do tính không giảm của $F(X)$ nên khi Q tăng thì $I(Q)$ dịch chuyển sang phải và hướng lên trên.

b. Phân tích so sánh tĩnh đối với hàm sản xuất - Phân tích tác động của yếu tố sản xuất tới sản lượng

Các doanh nghiệp với công nghệ khác nhau sẽ có hàm sản xuất khác nhau do đó ta có thể sử dụng hàm sản xuất để thể hiện tình trạng công nghệ. Ngoài ra phân tích so sánh tĩnh đối với mô hình hàm sản xuất sẽ cung cấp cho ta thông tin về công nghệ của doanh nghiệp và có thể phân tích chi tiết hơn tình trạng công nghệ của doanh nghiệp trong việc sử dụng có hiệu quả các yếu tố. Trong hàm sản xuất $Q = F(X)$, Q là biến nội sinh, x_1, x_2, \dots, x_n là các biến ngoại sinh. ta sẽ phân tích tác động của biến ngoại sinh tới biến nội sinh.

+ Về mặt ngắn hạn, với công nghệ hiện có, doanh nghiệp chỉ có khả năng thay đổi một số yếu tố có tính lưu động. Chúng ta có thể đo lường hiệu quả của việc sử dụng các yếu tố đó bằng các thước đo sau:

- Năng suất biên của yếu tố i (sản phẩm hiện vật biên):

$$MP_i = \frac{\partial F}{\partial x_i} \quad i = 1 \div n$$

MP_i cho chúng ta biết khi doanh nghiệp cố định mức sử dụng các yếu tố khác và tăng (giảm) mức sử dụng yếu tố i 1 đơn vị thì mức sản lượng sẽ tăng (giảm) bao nhiêu đơn vị. Với ý nghĩa như trên, MP_i thường được giả thiết là dương.

- Năng suất trung bình của yếu tố i : $AP_i = \frac{F(X)}{x_i} \quad i=1 \div n$

- Độ co giãn của Q theo yếu tố i : $\varepsilon_{x_i}^Q \quad i=1 \div n$

- Hệ số thay thế giữa yếu tố i và yếu tố j : $dx_j / dx_i = - \frac{MP_i}{MP_j} \quad i, j=1 \div n, i \neq j$

Trong tình huống doanh nghiệp chỉ có khả năng thay đổi được yếu tố i còn các yếu tố khác không thay đổi được (cố định) thì việc sử dụng yếu tố i ở mức có lợi nhất sẽ là ở mức mà năng suất trung bình của yếu tố i đạt cực đại. Tình huống này được gọi là tình huống tối ưu về mặt kĩ thuật. Xem xét tình huống này chúng ta có mô hình:

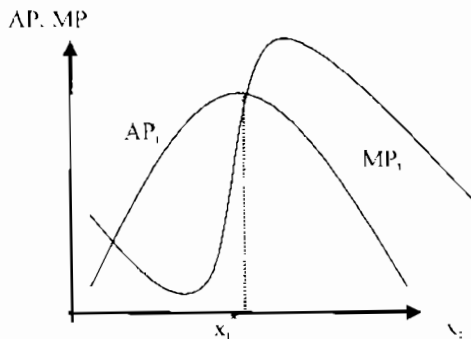
$$\frac{F(X)}{x_i} \rightarrow \text{Max}$$

Có thể chứng minh điều kiện cần (với nhiều dạng hàm cũng là điều kiện đủ) đối với nghiệm (x_i^*): x_i^* phải là nghiệm của phương trình:

$$\frac{F(X)}{x_i} = \frac{\partial F}{\partial x_i} \tag{2.63}$$

Do vế trái của phương trình chính là AP_i , còn vế phải là MP_i vì vậy khi doanh nghiệp sử dụng yếu tố i ở mức mà năng suất biên của yếu tố bằng năng suất trung bình thì sẽ đạt tối ưu về mặt kĩ thuật.

Ta có thể minh họa trên hình 2-19.



HÌNH 2 - 19

+ Về mặt dài hạn, doanh nghiệp có khả năng thay đổi tất cả các yếu tố và tình huống được quan tâm là khi tất cả các yếu tố đều thay đổi theo cùng một tỉ lệ (tuyệt đối, tương đối) thì tác động này ảnh hưởng như thế nào tới sản lượng. Khi này chúng ta đề cập tới vấn đề tăng qui mô và hiệu quả.

Cho hàm sản xuất $Q = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$, với $X' = \lambda X = (\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n)$, ta nói qui mô sản xuất tăng với hệ số λ ($\lambda > 1$). Nếu:

$F(\lambda X) > \lambda \cdot F(X)$ thì công nghệ sản xuất (ứng với hàm sản xuất) gọi là tăng qui mô có hiệu quả (hiệu quả tăng theo quy mô).

$F(\lambda X) < \lambda \cdot F(X)$ thì công nghệ sản xuất gọi là tăng qui mô không có hiệu quả (hiệu quả giảm theo quy mô).

$F(\lambda X) = \lambda \cdot F(X)$ thì công nghệ sản xuất gọi là tăng qui mô không thay đổi hiệu quả (hiệu quả không đổi theo quy mô).

Để đo hiệu quả theo qui mô (tương đối) ta dùng độ co giãn toàn phần của Q theo các yếu tố:

$$\epsilon^Q = \sum_{i=1}^n \epsilon_{x_i}^Q$$

Thí dụ 2.12

Xét hàm sản xuất dạng Cobb-Douglas với hai yếu tố vốn (K) và lao động (L):

$$Q = aK^\alpha L^\beta$$

Đây là hàm sản xuất có hệ số co giãn của sản lượng Q theo các biến không đổi, $\epsilon_K^Q = \alpha$, $\epsilon_L^Q = \beta$ và khi tăng qui mô sản xuất λ lần thì kết quả sản xuất tăng $\lambda^{\alpha + \beta}$ lần. Như vậy đối với hàm này hiệu quả tăng (giảm, không đổi) theo quy mô khi và chỉ khi $\alpha + \beta > (<, =) 1$. Ta hãy xét năng suất biên của

các yếu tố:
$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = a\alpha K^{\alpha-1} L^\beta \tag{2.64}$$

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = a\beta K^\alpha L^{\beta-1} \tag{2.65}$$

$$MP_K / MP_L = \left(\frac{\alpha}{\beta} \right) \left(\frac{L}{K} \right) \tag{2.66}$$

3. Một số dạng hàm sản xuất

Dựa vào những đặc điểm, yếu tố đặc thù của công nghệ giúp chúng ta định dạng hàm sản xuất. Hai đặc điểm quan trọng có thể quan sát được đó là tỷ lệ các yếu tố sản xuất trong một đơn vị sản phẩm và tỷ lệ thay thế giữa các yếu tố.

a. Hàm sản xuất dạng Leontiev

Nếu từ quan sát thực tế thấy để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm cần các yếu tố cần sử dụng theo một tỷ lệ nhất định $k_1; k_2; \dots; k_n$ thì khi đó hàm sản xuất sẽ có dạng hàm Leontiev: $Q = \min\{x_i/k_i\}$. Hàm này cho thấy các yếu tố không thể thay thế cho nhau và đường đồng lượng có dạng chữ L.

b. Hàm sản xuất dạng tuyến tính

Nếu các yếu tố sản xuất hoàn toàn có thể thay thế cho nhau và với tỷ lệ thay thế không đổi cho mọi mức sản lượng thì ta có thể sử dụng dạng hàm tuyến

tính $Q = \sum_{i=1}^n a_i x_i$, với $a_i > 0$.

c. Hàm sản xuất thuần nhất

Ta đã biết đối với hàm thuần nhất các đường mức, trong trường hợp hàm sản xuất là các đường đồng lượng, sẽ song song với nhau. Do đó nếu qua quan sát phân tích số liệu ta thấy công nghệ của doanh nghiệp có tỷ lệ thay thế giữa các yếu tố (i,j) chỉ phụ thuộc vào tỷ số x_i/x_j mà không phụ thuộc vào độ lớn tuyệt đối của x_i, x_j thì ta có thể sử dụng lớp hàm sản xuất thuần nhất để mô tả. Hàm sản xuất thuần nhất bậc một sẽ ứng với công nghệ hiệu quả không đổi theo quy mô. Ngoài ra công nghệ này còn có đặc điểm thể hiện bởi định lý sau.

Định lý Shephard về hàm sản xuất thuần nhất bậc một

Nếu hàm sản xuất $Q = F(X)$ là hàm thuần nhất bậc một thì nó là hàm lõm.

Chứng minh:

Cho hai vectơ sử dụng nguồn X^1, X^2 và tương ứng có hai mức sản lượng $Q_1 = F(X^1), Q_2 = F(X^2)$. Ta giả định $Q_1, Q_2 > 0$, vì $F(X)$ thuần nhất bậc một nên ta có $F(X^1/Q_1) = 1$ và $F(X^2/Q_2) = 1$. Suy ra $X^1/Q_1, X^2/Q_2 \in V(1)$. Do giả thiết $V(Q)$ lõm nên:

$$\lambda (X^1/Q_1) + (1-\lambda) (X^2/Q_2) \in V(1) \text{ với } \lambda \in [0,1]$$

Suy ra $F[\lambda (X^1/Q_1) + (1-\lambda) (X^2/Q_2)] \geq 1$ (với $\lambda \in [0,1]$) (theo định nghĩa của $V(Q)$).

Chọn $\lambda = Q_1/(Q_1+Q_2)$ lúc đó ta có $(1-\lambda) = Q_2/(Q_1+Q_2)$ nên:

$$F[X^1/(Q_1+Q_2)+X^2/(Q_1+Q_2)] \geq 1 (*)$$

Do $F(X)$ thuần nhất bậc một nên từ (*) suy ra $F(X^1 + X^2) \geq Q_1+Q_2 = F(X^1) + F(X^2)$ (**)

Đề ý rằng do $F(X)$ không âm và $F(X)$ lãng nên bất đẳng thức (**) đúng trong cả trường hợp $Q_1 = Q_2 = 0$.

Lấy tổ hợp lồi của X^1, X^2 : $\lambda X^1 + (1-\lambda)X^2$ với $\lambda \in [0, 1]$. Do $F(X)$ thuần nhất bậc một và do (**) ta có:

$$F[\lambda X^1 + (1-\lambda)X^2] \geq F(\lambda X^1) + F((1-\lambda)X^2) = \lambda F(X^1) + (1-\lambda)F(X^2)$$

Đó là điều phải chứng minh.

d. Hàm sản xuất dạng Cobb - Douglas

Hàm sản xuất có dạng: $Q = A x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$ với $A > 0, 0 < \alpha_i < 1$ với mọi i gọi là hàm sản xuất dạng Cobb-Douglas. Tham số A được gọi là tham số hiệu quả. Như ta đã biết hàm dạng Cobb-Douglas là thuần nhất

bậc $r = \sum_{i=1}^n \alpha_i$ vì vậy nếu $r = 1$ thì theo định lý Shephard hàm sản xuất sẽ là

hàm lồi. Mặt khác khi xét quan hệ giữa tăng quy mô và hiệu quả ta thấy: đối với hàm sản xuất dạng Cobb-Douglas:

- Tăng quy mô có hiệu quả khi và chỉ khi $r > 1$
- Tăng quy mô không có hiệu quả khi và chỉ khi $r < 1$
- Tăng quy mô không thay đổi hiệu quả khi và chỉ khi $r = 1$.

Điều này quan trọng ở chỗ qua phân tích số liệu và kiểm định điều kiện trên đối với tham số r ta có thể biết công nghệ của doanh nghiệp (hàm sản xuất) thuộc loại nào.

Trong trường hợp $r = 1$, theo định lý Euler về hàm thuần nhất ta có:

$$Q = \sum_{i=1}^n x_i MP_i \tag{2.67}$$

Với ý nghĩa của MP_i dễ thấy rằng $x_i MP_i$ sẽ bằng $\alpha_i Q$. như vậy từ (2.67)

ta có thể coi tham số α_i , như là phần tỷ lệ “đóng góp” của yếu tố i trong việc tạo ra mức sản lượng Q . Vì vậy nếu thực hiện việc phân chia sản lượng Q cho các yếu tố thì chia theo tỷ lệ α_i là hợp lý. Vì lý do này nên tham số α_i gọi là tham số phân phối.

e. Hàm sản xuất dạng CES

Nếu qua phân tích số liệu thấy độ co giãn thay thế giữa các yếu tố không đổi thì có thể sử dụng hàm sản xuất dạng CES để mô tả công nghệ.

$$\text{Hàm CES sẽ có dạng } Q = A \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i^{\rho} \right)^{r/\rho}$$

với $A > 0$ là tham số hiệu quả, $0 < \alpha_i < 1$ $i = 1 + n$ là các tham số phân phối, $1 > \rho \neq 0$ là tham số thay thế, $r > 0$ là tham số hiệu quả - quy mô.

Ta đã biết hàm CES là hàm thuần nhất bậc r .

f. Hàm sản xuất gộp dạng tân cổ điển và tác động của tiến bộ công nghệ

Trong một số tình huống, khi ta xét công nghệ của một ngành hoặc quốc gia và tác động của tiến bộ kỹ thuật, công nghệ đối với sản xuất, các yếu tố sản xuất thường được gộp thành hai yếu tố là vốn K và lao động L . Hàm sản xuất $Q = F(K,L)$ gọi là hàm sản xuất gộp.

1. Hàm sản xuất tân cổ điển

Hàm $Q = F(K,L)$ gọi là hàm sản xuất tân cổ điển nếu thoả mãn các giả thiết:

- (i) $MP_K > 0, MP_L > 0$
- (ii) $MP_{KK} < 0, MP_{LL} < 0$
- (iii) $F(K,L)$ thuần nhất bậc một
- (iv) Điều kiện Inada:

$$\lim_{K \rightarrow 0} MP_K = \lim_{L \rightarrow 0} MP_L = \infty; \quad \lim_{K \rightarrow \infty} MP_K = \lim_{L \rightarrow \infty} MP_L = 0$$

Đối với hàm tân cổ điển nếu gọi $k = K/L$ thì k sẽ là “mức trang bị vốn cho lao động”. Do tính thuần nhất bậc một ta có $F(k,1) = 1/L F(K,L) = AP_L$. Ký hiệu $f(k) = F(k,1)$ như vậy $f(k)$ sẽ là năng suất trung bình của lao động. Dễ ràng tính được $AP_K = f(k)/k$ và các chỉ tiêu khác. Như vậy với hàm sản xuất tân cổ điển ta có thể sử dụng hàm $f(k)$.

2. Phân tích tác động của tiến bộ công nghệ

Tiến bộ công nghệ là tất cả những gì làm tăng Q mà không phải do tăng sử dụng các yếu tố đầu vào. Để thể hiện tác động của tiến bộ công nghệ ta sử dụng mô hình $Q=A(t)F(K, L)$ với tham số $A(t) > 0$ đại diện cho tác động tổng hợp của tiến bộ - phụ thuộc thời gian t - và giả thiết ta $A'(t) > 0$ (theo thời gian tiến bộ công nghệ càng có tác dụng tích cực tới sản xuất). Ta có thể phân loại tiến bộ công nghệ:

- Nếu $Q=F(A(t)K,L)$ thì tiến bộ công nghệ gọi là kiểu *tiết kiệm vốn*.
- Nếu $Q=F(K,A(t)L)$ thì tiến bộ công nghệ gọi là kiểu *tiết kiệm lao động*.
- Nếu $Q=A(t)F(K,L)$ thì tiến bộ công nghệ gọi là kiểu *trung tính*.

Thông thường theo thời gian vốn và lao động cũng có sự thay đổi vì vậy ta xét mô hình:

$Q = A(t) F(K(t),L(t))$. Tham số A(t) gọi là *năng suất tổng hợp của các nhân tố* - TFP.

Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian t ta được: $dQ/dt = F[A(t),K(t),L(t)] (dA/dt) + A(t) (dF/dt)$

Do $F = Q/A$ nên $dQ/dt = (dA/dt) (Q/A) + (Q/F) [(\partial F/\partial K) (dK/dt) + (\partial F/\partial L) (dL/dt)]$

Chia hai vế cho Q ta được

$Q'/Q = A'/A + (MP_K/F) K' + (MP_L/F) L' = A'/A + (MP_K/F) K (K'/K) + (MP_L/F) L (L'/L)$

Từ đây, theo định nghĩa nhịp tăng trưởng và hệ số co giãn suy ra:

$$r_Q = r_A + r_K \epsilon_K + r_L \epsilon_L$$

trong đó ϵ_K, ϵ_L là độ co giãn của sản lượng Q theo K và theo L. Nếu qua phân tích số liệu ta xác định được $\epsilon_K, \epsilon_L, r_Q, r_K, r_L$ thì từ đây có thể tính được r_A tức là xác định được tác động của tiến bộ công nghệ tới sản lượng Q. Phương pháp ước lượng hệ số tăng trưởng của các biến theo cách trên gọi là *phương pháp hạch toán tăng trưởng* trong phân tích tăng trưởng kinh tế.

g. Một số dạng khác

Nếu công nghệ không phù hợp với hàm sản xuất thuần nhất hoặc đồng điệu thì ta có thể sử dụng các dạng hàm sau để mô tả.

1. Hàm sản xuất dạng biến đổi loga:

$$\text{Ln } Q = a + \sum_{i=1}^n \alpha_i \text{Ln } x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{i,j} \text{Ln } x_i \text{ Ln } x_j$$

2. Hàm sản xuất dạng siêu việt: $\text{Ln } Q = a + \sum_{i=1}^n \alpha_i \text{Ln } x_i + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i$

Các hàm trên không phải là các hàm đồng điều nên các đường đồng lượng không song song với nhau. Các hàm này phù hợp với quá trình sản xuất tương đối dài, có sự thay đổi trong công nghệ nhưng chưa đến mức tạo ra cách mạng trong công nghệ.

Với mô hình hàm sản xuất ta đã mô tả được tình trạng công nghệ của doanh nghiệp và qua phân tích so sánh tĩnh đối với mô hình hàm sản xuất doanh nghiệp có thể lựa chọn mức sử dụng yếu tố sản xuất để tối ưu hoá về mặt kỹ thuật. Tuy nhiên các yếu tố đều khan hiếm và doanh nghiệp phải mua chúng trên các thị trường vì vậy để giải đáp vấn đề “sản xuất như thế nào” doanh nghiệp phải tính tới chi phí khi sử dụng các yếu tố. Các mô hình liên quan đến chi phí của doanh nghiệp và việc phân tích chi phí sẽ được đề cập trong phần dưới đây.

III. MÔ HÌNH PHÂN TÍCH CHI PHÍ CỦA DOANH NGHIỆP

1. Tối ưu về mặt kinh tế của quá trình sản xuất

Sử dụng các mô hình mô tả công nghệ sản xuất của doanh nghiệp để phân tích ta mới chỉ đạt được tối ưu về kỹ thuật, chưa tính tới các điều kiện bên ngoài: thị trường đầu vào. Đối với doanh nghiệp, các điều kiện liên quan đến thị trường đầu vào được thể hiện thông qua *giá của các yếu tố sản xuất*. Đây là nguồn thông tin doanh nghiệp không thể bỏ qua khi lựa chọn mức sử dụng các yếu tố. Hơn nữa, với nhiều hàm sản xuất (công nghệ) cho phép các doanh nghiệp trong cùng một ngành nhất định có thể sử dụng linh hoạt các yếu tố. Điều này tạo khả năng cho doanh nghiệp có thể lựa chọn nhiều tổ hợp sử dụng yếu tố theo mục đích của họ. Doanh nghiệp có thể gặp hai tình huống. Một là, với mức sản lượng dự kiến sản xuất, doanh nghiệp phải tiêu tốn một khoản chi phí để thực hiện, đương nhiên là doanh nghiệp mong muốn lựa chọn tổ hợp sử dụng các yếu tố sao cho mức *chi phí là thấp nhất* - cực tiểu hoá chi phí. Hai là, với với số kinh phí đầu tư ấn định trước, doanh nghiệp muốn lựa chọn tổ hợp sử dụng các yếu tố sao cho mức *sản lượng là cao nhất*

- tối đa hoá sản lượng. Các tình huống trên gọi là tình huống *tối ưu về kinh tế* vì nếu giá bán sản phẩm của doanh nghiệp không đổi, doanh nghiệp tiêu thụ được hết sản lượng thì cả hai tình huống trên đều đem lại lợi nhuận tối đa cho doanh nghiệp. Phân tích tính tối ưu về mặt kinh tế của quá trình sản xuất của doanh nghiệp ta có các mô hình liên quan đến chi phí dưới đây. Việc đề cập các mô hình xác định và phân tích chi phí sẽ giúp chúng ta phản ánh được trạng thái công nghệ của doanh nghiệp và tác động của thị trường các yếu tố sản xuất.

2. Mô hình xác định hàm chi phí của doanh nghiệp

a. Hàm chi phí dài hạn

Giả sử hàm sản xuất của doanh nghiệp là $Q = F(x_1, \dots, x_n)$ và giá của các yếu tố là $w = (w_1, \dots, w_n)$. Vector w còn gọi là vector giá nguồn. Do doanh nghiệp là cạnh tranh hoàn hảo trên thị trường các yếu tố sản xuất nên w là biến ngoại sinh đối với doanh nghiệp. Ta giả thiết là $w > 0$ và xét trường hợp dài hạn, như vậy doanh nghiệp có thể lựa chọn tùy ý mức sử dụng yếu tố sản xuất.

1. Tình huống cực tiểu hoá chi phí

Gọi Q là mức sản lượng doanh nghiệp dự kiến sản xuất. Doanh nghiệp sử dụng các yếu tố ở mức x_1, \dots, x_n để sản xuất Q , như vậy với hàm sản xuất trên sẽ phải có điều kiện: $F(x_1, \dots, x_n) = Q$ và gọi là ràng buộc về sản lượng.

Đồng thời doanh nghiệp sẽ phải chi một khoản là $\sum_{i=1}^n w_i x_i$. Ứng với tình huống này ta có mô hình:

$$z = \sum_{i=1}^n w_i x_i \Rightarrow \text{Min} \quad (2.68)$$

$$\text{với điều kiện } F(x_1, \dots, x_n) \geq Q \quad (2.69)$$

$$X \geq 0 \quad (2.70)$$

trong đó biến nội sinh là z, x_1, \dots, x_n , biến ngoại sinh là Q, w_1, \dots, w_n .

2. Tình huống tối đa hoá sản lượng

Gọi K là kinh phí doanh nghiệp dự kiến đầu tư mua các yếu tố với mức x_1, \dots, x_n để sản xuất. Với giá các yếu tố đã cho sẽ có $\sum_{i=1}^n w_i x_i \leq K$ và gọi là ràng buộc về chi phí. Mức sản lượng tương ứng sẽ là $Q = F(x_1, \dots, x_n)$. Ứng với

tình huống này ta có mô hình:

$$Q = F(x_1, \dots, x_n) \Rightarrow \text{Max} \quad (2.71)$$

$$\text{với điều kiện } \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq K \quad (2.72)$$

$$X \geq 0 \quad (2.73)$$

trong đó biến nội sinh là Q, x_1, \dots, x_n , biến ngoại sinh là K, w_1, \dots, w_n .

Trong cả hai tình huống, các mô hình tương ứng đều là các bài toán cực trị có ràng buộc.

3. Mô hình xác định hàm chi phí dài hạn

Xét mô hình (2.68) - (2.70), do hàm $F(X)$ tựa lõm, hàm mục tiêu tuyến tính nên theo định lý Arrow-Enthoven điều kiện Kuhn-Tucker sẽ là điều kiện đủ để bài toán có nghiệm. Ký hiệu nghiệm là X^* và hàm Lagrange của bài toán:

$$L(x_1, \dots, x_n, \lambda) = \sum_{i=1}^n w_i x_i + \lambda [Q - F(x_1, \dots, x_n)]$$

Theo điều kiện Kuhn-Tucker, sẽ tồn tại $\lambda^* \geq 0$ sao cho:

- (i) $L_i = w_i - \lambda^* MP_i \geq 0$ với $i = 1 \div n$
- (ii) $x_i^* L_i = x_i^* [w_i - \lambda^* MP_i] = 0$ với $i = 1 \div n$
- (iii) $L_n = Q - F(X^*) \leq 0$
- (iv) $\lambda^* [Q - F(X^*)] = 0$

Do $Q > 0$ và theo tính chất hàm sản xuất suy ra tồn tại $x_i^* > 0$. Do $MP_i, w_i > 0$ nên từ (ii) suy ra $\lambda^* > 0$. Kết hợp với (iv) suy ra $Q = F(X^*)$. Như vậy bài toán sẽ tương đương với bài toán sau:

$$z = \sum_{i=1}^n w_i x_i \Rightarrow \text{Min} \quad (2.68')$$

$$\text{với điều kiện } F(x_1, \dots, x_n) = Q \quad (2.69')$$

$$X \geq 0 \quad (2.70')$$

Do $F(X)$ liên tục, tăng nên tập phương án là compact vì vậy bài toán có nghiệm X^* . Điều kiện cần và đủ đối với nghiệm X^* là phải thỏa mãn hệ phương trình:

$$L_i = w_i - \lambda^* MP_i = 0 \text{ với } i = 1 \div n \quad (*)$$

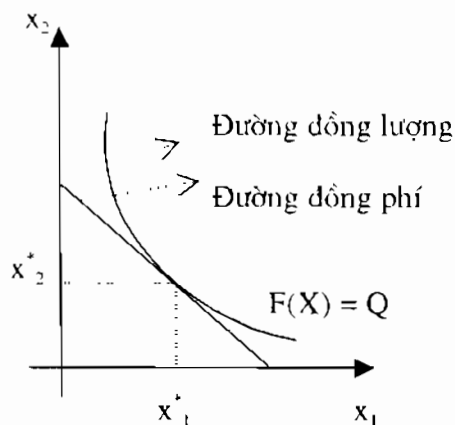
$$F(X^*) = Q \quad (**)$$

Suy ra $\frac{W_i}{MP_i} = \frac{W_j}{MP_j} = \lambda^*$ với mọi cặp i, j ($i \neq j$). Như vậy nhóm phương trình

(*) có thể viết lại:

$$\frac{W_i}{W_j} = \frac{MP_i}{MP_j} \text{ với mọi } i \neq j \quad (2.74)$$

Phương trình (**) chính là điều kiện ràng buộc về sản lượng. Vế trái của (2.74) là tỷ giá (tỷ số giá) của yếu tố i, j ; vế phải chính là hệ số thay thế giữa hai yếu tố này. Vậy ta có thể nói, *điều kiện cân của việc sử dụng tối ưu các yếu tố là ở mức mà tại đó tỉ lệ thay thế giữa các yếu tố bằng tỉ giá của chúng*. Để xác định nghiệm của mô hình ta cần giải hệ phương trình gồm hệ (*) và ràng buộc về sản lượng. Ký hiệu trị tối ưu là LTC và giá trị của nhân tử Lagrange là λ^* . Rõ ràng LTC phụ thuộc vào sản lượng Q, giá các yếu tố w và các tham số khác trong hàm sản xuất nên ta có thể viết $LTC = LTC(Q, w_1, \dots, w_n)$ và gọi là *hàm tổng chi phí dài hạn* của doanh nghiệp ứng với mức sản lượng Q và mức giá w_1, \dots, w_n . Nhiều khi chúng ta cố định mức giá w_1, \dots, w_n và chỉ xét LTC như là hàm của Q. Cách phân tích bài toán này tương tự như cách ta đã thực hiện đối với bài toán cực tiểu hóa chi tiêu của hộ gia đình. Với trường hợp có hai yếu tố sản xuất x_1, x_2 ta có hình vẽ 2-19 minh họa.



HÌNH 2 - 19

Việc giải và phân tích mô hình bài toán (2.71) - (2.73) cũng có thể tiến hành tương tự như khi ta xét bài toán cực đại hóa lợi ích của hộ gia đình và

ta cũng rút ra kết luận giống như (2.74). Độc giả có thể tự tiến hành phân tích và xem như một bài tập.

4. Tính chất của hàm chi phí dài hạn

- (i) LTC(w,Q) tăng theo Q.
- (ii) LTC(w,Q) không giảm theo w.
- (iii) LTC(w,Q) thuần nhất bậc một theo w.
- (iv) LTC(w,Q) là hàm lõm theo w.

Phần chứng minh các tính chất (i) - (iv) hoàn toàn tương tự như khi ta xét hàm chi tiêu của hộ gia đình.

b. Hàm cầu (có điều kiện) yếu tố sản xuất của doanh nghiệp

Thành phần x_i^* của nghiệm X^* phụ thuộc vào w và Q và được gọi là *hàm cầu yếu tố i* của doanh nghiệp. Ta ký hiệu $x_i^* = x_i^*(w,Q)$ với $i=1 \div n$ và đó là mức cầu các yếu tố để doanh nghiệp sản xuất sản lượng Q với chi phí nhỏ nhất.

1. Các tính chất của hàm cầu yếu tố

- (i) $x_i^*(w,Q)$, $i=1 \div n$, không giảm theo Q.
- (ii) $x_i^*(w,Q)$, $i=1 \div n$ là hàm thuần nhất bậc không theo w.
- (iii) $\partial x_i^*(w,Q)/\partial w_i < 0$ với $i=1 \div n$.
- (iv) $\partial x_i^*(w,Q)/\partial w_j = \partial x_j^*(w,Q)/\partial w_i$ với $i,j=1 \div n$ và $i \neq j$.
- (v) Ma trận Hess $[\partial^2 x_i^*(w,Q)/\partial w_j^2]$ với $i,j=1 \div n$ là ma trận bán xác định âm.

Phần chứng minh hoàn toàn tương tự như khi ta xét hàm cầu Hicks của hộ gia đình.

Bổ đề Shephard về mối quan hệ giữa LTC và x_i^*

Ta có $\partial LTC/\partial w_i = x_i^*(w,Q)$ với $i=1 \div n$ (2.75)

Chứng minh:

Giả sử với w^0 cho trước, với mức sản lượng Q ta xác định:

LTC(w^0 ,Q) và $x_i^*(w^0,Q)$ với $i=1 \div n$.

Với mức giá nguồn $w > 0$, ta định nghĩa hàm số $g(w)$ như sau:

$$g(w) = \sum_{i=1}^n w_i x_i^*(w^0, Q) - LTC(w^0, Q)$$

Rõ ràng $g(w) \geq 0$ và $g(w^0) = 0$, như vậy $g(w)$ đạt cực tiểu tại w^0 . Từ điều kiện cần của cực trị suy ra $\partial g(w^0)/\partial w_i = 0$ với $i = 1 \div n$. Hay $x_i^*(w^0, Q) - \partial LTC(w^0, Q)/\partial w_i = 0$ với $i = 1 \div n$. Chuyển vế ta sẽ có điều phải chứng minh.

2. Hàm chi phí cận biên và chi phí trung bình dài hạn

Nếu cố định giá yếu tố w , xét hàm chi phí dài hạn LTC như là hàm của mức sản lượng Q . Ta có các định nghĩa:

Hàm chi phí cận biên dài hạn - ký hiệu là LMC - được định nghĩa:

$$LMC(w, Q) = \partial LTC(w, Q) / \partial Q.$$

Theo định lý hình bao ta có $LMC(w, Q) = \partial LTC(w, Q) / \partial Q = \lambda^*$. Theo điều kiện tối ưu trong mô hình xác định LTC ta có $\lambda^* = \dots \frac{w_i}{MP_i(X^*)}$ với $i = 1 \div n$.

$$\text{Vì vậy } LMC(w, Q) = \frac{w_i}{MP_i(X^*(w, Q))} \text{ với } i = 1 \div n \quad (2.76)$$

Hàm chi phí trung bình dài hạn - ký hiệu là LAC - được định nghĩa:

$$LAC(w, Q) = LTC(w, Q) / Q.$$

Thí dụ 2.13

Hãy xác định hàm chi phí dài hạn của doanh nghiệp có hàm sản xuất dạng Cobb - Douglas $Q = AK^\alpha L^\beta$

Ký hiệu giá nguồn là w_K, w_L và mức sản lượng là Q , ta có bài toán:

$$\text{Min } (w_K K + w_L L)$$

$$AK^\alpha L^\beta = Q, K, L \geq 0.$$

Để tìm nghiệm ta xét hệ phương trình:

$$MP_L / MP_K = w_L / w_K \quad (*)$$

$$AK^\alpha L^\beta = Q \quad (**)$$

$$\text{Do } MP_L / MP_K = (\beta / \alpha) (K / L) \text{ và từ } (*) \text{ ta có } K = (\alpha L / \beta) (w_L / w_K) \quad (***)$$

Thay vào hàm sản xuất có $Q = A [(\alpha L / \beta) (w_L / w_K)]^\alpha L^\beta$. Giải phương trình này đối với L ta được

$L^* = Q^{1/(\alpha+\beta)} A^{-1/(\alpha+\beta)} [(\beta/\alpha) (w_K/w_L)]^{\alpha/(\alpha+\beta)}$. Thay L^* vào (***) ta được:

$$K^* = Q^{1/(\alpha+\beta)} A^{-1/(\alpha+\beta)} [(\alpha/\beta)^* (w_L/w_K)]^{\beta/(\alpha+\beta)}$$

Đặt $\gamma = 1/(\alpha+\beta)$ thì $L^* = Q^\gamma A^{-\gamma} [(\beta/\alpha) (w_K/w_L)]^{\alpha\gamma}$, $K^* = Q^\gamma A^{-\gamma} [(\alpha/\beta) (w_L/w_K)]^{\beta\gamma}$. Suy ra:

$$LTC(w, Q) = A^{-\gamma} Q^\gamma w_K^{\alpha\gamma} w_L^{\beta\gamma} [(\beta/\alpha)^{\alpha\gamma} + (\alpha/\beta)^{\beta\gamma}]$$

Như vậy hàm tổng chi phí LTC cũng có dạng Cobb-Douglas.

Nếu $(\alpha+\beta) = 1$ lúc này hàm tổng chi phí có dạng:

$LTC(w, Q) = A^{-1} Q w_K^\alpha w_L^{1-\alpha} [(\beta/\alpha)^\alpha + (\alpha/\beta)^\alpha] = A^{-1} Q (w_K/\alpha)^\alpha (w_L/(1-\alpha))^{1-\alpha}$
và là hàm tuyến tính đối với mức sản lượng Q.

3. Phân tích so sánh tĩnh đối với hàm chi phí

Trong phần trên sau khi đưa ra mô hình cực tiểu hóa chi phí xác định hàm chi phí của doanh nghiệp và xét một số tính chất chúng ta đã thấy được một phần quan hệ giữa các yếu tố ngoại sinh (w, Q) với chi phí. Trong phần này chúng ta muốn phân tích sâu hơn mối liên hệ này.

a. Đặc điểm của hàm chi phí ứng với hàm sản xuất thuần nhất

Xác định được đặc điểm của hàm chi phí trong trường hợp doanh nghiệp có hàm sản xuất thuần nhất chúng ta sẽ phân tích được quan hệ giữa công nghệ sản xuất và chi phí.

+ *Tính chất:*

Nếu hàm sản xuất thuần nhất bậc r (r > 0) thì:

$$LTC(w, Q) = Q^{1/r} LTC(w, 1) \quad (2.77)$$

$LTC(w, 1)$ gọi là *chi phí đơn vị*, đó là chi phí để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm với trình độ công nghệ hiện có và giá nguồn cho trước. Các doanh nghiệp thường có sẵn số liệu về chi phí đơn vị vì vậy nếu hàm sản xuất của doanh nghiệp là thuần nhất thì từ (2.77) ta có thể dễ dàng tính được LTC. Ngược lại nếu qua phân tích số liệu ta thấy chi phí của doanh nghiệp tỷ lệ với mức sản lượng thì ta có thể xem công nghệ của doanh nghiệp ứng với hàm sản xuất thuần nhất. Bậc của tính thuần nhất có thể xác định cũng thông qua phân tích và kiểm định mô hình kinh tế lượng. Ta sẽ chứng minh tính chất (2.77).

Chứng minh: Ta có $LTC(w, 1)$ là trị tối ưu của bài toán Min (w, X)

với điều kiện $F(X) \geq 1; X \geq 0$. Với $Q > 0$, xét bài toán: $\text{Min}(w, X)$ với điều kiện $Q F(X) \geq Q; X \geq 0$. Do hai bài toán có hàm mục tiêu như nhau, hệ ràng buộc tương đương nên trị tối ưu của chúng phải bằng nhau. Tức là ta có:

$LTC(w, 1) = \{ \text{Min}(w, X) / Q F(X) \geq Q; X \geq 0 \} = (1/Q^{1/r}) \{ \text{Min}(w, Q^{1/r} X) / F(Q^{1/r} X) \geq Q; X \geq 0 \} = (1/Q^{1/r}) LTC(w, Q)$ do $F(X)$ thuần nhất bậc r . Đó điều phải chứng minh.

Từ (2.77) ta có thể suy ra một số kết quả:

- Nếu hàm sản xuất thuần nhất bậc một (do đó hiệu quả không đổi theo quy mô), tức là $r=1$ thì $LTC(w, Q) = LTC(w, 1) Q$. Do $LTC(w, 1)$ là hằng số nên khi này hàm chi phí sẽ tuyến tính theo sản lượng Q . Suy ra LMC và LAC là hằng số và bằng chi phí đơn vị.

- Nếu hàm sản xuất thuần nhất bậc r thì:

$$LAC(w, Q) = LTC(w, Q)/Q = Q^{1/r} LTC(w, 1)/Q = LTC(w, 1) Q^{(1-r)/r} \quad (2.78)$$

tức là LAC cũng tỷ lệ với Q .

b. Phân tích so sánh tĩnh đối với LTC, LAC và LMC

1. Quan hệ giữa chi phí và sản lượng

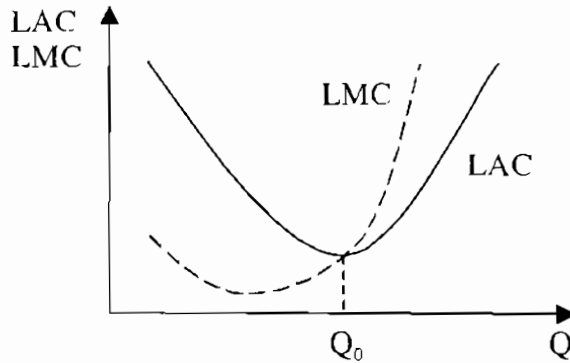
Cho w cố định và Q thay đổi, ta có thể tính độ co giãn của chi phí theo sản lượng:

$$\epsilon_Q^{LTC} = (\partial LTC / \partial Q) * (Q / LTC) = LMC(Q) / LAC(Q) \quad (2.79)$$

Nếu ở mức sản lượng Q ta có $\epsilon_Q^{LTC} > 1$ thì ta nói doanh nghiệp đang duy trì mức sản lượng có tính phi kinh tế theo quy mô. Nếu $\epsilon_Q^{LTC} < 1$ thì doanh nghiệp duy trì mức sản lượng có tính kinh tế theo quy mô.

2. Phân tích mối quan hệ giữa LMC và LAC

Trong thực tế, dưới tác động của quy luật lợi suất giảm dần nên khi doanh nghiệp tăng mức sản lượng Q chi phí trung bình giảm do doanh nghiệp tận dụng được ưu thế của sản xuất lớn. Tuy nhiên đến một mức sản lượng Q_0 , mọi ưu thế đã được tận dụng nếu doanh nghiệp tiếp tục tăng sản lượng thì chi phí trung bình sẽ tăng. Như vậy đường chi phí trung bình $LAC(Q)$ sẽ có điểm cực tiểu (có dạng chữ U). Nếu LAC có điểm cực tiểu thì đường chi phí biên LMC sẽ cắt LAC tại điểm này và vị trí của LAC, LMC sẽ có dạng như trên hình 2-20.



HÌNH 2 - 20

Ta sẽ chứng minh quan hệ này giữa LAC và LMC:

Do $LAC(Q) \equiv LTC(Q)/Q$, giả sử tại Q_0 LAC đạt cực tiểu, lấy đạo hàm theo Q ta được:

$$dLAC(Q_0)/dQ = [LMC(Q_0) Q_0 - LTC(Q_0)]/Q_0^2 = (1/Q_0)[LMC(Q_0) - LTC/Q_0] \\ = (1/Q_0)[LMC(Q_0) - LAC(Q_0)] = 0$$

Do $Q_0 > 0$ nên suy ra $LMC(Q_0) = LAC(Q_0)$, như vậy LAC và LMC cắt nhau tại Q_0 . Đồng thời ta có:

$[dLAC(Q)/dQ] < 0$ với $Q < Q_0$ tức là $LMC(Q) < LAC(Q)$ với $Q < Q_0$

và $[dLAC(Q)/dQ] > 0$ với $Q > Q_0$ tức là $LMC(Q) > LAC(Q)$ với $Q > Q_0$.

Do $\epsilon_0^{LTC} = LMC(Q)/LAC(Q)$ nên ta có $\epsilon_0^{LTC} < 1$ với $Q < Q_0$ và đó là miền sản lượng của doanh nghiệp có tính kinh tế theo quy mô: $\epsilon_0^{LTC} > 1$ với $Q > Q_0$ và đó là miền sản lượng của doanh nghiệp có tính phi kinh tế theo quy mô.

3. Phân tích quan hệ giữa công nghệ sản xuất và LAC

- Nếu công nghệ có hàm sản xuất khi tăng quy mô hiệu quả giảm (tăng, không đổi) thì hàm chi phí trung bình sẽ tăng (giảm, không đổi).

Chứng minh: Cho $Q_1 < Q_2$ và ký hiệu X^1, X^2 là vectơ hàm cấu yếu tố ứng với Q_1, Q_2 . Như vậy ta có

$LAC(w, Q_1) = (w, X^1)/Q_1$ và $LAC(w, Q_2) = (w, X^2)/Q_2$. Vì $Q_1 < Q_2$ nên gọi $X = \lambda X^2$ sao cho $F(X) = Q_1$. Rõ ràng $0 < \lambda < 1$ (1).

Ta có $F(X) = F(\lambda X^2) > \lambda F(X^2)$ (2) do hàm $F(X)$ có hiệu giảm theo quy mô và do (1). Từ (2) ta có $Q_1 > \lambda Q_2$ hay $Q_2 < Q_1/\lambda$ (3)

Đồng thời $(w, X) > (w, X^1)$ suy ra $\lambda(w, X^2 > (w, X^1)$ hay $(w, X^2) > (w, X^1)/\lambda$ (4)

Do (3) và (4) ta có $LAC(w, Q_2) = (w, X^2)/Q_2 > [(w, X^1)/\lambda] / [Q_1/\lambda] = (w, X^1)/Q_1 = LAC(w, Q_1)$. Như vậy hàm LAC giảm. Các trường hợp hàm $F(X)$ có hiệu quả tăng hoặc không đổi theo quy mô, việc chứng minh hoàn toàn tương tự với sự thay đổi dấu bất đẳng thức trong (2) bằng dấu $<$ hoặc $=$.

c. Phân tích quan hệ giữa chi phí và giá yếu tố sản xuất

1. Hệ số co giãn của chi phí theo giá yếu tố

Gọi $\epsilon_i^{LTC}, \epsilon_i^{LAC}, \epsilon_i^{LMC}$ là hệ số co giãn của tổng chi phí, chi phí trung bình, chi phí biên theo giá w_i với $i = 1 \div n$. Ta có:

$$\epsilon_i^{LTC} = \frac{x_i^*(w, Q) w_i}{LTC(w, Q)} \quad \text{với } i = 1 \div n \tag{2.80}$$

Từ số của (2.80) là phần chi phí ứng với yếu tố i do đó (2.80) là tỷ trọng chi phí cho yếu tố i trong tổng chi phí.

Chứng minh: Theo bổ đề Shephard ta có $\partial LTC(w, Q)/\partial w_i = x_i^*(w, Q)$ với $i = 1 \div n$.

Mặt khác $\epsilon_i^{LTC} = \frac{\partial LTC(w, Q)}{\partial w_i} \frac{w_i}{LTC(w, Q)}$ nên $\epsilon_i^{LTC} = \frac{x_i^*(w, Q) w_i}{LTC(w, Q)}$

với $i = 1 \div n$.

Dễ dàng chứng minh được rằng:

$$\epsilon_i^{LAC} = \frac{x_i^*(w, Q) w_i}{LTC(w, Q)} = \epsilon_i^{LTC} \quad \text{với } i = 1 \div n \tag{2.81}$$

$$\epsilon_i^{LMC} = \frac{\partial x_i^*(w, Q)}{\partial Q} \frac{w_i}{LTC(w, Q)} \quad \text{với } i = 1 \div n \tag{2.82}$$

Thí dụ 2.14

Hàm sản xuất của doanh nghiệp có dạng $Q = 25K^{0.5}L^{0.5}$ trong đó Q : sản lượng, K : vốn, L : lao động. Cho giá vốn $p_K=12$, giá lao động $p_L=3$.

a. Tính mức sử dụng K, L để sản xuất sản lượng $Q = Q_0 = 1250$ với chi phí nhỏ nhất.

b. Tính hệ số co giãn của tổng chi phí theo sản lượng, theo giá yếu tố tại Q_0, p_K, p_L .

c. Nếu giá vốn và lao động đều tăng 10% với mức sản lượng như trước, mức sử dụng vốn, lao động tối ưu sẽ thay đổi như thế nào?

d. Phân tích tác động của giá vốn, lao động tới tổng chi phí.

Giải:

Ta có bài toán:
$$\text{Min } (12K + 3L)$$
 với điều kiện $25K^{0,5}L^{0,5} = 1250$

a. Nghiệm tối ưu, K^*, L^* , là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{aligned} MP_K / MP_L &= p_K / p_L \\ 25K^{0,5}L^{0,5} &= 1250 \end{aligned}$$

Sử dụng kết quả trong thí dụ 2.13 với $\alpha = 0,5; \beta = 0,5$ ta có $MP_K / MP_L = (0,5/0,5) (L/K) = p_K / p_L = 4$, suy ra $L = 4K$.

Thay $L = 4K$ vào ràng buộc sản lượng ta được $50K = 1250$. Kết quả là $K^* = 25, L^* = 100$.

b. Ta có thể lĩnh được mức chi phí thấp nhất $LTC(Q_0) = 600$ do đó $LAC(Q_0) = 600/1250 = 0,48$.

Theo (2.76), $LMC(Q_0) = \lambda^* = \frac{p_L}{MP_L(K^*, L^*)} = 3/12,5(K^*)^{0,5}(L^*)^{-0,5} =$

$$6/12,5 = 0,48$$

Các hệ số co giãn của tổng chi phí theo sản lượng, theo giá yếu tố tại Q_0 là:

$$\varepsilon_Q^{LTC} = LMC(Q_0)/LAC(Q_0) = 6 / (12,5 \times 0,48) = 1.$$

$$\varepsilon_{p_K}^{LTC} = p_K K^* / LTC(Q_0) = 300/600 = 0,5; \quad \varepsilon_{p_L}^{LTC} = p_L L^* / LTC(Q_0) = 300/600 = 0,5$$

c. Vì giá các yếu tố đều tăng cùng tỷ lệ nên K^*, L^* không đổi.

d. Ta có $\frac{\partial LTC}{\partial p_K} = K^* = 25 > 0, \quad \frac{\partial LTC}{\partial p_L} = L^* = 100 > 0$ nên khi giá vốn,

lao động tăng thì chi phí sẽ tăng.

4. Phân tích so sánh tĩnh đối với hàm cầu yếu tố sản xuất

a. Hàm cầu yếu tố sản xuất của doanh nghiệp có hàm sản xuất thuần nhất

Nếu hàm sản xuất của doanh nghiệp là hàm thuần nhất bậc r , sử dụng bổ đề Shephard và tính chất của hàm LTC ta dễ dàng chứng tỏ được:

$$x_i^*(w, Q) = Q^{1/r} x_i^*(w, 1) \text{ với } i = 1 \div n \quad (2.83)$$

trong đó $x_i^*(w, 1)$ là mức cầu yếu tố i để sản xuất ra một đơn vị sản lượng với công nghệ (hàm sản xuất) và giá nguồn cho trước. Có thể coi $x_i^*(w, 1)$ như các định mức kinh tế - kỹ thuật.

Như vậy nếu $r = 1$ thì $x_i^*(w, Q)$ là hàm tuyến tính theo Q .

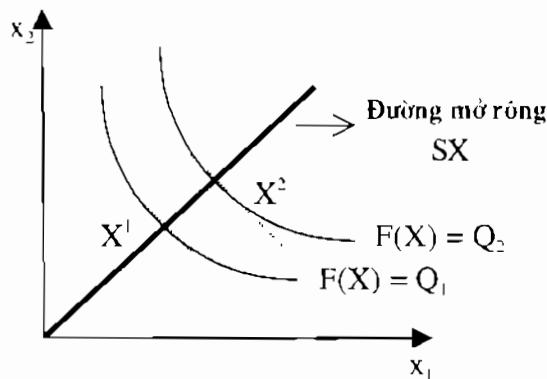
b. Đường mở rộng sản xuất của doanh nghiệp

1. Khái niệm

Nếu doanh nghiệp tăng dần mức sản lượng $Q_1 < Q_2 < \dots < Q_k$ khi đó ta có các vectơ hàm cầu yếu tố sản xuất tương ứng là $X^1 = X^*(w, Q_1)$, $X^2 = X^*(w, Q_2)$, ..., $X^k = X^*(w, Q_k)$ và $X^1 < X^2 < \dots < X^k$. Tập $X^k(Q_k)$ với $k \in [0, +\infty)$ gọi là đường mở rộng sản xuất của doanh nghiệp.

2. Đường mở rộng sản xuất với hàm sản xuất thuần nhất

Nếu doanh nghiệp có hàm sản xuất thuần nhất bậc r thì do các đường đồng lượng song song với nên các tiếp điểm của đường đồng lượng và đường đồng phí nằm trên cùng một tia. Như vậy đường mở rộng sản xuất sẽ là một đường thẳng. Điều này cũng đúng trong trường hợp hàm sản xuất là hàm đồng điệu. Ta có thể minh họa kết quả này trên hình 2-21.



HÌNH 2 - 21

5. Hàm chi phí ngắn hạn của doanh nghiệp

a. Mô hình xác định hàm chi phí ngắn hạn

1. Yếu tố sản xuất trong ngắn hạn

Trong thời gian ngắn, một số yếu tố sản xuất đối với doanh nghiệp là cố định nên không thể thay đổi được (đất đai, nhà xưởng...) như vậy vector yếu tố X được tách làm hai phần. Phần tương ứng với các yếu tố cố định ký hiệu là X_F và phần tương ứng với các yếu tố có thể thay đổi (yếu tố biến đổi) là X_V . Vector giá w cũng sẽ được tách làm hai tương ứng với hai loại yếu tố. Ta có $X = (X_V, X_F)$ và $w = (w_V, w_F)$.

2. Mô hình xác định hàm tổng chi phí ngắn hạn

Cho $Q = F(X)$ là hàm sản xuất, xét mô hình:

$$\text{Min } z = [(X_V, w_V) + (X_F, w_F)]$$

với điều kiện $F(X) \geq Q$; $X \geq 0$ và $X_F = X_F^0$ (cho trước).

Phân tích tương tự như trong trường hợp dài hạn ta có:

Bài toán tương đương: $\text{Min } z = [(X_V, w_V) + (X_F^0, w_F)]$ với điều kiện $F(X_V, X_F^0) = Q$; $X_V \geq 0$

Ký hiệu STC là trị tối ưu và X_V^* là nghiệm. STC sẽ phụ thuộc vào w, Q và gọi là *hàm tổng chi phí ngắn hạn* của doanh nghiệp ứng với giá w , sản lượng Q . Như vậy:

$STC(w, Q) = X_V^* w_V + X_F^0 w_F = VC + FC$ với $VC = X_V^* w_V$ gọi là chi phí biến đổi, $FC = X_F^0 w_F$ gọi là chi phí cố định của doanh nghiệp.

Tương tự như trong trường hợp dài hạn, ta có thể xác định các hàm chi phí trung bình và chi phí biên ngắn hạn.

Hàm chi phí trung bình: $SAC(w, Q) = STC(w, Q)/Q$

Hàm chi phí cận biên ngắn hạn: $SMC(w, Q) = \partial STC(w, Q) / \partial Q$

b. Phân tích quan hệ giữa chi phí ngắn hạn và chi phí dài hạn

Ta có bài toán xác định hàm chi phí dài hạn:

$$\text{Min } z = (X, w) \text{ với điều kiện } F(X) = Q; X \geq 0 \tag{2.84}$$

bài toán xác định hàm chi phí ngắn hạn:

$$\text{Min } z = [(X_V, w_V) + (X_F^0, w_F)] \text{ với điều kiện } F(X_V, X_F^0) = Q; X_V \geq 0 \tag{2.85}$$

Do tập phương án của bài toán (2.85) bao hàm trong tập phương án của bài toán (2.84) nên:

$$STC(w,Q) \geq LTC(w,Q) \quad (2.86)$$

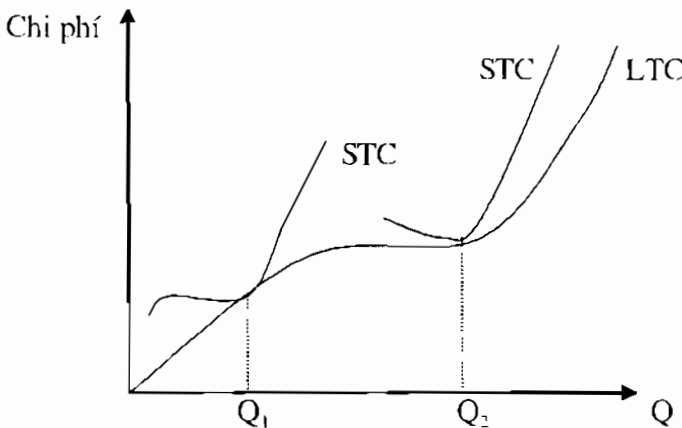
Với một mức sản lượng Q^0 cho trước, giải bài toán (2.84) được vectơ cầu yếu tố $X(w, Q^0)$ và $LTC(w, Q_1)$. Gọi X^1_F là vectơ cầu yếu tố cố định trong $X(w, Q_1)$. Thay X^1_F vào (2.85) và giải ta có $STC(w, X^1_F, Q_1)$. Hiển nhiên

$$STC(w, X^1_F, Q_1) = LTC(w, Q_1) \quad (2.87)$$

Với $Q > 0$ bất kỳ đặt $g(Q) = STC(w, X^1_F, Q) - LTC(w, Q)$. Do (2.86) nên $g(Q) \geq 0$ do (2.87) nên $g(Q_1) = 0$. Như vậy $g(Q)$ đạt cực tiểu tại Q_1 suy ra $g'(Q_1) = 0$, tức là:

$$\partial STC(w, X^1_F, Q_1) / \partial Q = \partial LTC(Q_1) / \partial Q \quad (2.88)$$

Bất đẳng thức (2.86) cho thấy đường chi phí ngắn hạn ở phía trên đường chi phí dài hạn, hệ thức (2.88) cho thấy hai đường này tiếp xúc với nhau tại Q_1 . Từ quan hệ này ta có thể nói đường chi phí dài hạn là hình bao của các đường chi phí ngắn hạn. Ta minh họa kết quả này trên hình 2-22.



HÌNH 2 - 22

IV. MÔ HÌNH PHÂN TÍCH QUYẾT ĐỊNH CỦA DOANH NGHIỆP - MÔ HÌNH XÁC ĐỊNH MỨC CUNG

1. Mục tiêu của doanh nghiệp

Như chúng ta đã biết, mục tiêu của doanh nghiệp là lợi nhuận tối đa. Để đạt mục tiêu này, doanh nghiệp phải xử lý quan hệ giữa doanh nghiệp -

thị trường đầu vào và doanh nghiệp - thị trường đầu ra. Doanh nghiệp phải biết kết hợp giữa tối ưu về kỹ thuật, về kinh tế với các điều kiện trong thị trường đầu ra. Các điều kiện này bao gồm:

- Vị thế của doanh nghiệp trên thị trường (thị phần của doanh nghiệp)
- Sự hình thành giá bán sản phẩm của doanh nghiệp.

Doanh nghiệp sẽ tính toán mức cung sản phẩm cho thị trường và giá bán như thế nào để tối đa hoá lợi nhuận? Tùy thuộc vào vị thế của doanh nghiệp trên thị trường đầu ra sẽ có cách tính khác nhau. Ta sẽ xét hai loại hình doanh nghiệp: cạnh tranh hoàn hảo và độc quyền.

2. Doanh thu của doanh nghiệp và hàm cầu của thị trường

a. Hàm doanh thu

Kí hiệu $TR(Q)$ là doanh thu khi doanh nghiệp cung ứng và tiêu thụ trên thị trường mức sản lượng Q , $TR(Q)$ gọi là hàm doanh thu của doanh nghiệp ứng với mức cung Q . Ta có các định nghĩa doanh thu biên (MR) và doanh thu trung bình (AR) sau đây:

$$MR(Q) = \frac{dTR}{dQ} \quad (2.89)$$

$$AR(Q) = \frac{TR}{Q} \quad (2.90)$$

b. Hàm cầu của thị trường

Hàm cầu của thị trường về sản phẩm của doanh nghiệp là hàm cầu tổng hợp của tổng thể hộ gia đình về sản phẩm này. Hàm này còn gọi là *đường cầu của thị trường*. Như ta đã biết trong phần phân tích hành vi tiêu dùng của hộ gia đình, hàm cầu sẽ phụ thuộc giá sản phẩm (hàm cầu Marshall của hộ gia đình). Ký hiệu hàm này là $D = D(p)$ với D là mức cầu về sản phẩm của doanh nghiệp của tổng thể hộ gia đình, p là giá sản phẩm hàng hoá.

Theo luật cung - cầu ta có thể giả thiết $dD/dp < 0$. Do hàm D hàm đơn điệu giảm nên tồn tại ngược: $p = p(D)$ và hàm này gọi là *hàm cầu ngược*. Thực chất cả $D = D(p)$ và $p = p(D)$ đều phản ánh cùng một quan hệ *mức cầu - giá*. Hàm cầu (xuôi) $D = D(p)$ thể hiện quan hệ này dưới góc độ nhìn nhận của các hộ gia đình (người tiêu dùng), nó mang ý nghĩa: nếu giá hàng hoá là p thì người tiêu dùng sẽ quyết định mua với khối lượng D . Hàm cầu ngược $p = p(D)$

biểu thị quan hệ cầu - giá nhưng theo quan điểm của các doanh nghiệp (người sản xuất). ý nghĩa của hàm cầu ngược: nếu người sản xuất cung ứng cho thị trường khối lượng hàng hoá D thì mức giá thu được là p.

Đối với doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo, hàm cầu ngược là hằng số $p = p$ với p là giá thị trường của hàng hoá. Đối với doanh nghiệp độc quyền $p = p(Q)$ trong đó Q là khối lượng sản phẩm hàng hoá doanh nghiệp cung ứng cho thị trường. Khi quyết định lượng cung ứng cho thị trường, các doanh nghiệp độc quyền cũng đồng thời xác định mức giá bán.

Ký hiệu ϵ_p^D là độ co giãn của cầu theo giá. Đối với doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo do p là hằng số (đường cầu nằm ngang) nên $\epsilon_p^D = \infty$, tức là cầu của thị trường cạnh tranh hoàn hảo là co giãn vô hạn. Mặt khác $TR(Q) = pQ$ nên:

$$MR(Q) = AR(Q) = p \tag{2.91}$$

c. Quan hệ giữa MR và ϵ_p^D của doanh nghiệp độc quyền

Cho $p = p(Q)$ là hàm cầu ngược của doanh nghiệp độc quyền. Ta có $TR(Q) = p(Q)Q$, lấy đạo hàm theo Q:

$$\begin{aligned} MR(Q) &= p(Q) + \frac{dp}{dQ} Q = p(Q) \left[1 + \frac{dp}{dQ} \frac{Q}{p(Q)} \right] \\ &= p(Q) \left[1 + \frac{1}{\frac{dQ}{dp} \frac{p}{Q}} \right] = p(Q) \left[1 + \frac{1}{\epsilon_p^D} \right] \end{aligned} \tag{2.92}$$

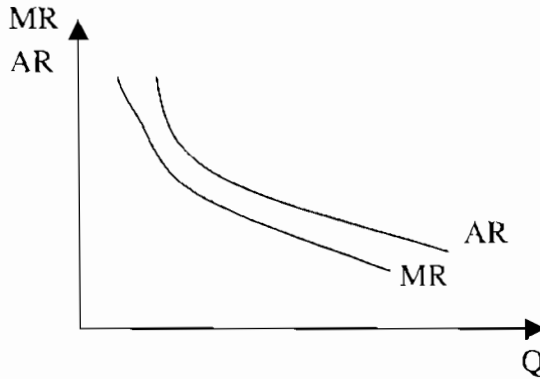
Từ (2.92) suy ra nếu tại mức cung Q:

- Cầu co giãn bằng đơn vị, $\epsilon_p^D = -1$ suy ra $MR(Q) = 0$
- Cầu co giãn, $\epsilon_p^D < -1$, suy ra $MR(Q) > 0$
- Cầu ít co giãn, $\epsilon_p^D > -1$, suy ra $MR(Q) < 0$

Ta biết $TR(Q) = p(Q) Q$ suy ra $AR(Q) = p(Q)$. Do $\epsilon_p^D < 0$ nên theo (2.92):

$$MR(Q) < p(Q) (= AR(Q)) \tag{2.93}$$

Ta có hình vẽ 2-23 minh hoạ.



HÌNH 2 - 23

3. Mô hình xác định mức cung của doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo

a. Mô hình

Cho $Q = F(X)$ là hàm sản xuất của doanh nghiệp, w là vectơ giá yếu tố sản xuất. Với p là giá bán sản phẩm của doanh nghiệp trên thị trường, doanh nghiệp phải chọn mức sản lượng Q cung ứng cho thị trường (mức cung của doanh nghiệp), chọn các yếu tố X để sản xuất ra Q sao cho lợi nhuận thu được là lớn nhất. Doanh nghiệp sẽ phải giải bài toán:

$$\text{Max } z = [pQ - (w, X)] \text{ với điều kiện } F(X) \geq Q; X \geq 0 \quad (2.94)$$

trong đó z, Q, X là các biến nội sinh, p, w là biến ngoại sinh.

Ký hiệu nghiệm là $X^*(p, w), Q^*(p, w)$. Vì hàm mục tiêu tuyến tính, hàm $F(X)$ tựa lõm nên theo định lý Arrow-Enthoven điều kiện Kuhn-Tucker cũng là điều kiện đủ của tối ưu.

Ta có hàm Lagrange $L(Q, X, \lambda) = [pQ - (w, X)] + \lambda(Q - F(X))$

Điều kiện Kuhn -Tucker: tồn tại $\lambda^* \geq 0$ sao cho:

- (i) $p - \lambda^* \leq 0$
- (ii) $Q^*[p - \lambda^*] = 0$
- (iii) $-w_i + \lambda^* MP_i(X^*) \leq 0 \quad i = 1 \div n$
- (iv) $x_i^*[-w_i + \lambda^* MP_i] = 0 \quad i = 1 \div n$
- (v) $F(X^*) \geq Q^*$

$$(iv) \lambda^* [F(X^*) - Q^*] = 0$$

Do $p > 0$ nên từ (i) suy ra $\lambda^* > 0$. $\lambda^* > 0$ kết hợp với (iv) ta có $F(X^*) = Q^*$ (*)

Từ (i) và (iii) ta có $w_i \geq \lambda^* MP_i(X^*) \quad i = 1 \div n$ (**)

Nếu $Q^* > 0$, do (ii) suy ra $p = \lambda^*$. vì vậy từ (**) ta có:

$$w_i \geq p MP_i(X^*) \quad i = 1 \div n \quad (2.95)$$

Từ (iv), với những yếu tố i doanh nghiệp có sử dụng $x_i^* > 0$, thì

$$w_i = p MP_i(X^*) \quad (***)$$

Từ (***) suy ra $MP_i(X^*) = \frac{w_i}{p}$ với i mà $x_i^* > 0$; tức là năng suất biên của những yếu tố được sử dụng phải bằng tỷ giá của chúng với giá sản phẩm.

Với những yếu tố i, j doanh nghiệp có sử dụng trong X^* , tức là $x_i^* > 0, x_j^* > 0$ do (***) nên:

$$MP_i(X^*) / MP_j(X^*) = w_i / w_j \quad (2.96)$$

b. Hàm cung và hàm lợi nhuận của doanh nghiệp trong trường hợp dài hạn

1. Định nghĩa hàm cung, hàm lợi nhuận

Ký hiệu nghiệm của (2.107) là Q^* và trị tối ưu là π . Rõ ràng Q^* và π phụ thuộc p, w nên ta viết: $Q^* = Q^*(p, w)$ và gọi là *hàm cung*, $\pi = \pi(p, w)$ là *hàm lợi nhuận* của doanh nghiệp ứng với giá p và giá yếu tố w .

2. Tính chất của hàm cung, hàm lợi nhuận

- Hàm lợi nhuận $\pi = \pi(p, w)$ có các tính chất:

- (i) Không giảm theo p
- (ii) Không tăng theo w
- (iii) Thuần nhất bậc một theo (p, w)
- (iv) Lồi theo (p, w)

Chứng minh các tính chất này hoàn toàn tương tự như việc chứng minh các tính chất của hàm lợi ích gián tiếp của hộ gia đình nên độc giả có thể tự thực hiện.

- Tính chất của hàm cung $Q^*(p, w)$ và hàm cầu yếu tố $x_i^*(p, w)$:

(i) Hàm cung $Q^*(p, w)$ và hàm cầu yếu tố $x_i^*(p, w)$ thuần nhất bậc không theo (p, w)

Bổ đề Hotelling: Nếu hàm lợi nhuận $\pi = \pi(p, w)$ khả vi thì:

$$(i) \frac{\partial \pi(p, w)}{\partial p} = Q^*(p, w)$$

$$(ii) - \frac{\partial \pi(p, w)}{\partial w_i} = x_i^*(p, w) \text{ với } i = 1 \div n$$

c. Hàm cung của doanh nghiệp khi biết hàm tổng chi phí

Trong mô hình xác định hàm tổng chi phí LTC ta thấy vectơ cầu yếu tố X^* phải là nghiệm của hệ $F(X^*) = Q^*$, $MP_i(X^*)/MP_j(X^*) = w_i/w_j$ với mọi $i \neq j$. Theo (*) và (2.96) hệ này cũng chính là hệ điều kiện của nghiệm X^* của bài toán (2.94). Như vậy trong quá trình giải bài toán (2.94), hệ phương trình (*) và (2.96) đòi hỏi chi phí $(w.X^*)$ phải là trị tối ưu của bài toán cực tiểu hoá chi phí sau:

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^n w_i x_i$$

với điều kiện $F(x_1, \dots, x_n) \geq Q^*$

$$X \geq 0$$

Bởi vậy nếu đã biết hàm chi phí LTC, thay vì giải bài toán (2.94) doanh nghiệp chỉ cần giải bài toán:

$$\text{Max } z = [pQ - \text{LTC}(w, Q)] \tag{2.97}$$

với Q là biến nội sinh và $\text{LTC}(w, Q)$ là hàm chi phí dài hạn của doanh nghiệp.

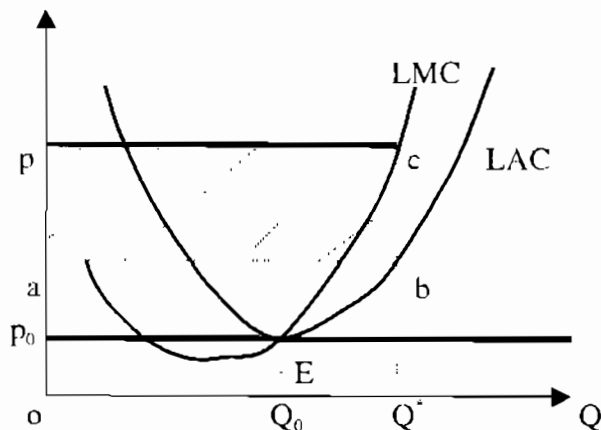
Ký hiệu nghiệm là Q^* , điều kiện cân đối với Q^* là:

$$\frac{\partial \text{LTC}(w, Q^*)}{\partial Q} \equiv \text{LMC}(w, Q^*) = p \tag{2.98}$$

Tức là tại mức sản lượng Q^* chi phí biên phải bằng giá bán.

Có thể xem (2.98) như phương trình xác định hàm ẩn $Q^*(p, w)$ vì vậy

người ta thường coi đường LMC là đường cung của doanh nghiệp. Ta có thể minh họa tình huống này trên hình 2-24.



HÌNH 2 - 24

Trên hình 2-24, E là giao điểm giữa LAC và LMC và đó là điểm thấp nhất của LAC. Với mức giá thị trường p , đường cầu của thị trường đối với doanh nghiệp là $p = p$, sẽ cắt LMC tại c có hoành độ là Q^* , tức là $LMC(Q^*) = p$. Khi này doanh thu của doanh nghiệp là pQ^* - diện tích oQ^*cp , chi phí là $LAC(Q^*) Q^*$ - diện tích oQ^*ba , do đó lợi nhuận sẽ là diện tích $abcp$. Khi giá p thay đổi, đường $p = p$ sẽ dịch chuyển song song lên hoặc xuống. Nếu giá p hạ xuống mức p_0 (với $p = p_0$ là đường tiếp xúc với LAC tại E), tại mức Q_0 ta có $LAC = LMC = p_0$ do đó lợi nhuận bằng không, với $Q \neq Q_0$ doanh nghiệp sẽ lỗ (lợi nhuận âm). Như vậy trong tình huống dài hạn, mức giá p_0 có thể coi là mức giá sàn; nếu giá thị trường thấp hơn p_0 thì doanh nghiệp sẽ luôn bị lỗ ở mọi mức sản lượng cung ứng cho thị trường; nếu $p \geq p_0$ thì mức cung của doanh nghiệp là Q^* vì vậy có thể coi LMC đoạn từ điểm E trở đi là đường cung của doanh nghiệp.

Thí dụ 2.16

Một doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo có hàm sản xuất $Q = K^{0.5} + L^{0.5}$ và cho $p_K = 6$, $p_L = 4$, giá sản phẩm $p = 2$.

- a. Hãy xác định mức sử dụng vốn, lao động tối ưu.
- b. Hãy phân tích tác động của giá vốn, lao động và giá sản phẩm tới mức lợi nhuận tối đa.

Giải: a. Ta có $MP_K = 0,5K^{-0,5}$, $MP_L = 0,5L^{-0,5}$, theo (2.96) suy ra: $K^{-0,5} = 6$; $L^{-0,5} = 4$ do đó $K^* = 1/36$, $L^* = 1/16$. Suy ra $Q^* = 5/12$

b. Theo bổ đề Hotelling: $\frac{d\pi}{dp_K} = -K^* = -1/36 < 0$, $\frac{d\pi}{dp_L} = -L^* = -1/16 < 0$ nên

khi giá vốn, lao động tăng, lợi nhuận của doanh nghiệp sẽ giảm. Ta có $\frac{d\pi}{dp} = Q^* > 0$ nên khi giá thị trường của sản phẩm tăng thì lợi nhuận của doanh nghiệp sẽ tăng.

d. Trường hợp ngắn hạn

Nếu xét bài toán (2.94) trong trường hợp ngắn hạn ta sẽ có các kết quả tương tự. Ta đã biết trong dài hạn nếu giá $p < p_0 = \text{Min LAC}$ thì doanh nghiệp sẽ dừng sản xuất bởi nếu tiếp tục doanh nghiệp sẽ lỗ. Vậy trong ngắn hạn thì tình hình sẽ ra sao? Ta sẽ phân tích trường hợp này. Trong ngắn hạn doanh nghiệp có hàm chi phí:

$STC(w, Q) = X_v^* w_v + X_f^* w_f = VC + FC$ với VC là chi phí biến đổi, FC là chi phí cố định của doanh nghiệp.

Hàm chi phí trung bình: $SAC(w, Q) = STC(w, Q)/Q = VC/Q + FC/Q$

Hàm chi phí cận biên ngắn hạn: $SMC(w, Q) = \partial STC(w, Q)/\partial Q = MVC(w, Q)$

Tương tự như trong trường hợp dài hạn, nếu SAC có cực tiểu thì SAC và SMC sẽ cắt nhau tại điểm này.

Bài toán (2.97) trong trường hợp ngắn hạn sẽ là:

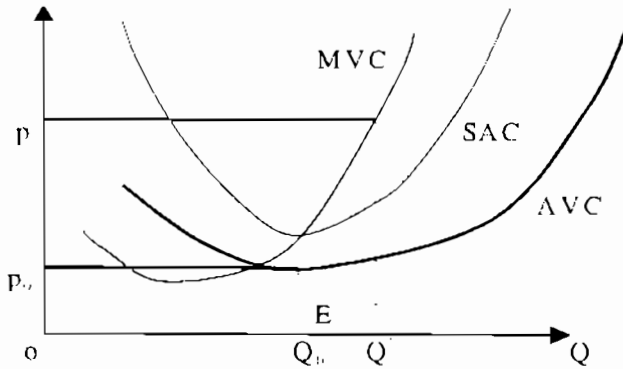
$$\text{Max } z = [p Q - STC(w, Q)] \tag{2.97'}$$

Ký hiệu nghiệm là Q^* , điều kiện cần đối với Q^* là:

$$\frac{\partial STC(w, Q^*)}{\partial Q} \equiv MVC(w, Q^*) = p \tag{2.98'}$$

Tức là tại mức sản lượng Q^* chi phí biến đổi biên phải bằng giá bán.

Ta có hình 2-25 minh họa tình huống này.



HÌNH 2 - 25

Nếu doanh nghiệp chọn Q , lợi nhuận sẽ là $pQ - STC(Q) = pQ - VC(Q) - FC$; nếu doanh nghiệp không sản xuất $Q = 0$, "lợi nhuận" là $-FC$. Doanh nghiệp còn duy trì sản xuất nếu:

$pQ - VC(Q) - FC > -FC$. Suy ra $pQ > VC(Q)$ hay $p > VC(Q)/Q = AVC(Q)$.

Như vậy mức giá sàn $p_0 = \text{Min } AVC$.

Ta có thể định nghĩa hàm lợi nhuận, hàm cầu yếu tố ngắn hạn tương tự như trong trường hợp dài hạn. Khi đó các hàm này cũng sẽ có các tính chất tương tự ngoại trừ tính thuần nhất.

4. Mô hình xác định mức cung của doanh nghiệp độc quyền

a. Mô hình

Giả sử hàm chi phí (dài hạn) là $TC(Q)$ và hàm cầu ngược $p = p(Q)$. Doanh nghiệp độc quyền có thể tìm giá bán p^* làm tối đa hoá lợi nhuận sau đó dựa vào hàm cầu để xác định mức cung, hoặc có thể quyết định mức cung Q^* để tối đa hoá lợi nhuận rồi từ đó xác định giá bán $p(Q^*)$. Với tình huống sau, ta có mô hình bài toán của doanh nghiệp:

$$\text{Max } z = [TR(Q) - TC(Q)] \quad (2.99)$$

Điều kiện cần đối với nghiệm Q^* là: $MR(Q^*) = MC(Q^*)$

và điều kiện đủ là: $MR'(Q^*) < MC'(Q^*)$

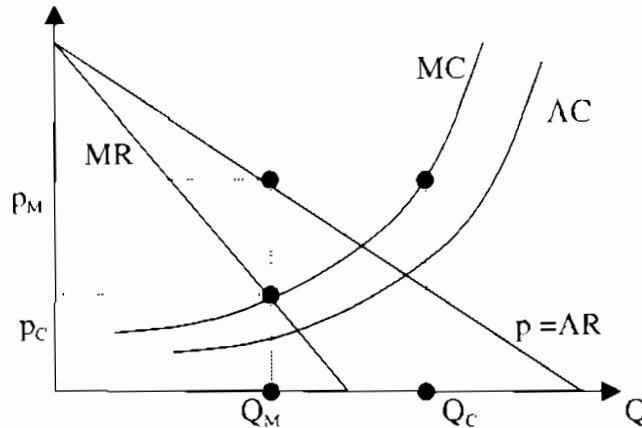
Do quan hệ giữa doanh thu biên và độ co giãn của cầu theo giá - (2.92) - nên:

$$MR(Q^*) = p(Q^*) [1 + 1/\epsilon_p^D(Q^*)] \quad (2.100)$$

Từ điều kiện cần ta có:

$$p(Q^*)[1 + 1/\epsilon_p^D(Q^*)] = MC(Q^*) \quad (2.101)$$

Vì $\epsilon_p^D < 0$ nên $p(Q^*) > MC(Q^*)$ như vậy doanh nghiệp độc quyền sẽ xác định mức cung Q^* mà ở mức đó giá bán sẽ lớn hơn chi phí biên và điều này khác với doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo. Đối với doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo ta có $p = MC(Q^*)$. Ta có hình 2-26 để minh họa.



HÌNH 2 - 26

b. So sánh giữa cạnh tranh và độc quyền

Ta có $p = AR$, từ điều kiện $MR = MC$ doanh nghiệp độc quyền xác định mức cung Q_M và giá bán p_M . Với giá trên thị trường là p_M thì nếu là doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo, từ điều kiện $p_M = MC$ sẽ xác định mức cung là Q_C . Do tại miền sản lượng chứa Q_M, Q_C hàm MC tăng (để đảm bảo điều kiện đủ của tối ưu), do (2.101) nên $MC(Q_M) < MC(Q_C)$. Suy ra $Q_M < Q_C$. Nếu là doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo thì để cung ứng Q_M chỉ cần giá thị trường ở mức $p_C = MR(Q_M) (= MC(Q_M))$, do $p_M = AR(Q_M) > MR(Q_M)$ nên $p_M > p_C$. Như vậy *doanh nghiệp độc quyền cung ứng cho thị trường khối lượng hàng hoá ít hơn và bán với giá cao hơn so với trường hợp doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo*. Chính vì lý do này người tiêu dùng thường phê phán doanh nghiệp độc quyền.

Thí dụ 2.17

Doanh nghiệp độc quyền có hàm cầu ngược: $p = 40 - 4Q$ và hàm chi phí $TC = 2Q^2 + 4Q + 10$. Hãy xác định Q^*, p^*, π và so sánh với trường hợp cạnh tranh hoàn hảo.

Ký hiệu $\pi^M, Q^M, p^M, \pi^C, Q^C, p^C$ là lợi nhuận, sản lượng, giá trong trường hợp

doanh nghiệp độc quyền; cạnh tranh.

Ta có $MC=4Q+4$, $AVC=2Q+4$

+ Trường hợp độc quyền, điều kiện cân của tối ưu: $MR = MC$

Tức là $[40 - 8Q = 4Q + 4]$ suy ra $Q^M = 3$. Thay vào điều kiện đủ:

$MR'(3) = -8 < MC'(3) = 4$ thoả mãn.

Thay vào AR ta được $p^M = 40 - 4 \cdot 3 = 28$

+ Trường hợp cạnh tranh, điều kiện cân của tối ưu: $p = MC$

Tức là $p = 40 - 4Q = 4Q + 4$, suy ra $Q^C = 4,5$ do đó $p^C = 40 - 4 \cdot 4,5 = 22$

Như vậy kết quả tính toán phù hợp với phân tích lý thuyết.

c. Đo mức độ độc quyền - Chỉ số Lerner

Để đo mức độ độc quyền của doanh nghiệp trên thị trường sản phẩm người ta dùng chỉ số Lerner: $(p - MC(Q))/p$ trong đó p là giá bán sản phẩm, Q khối lượng hàng doanh nghiệp cung ứng cho thị trường. Do (2.101) nên nếu mức cung của doanh nghiệp làm tối đa hoá lợi nhuận - mức Q^* thì chỉ số sẽ là:

$$|p(Q^*) - MC(Q^*)| / p(Q^*) = 1 / |\varepsilon_p^D(Q^*)| \quad (2.102)$$

Đối với doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo thì $[p(Q^*) - MC(Q^*)] / p(Q^*) = 0$, còn với doanh nghiệp độc quyền thì $0 < [p(Q^*) - MC(Q^*)] / p(Q^*) < 1$. Doanh nghiệp có chỉ số Lerner càng gần 1 thì mức độ độc quyền càng cao, sức mạnh trên thị trường càng lớn.

5. Chiến lược định giá và quảng cáo của doanh nghiệp độc quyền

Từ (2.101) ta thấy việc định giá của doanh nghiệp độc quyền phụ thuộc vào độ co giãn của mức cầu theo giá do đó doanh nghiệp sẽ tìm cách tác động tới độ co giãn của cầu để từ đó ấn định giá nhằm tối đa hoá lợi nhuận. *Độ co giãn của cầu theo giá phụ thuộc vào sở thích, thu nhập của người tiêu dùng.* Như vậy nếu như doanh nghiệp độc quyền nhận thấy có sự khác nhau trong độ co giãn giữa các người tiêu dùng thì sẽ có thể thực hiện một chiến lược định giá gọi là chiến lược *phân biệt giá*.

a. Phân biệt giá

1. Phân hoạch thị trường

Để có thể thực hiện phương pháp định giá theo cách phân biệt giá,

doanh nghiệp phải có khả năng *phân hoạch thị trường* (phân định thị trường). Đó là:

- Doanh nghiệp phân chia cá nhân hoặc nhóm người tiêu dùng sao cho trong các nhóm độ co giãn của cầu theo giá là đồng nhất.
- Doanh nghiệp phải có khả năng ngăn chặn tình trạng đầu cơ giữa các nhóm.

2. Căn cứ phân biệt giá

Giả sử doanh nghiệp phân hoạch thị trường thành N phần và ở thị trường i sẽ cung ứng Q_i . Ta có $Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_N$ và $TC(Q)$ là chi phí của doanh nghiệp để sản xuất Q.

Lợi nhuận sẽ là $\pi(Q) = TR(Q_1) + TR(Q_2) + \dots + TR(Q_N) - TC(Q)$ trong đó TR_i là hàm doanh thu trên thị trường i.

Doanh nghiệp sẽ giải bài toán:

$$\text{Max } z = \pi(Q_1 + Q_2 + \dots + Q_N) = TR_1(Q_1) + TR_2(Q_2) + \dots + TR_N(Q_N) - TC(Q_1 + Q_2 + \dots + Q_N)$$

Từ điều kiện cần của cực trị: $\partial\pi/\partial Q_i = 0$; $i=1 \div N$ ta có:

$$\frac{dTR_i(Q_i)}{dQ_i} - \frac{dTC}{dQ} \frac{\partial Q}{\partial Q_i} = 0 \quad i=1 \div N, \quad \text{hay} \quad \frac{dTR_i(Q_i)}{dQ_i} - \frac{dTC}{dQ} = 0 \quad i=1 \div N,$$

tức là:

$$MR_i(Q_i) = MC(Q) \quad \text{với } i=1 \div N \tag{2.103}$$

Theo (2.92) ta có $MR_i(Q_i) = p_i \left[1 + \frac{1}{\epsilon_i^D} \right]$ $i=1 \div N$ với p_i là giá, ϵ_i^D là

độ co giãn của cầu theo giá trên thị trường i. Kết hợp với (2.103) ta có:

$$p_1 \left[1 + \frac{1}{\epsilon_1^D} \right] = p_2 \left[1 + \frac{1}{\epsilon_2^D} \right] = \dots = p_N \left[1 + \frac{1}{\epsilon_N^D} \right] \tag{2.104}$$

Từ kết quả này ta có kết luận: *nếu thị trường i cầu càng ít co giãn ($|\epsilon_i^D|$ càng nhỏ) thì doanh nghiệp độc quyền định giá p_i càng cao.*

3. Các hình thức thực hiện phân biệt giá:

- *Phân biệt giá cấp một:* doanh nghiệp tách riêng từng người tiêu dùng

và ấn định giá bán riêng căn cứ vào độ co giãn của họ. Điều này không thể thực hiện trong thực tế.

- *Phân biệt giá cấp hai* (phân biệt theo thời gian, theo khối lượng): doanh nghiệp nhận thấy rằng lúc ban đầu khi sản phẩm mới tung ra thị trường, người tiêu dùng có độ co giãn thấp nên khối lượng ban đầu doanh nghiệp bán giá cao. Sau đó theo thời gian, sở thích của người tiêu dùng thay đổi, cầu co giãn hơn nên sẽ hạ giá.

- *Phân biệt giá cấp ba* (phân biệt theo thu nhập): ta biết rằng thu nhập của người tiêu dùng có ảnh hưởng tới độ co giãn nên doanh nghiệp định giá cao đối với nhóm người có thu nhập cao.

Ngoài ra doanh nghiệp còn có thể thực hiện các phương thức bán hàng: bán trọn gói, bán kèm, bán có khuyến mại... để thực hiện phân biệt giá vì những hình thức bán hàng kiểu này giúp doanh nghiệp phân loại người tiêu dùng theo độ co giãn cầu theo giá của họ.

b. Chiến lược định giá hai phần

Một chiến lược định giá khác gọi là *định giá hai phần* cũng được các doanh nghiệp độc quyền áp dụng. Theo cách định giá này, doanh nghiệp quy định: người tiêu dùng muốn mua hàng hoá - dịch vụ của doanh nghiệp trước tiên phải nộp một khoản cố định sau đó sẽ chi trả theo khối lượng mua. Ta sẽ đưa ra mô hình phân tích kiểu định giá này.

1. Mô hình

Giả sử người tiêu dùng có hàm lợi ích là $U(X)$. Gọi γ là chi phí cố định ban đầu người tiêu dùng trả cho doanh nghiệp, p_0 là giá hàng hoá, dịch vụ của doanh nghiệp, p là vectơ giá các hàng hoá khác trong gói hàng của người tiêu dùng, hàm cầu về hàng hoá của doanh nghiệp là $Q=Q(p_0, p)$, M là thu nhập của người tiêu dùng.

Ký hiệu u_0 là mức lợi ích tối đa mà người tiêu dùng có thể thu được trong trường hợp không mua hàng của doanh nghiệp độc quyền, ta có $u_0 = v(p_0, p, M)$.

Người tiêu dùng sẽ sẵn sàng chi khoản γ nếu $v(p_0, p, M - \gamma) \geq u_0$ (*)

Do v tăng theo M , hàm chi tiêu E tăng theo mức lợi ích u và do $v(p, E(p_0, p, u_0)) = u_0$; $E(p_0, p, v(p_0, p, M)) = M$. nên từ (*) suy ra $E(p_0, p, u_0) \leq (M - \gamma)$ (**)

Như vậy để thực hiện chiến lược định giá hai phần doanh nghiệp sẽ giải bài

toán:

Xác định γ , p_0 sao cho:

Max $[\Pi(Q) = p_0 Q(p_0) + \gamma - TC(Q(p_0))]$ với điều kiện $M - \gamma - E(p_0, p, u_0) \geq u_0$,
 $p_0, \gamma \geq 0$.

2. Giải mô hình

- Lập hàm Lagrange: $L(p_0, p, u_0, \lambda) = \Pi + \lambda [M - \gamma - E(p_0, p, u_0)]$

Tương tự như trong các mô hình tối ưu khác, ta có thể thay ràng buộc dạng bất phương trình bằng phương trình.

- Điều kiện cần của tối ưu:

$$(i) \partial L / \partial \gamma = (1 - \lambda) = 0$$

$$(ii) \partial L / \partial p_0 = Q + (p_0 - \partial TC / \partial Q) (\partial Q / \partial p_0) - \lambda \partial E / \partial p_0 = 0$$

$$(iii) M - \gamma - E(p_0, p, u_0) = 0$$

Từ (i) suy ra $\lambda = 1$, từ (iii) ta được $\gamma = M - E(p_0, p, u_0)$ (***)

Thay γ vào hàm lợi ích gián tiếp $v(p_0, p, E(p_0, p, u_0)) = u_0$

Theo bổ đề Shephard ta có $\partial E / \partial p_0 = Q$, thay vào (i) ta được $p_0 = \partial TC / \partial Q (= MC)$

Kết luận: Với chiến lược định giá hai phần, doanh nghiệp độc quyền định giá bằng chi phí biên như doanh nghiệp cạnh tranh nhưng do có chi phí ban đầu γ (xác định như trên) nên người tiêu dùng dù mua hay không mua hàng hoá dịch vụ của doanh nghiệp thì lợi ích tối đa của họ vẫn chỉ là u_0 . Toàn bộ thặng dư tiêu dùng do người tiêu dùng mua và tiêu thụ hàng hoá của doanh nghiệp đã thuộc về doanh nghiệp.

c. Chiến lược quảng cáo

Các doanh nghiệp độc quyền còn tiến hành chi tiêu cho quảng cáo sản phẩm của mình nhằm tác động đến sở thích của người tiêu dùng và do đó tác động đến độ co giãn của cầu. Từ đó có thể làm tăng lợi nhuận của doanh nghiệp. Doanh nghiệp cần tính mức chi cho quảng cáo là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất. Ta có mô hình sau phân tích sự kiện này.

1. Mô hình xác định chi phí quảng cáo của doanh nghiệp độc quyền

Ký hiệu Ad là chi phí cho quảng cáo, như vậy chi phí chung sẽ là $TC(Q) + Ad$.

Lợi nhuận của doanh nghiệp: $\Pi(Ad) = [p Q(p, Ad) - TC (Q, Ad) - Ad]$

Doanh nghiệp phải chọn chi phí Ad để tối đa hoá lợi nhuận, tức là giải bài toán:

$$\text{Max } z = \Pi(Q) = [p(Q)Q - TC (Q, Ad) - Ad]$$

Điều kiện cần của tối ưu: $d\Pi/dAd = (p \partial Q/\partial Ad) - (\partial TC/\partial Q) (\partial Q/\partial Ad) - 1 = 0$

Chuyển vế và nhóm lại ta có $(p - MC) (\partial Q/\partial Ad) = 1$. Nhân cả hai vế với Ad/p Q ta có:

$$[(p - MC)/p] \{(\partial Q/\partial Ad) (Ad/Q)\} = Ad/p Q \quad (*)$$

Theo (2.112) và định nghĩa của độ co giãn của cầu theo quảng cáo, (*) sẽ trở thành:

$$[1/|\epsilon_p^D|] \epsilon_{Ad}^D = Ad/p Q \quad (2.105)$$

2. Phân tích kết quả

Ta có thể sử dụng (2.105) để tính chi phí quảng cáo. Thông qua số liệu thực tế của doanh nghiệp, tiến hành phân tích để ước lượng ϵ_{Ad}^D , ϵ_p^D , p Q (doanh thu). Trên cơ sở (2.105) sẽ xác định mức chi phí quảng cáo tối ưu.

Ta đã đề cập tới các mô hình phân tích hành vi của doanh nghiệp cạnh tranh và độc quyền. Qua phân tích các mô hình này ta thấy rõ cách thức doanh nghiệp giải quyết vấn đề sản xuất cái gì? như thế nào? cho ai. Đồng thời ta cũng thấy mức cung hàng hoá trên thị trường được hình thành như thế nào. Tổng cộng mức cung của các doanh nghiệp cạnh tranh trên thị trường ta được mức cung của thị trường; mức cung của doanh nghiệp độc quyền chính là mức cung của thị trường. Ta cũng thấy mức cung phụ thuộc vào giá hàng hoá và giá yếu tố sản xuất.

Mức cầu của thị trường, như đã biết trong phân tích hành vi của hộ gia đình, phụ thuộc vào giá và thu nhập. Sự liên hệ này giữa cung và cầu cho phép ta có thể đề cập tới mô hình cân bằng ở chương tiếp theo.

BÀI TẬP CHƯƠNG II

1. Cho $X = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2$, ta định nghĩa các thứ tự và hàm $U(X)$ như sau:

a. $X^1 \succcurlyeq X^2 \Leftrightarrow \max_i x_i^1 \geq \max_i x_i^2 \quad i = 1, 2; U(X) \equiv \min x_i$

b. $X^1 \succcurlyeq X^2 \Leftrightarrow \max_i x_i^1 \geq \max_i x_i^2 \quad i = 1, 2; U(X) \equiv \max_i x_i$

c. $X^1 \succcurlyeq X^2 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^2 x_i^1 \geq \sum_{i=1}^2 x_i^2; U(X) \equiv \sum_{i=1}^2 x_i$

- Chứng tỏ rằng các thứ tự trên là hợp lý. Trong trường hợp nào thứ tự có tính chất đơn điệu tăng? tính chất lồi?

- Vẽ minh họa các tập mức và đường mức tương ứng với X^0 . Chứng tỏ các thứ tự trên là liên tục.

- Chứng tỏ các hàm $U(X)$ tương thích với thứ tự.

- Với X^0 cho trước, giải các bài toán: $\max_{X \in S(X^0)} U(X)$ và $\min_{X \in I(X^0)} U(X)$ với $S(X^0)$ và $I(X^0)$

$I(X^0)$ là tập mức trên và tập mức dưới của thứ tự ứng với X^0 .

2. Cho hàm $U(x_1, x_2) = (x_1 - b_1)^\alpha (x_2 - b_2)^\beta$

a. Nếu $U(x_1, x_2)$ là hàm lợi ích của hộ gia đình cảm sinh từ thứ tự ưa thích có tính hợp lý, liên tục, đơn điệu tăng trên tập tiêu dùng $x_1, x_2 \geq 0$ thì vì sao ta cần và có thể giả thiết $\alpha, \beta > 0$ và $\alpha + \beta = 1$?

b. Với giả thiết trên, cho p_1, p_2, M là giá hàng hoá 1,2 và thu nhập đem chi tiêu của hộ gia đình, hãy xác định các hàm cầu Marshall và hàm lợi ích gián tiếp.

3. Cho hàm $U = (x_1 + 2)(x_2 + 1)$

a. Từ các đặc điểm của hàm lợi ích, hãy chứng tỏ rằng ta có thể coi U như một hàm lợi ích của hộ gia đình khi tiêu thụ hàng hóa i với khối lượng x_i ($i=1,2$).

b. Với p_i ($i=1,2$) là giá hàng i , M là thu nhập đem chi tiêu của hộ gia đình, hãy xác định các hàm cầu Marshall về hàng hóa i ($i=1,2$). Nếu mức lợi ích định trước là u , hãy xác định các hàm cầu Hicks và hàm chi tiêu.

c. Phân tích tác động của thu nhập tới hàm lợi ích gián tiếp.

4. Cho hàm $\ln U(x_1, x_2) = \alpha \ln x_1 + 0,3 \ln x_2$ với $0 < \alpha < 1$ với x_1, x_2 là khối lượng các hàng hoá 1, 2 hộ gia đình tiêu thụ, $\ln \dots$ là logarit tự nhiên của các biến. Cho p_1, p_2 là giá của các hàng hoá tương ứng và M là thu nhập đem chi cho tiêu dùng của hộ gia đình.

a. Tìm điều kiện đối với α để khi hộ gia đình tăng tiêu dùng hàng hoá 1 là 1% và giảm tiêu dùng hàng hoá 2 là 3% thì lợi ích tiêu dùng không đổi.

b. Với α tìm được ở câu a, hãy xác định các hàm cầu Marshall về hai loại hàng hoá trên.

5. Cho hàm $v(p_1, p_2, M) = M^2 / 4 p_1 p_2$

a. Từ các tính chất của hàm lợi ích gián tiếp, hãy chứng tỏ rằng ta có thể coi v như hàm lợi ích gián tiếp của hộ gia đình khi tiêu thụ hàng hóa i với mức giá p_i ($i=1,2$) và thu nhập M .

b. Hãy xác định hàm cầu Marshall về 2 loại hàng trên.

c. Hãy xác định hiệu ứng thay thế đối với mức cầu hàng hóa 1 khi giá hàng hóa này thay đổi.

6. Hãy xác định mức cầu hàng hóa A,B của hộ gia đình trong các trường hợp sau:

a. Hàm lợi ích $U = 4 A^{0.5} B^{0.5}$, giá hàng hóa là $P_A = 10, P_B = 15$ và mức thu nhập đem chi tiêu là 120.

b. Hàm lợi ích $U = 40 A^{0.5} B^{0.5}$, giá hàng hóa là $P_A = 20, P_B = 5$ và mức thu nhập đem chi tiêu là 600.

c. Trong cả hai trường hợp, hãy phân tích tác động của thu nhập tới lợi ích.

d. Hàm lợi ích $U = \ln A + \ln B$, thu nhập: M , giá P_A, P_B ; hãy xác định các hàm cầu Marshall và hàm lợi ích gián tiếp. Nếu mức lợi ích cho trước là u , hãy xác định các hàm cầu Hicks và hàm chi tiêu.

e. $U = \text{Min}(A,B), U = A+B$ (Sử dụng hình vẽ minh họa).

f. $U = \text{Min}(2x_1 + x_2, x_1 + 2x_2), p = (p_1, p_2)$. Vẽ đường thờ σ và tập mức trên của U .

7. Chứng minh rằng hàng hoá i là hàng hoà thông thường khi và chỉ khi

$$\frac{\partial^2 E(p, u)}{\partial p_i \partial u} > 0$$

8. Cho $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} + x_2^{1/2}$ là hàm lợi ích của hộ gia đình, M : thu nhập, $p = (p_1, p_2)$ vectơ giá hàng hóa. Hãy xác định hàm lợi ích gián tiếp, hàm chi tiêu, các hàm cầu Marshall và Hicks của hộ gia đình.

9. Cho các hàm:

$$(i) v(p, M) = f(M) p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3}$$

$$(ii) E(p, u) = f(p_1, p_2) p_3^{\alpha} u. \alpha, u > 0$$

Với p_i : giá hàng hóa i , M : thu nhập của hộ gia đình, u : mức lợi ích. Tìm điều kiện đối với f, α_i ($i=1,2,3$) để v là hàm lợi ích gián tiếp, E là hàm chi tiêu của hộ gia đình.

10. Chứng minh rằng:

$$(i) s_i = \frac{\partial \ln E(p, v(p, M))}{\partial \ln p_i} \text{ với } i=1 \div n, s_i: \text{phần chi tiêu cho hàng hóa } i$$

trong thu nhập M của hộ gia đình.

$$(ii) \text{ Nếu } \varepsilon_{N_i}^D(p, M) = \varepsilon_{N_k}^D(p, M) \text{ với } i \neq k \text{ thì } \frac{\partial D_i(p, M)}{\partial p_k} = \frac{\partial D_k(p, M)}{\partial p_i}$$

11. Cho tập nhu cầu nguồn $V(Q) = \{X = (x_1, x_2) \geq 0: ax_1 + bx_2 \geq Q^2 \text{ với } a, b > 0\}$

- Xác định hàm sản xuất tương ứng và đặc điểm
- Xác định hàm chi phí dài hạn và các hàm cầu nhân tố.

12. Cho hàm sản xuất $Y(t) = 0,2 \cdot K^{0,4} L^{0,8}$ trong đó K : vốn, L : lao động và $K=120+0,1t$; $L=200+0,3t$, t là biến thời gian.

- Tính hệ số co giãn của Y theo K và theo L . Tính hệ số tăng trưởng của K, L và Y .
- Hãy cho biết hiệu quả của việc tăng qui mô sản xuất trong trường hợp này. Phân tích tác động của yếu tố thời gian tới năng suất biên của các yếu tố.

13. Cho hàm sản xuất: $Q = 20L^{0,4} K^{0,6}$

- Vẽ minh họa đường đồng lượng. Tìm độ co giãn toàn phần của Q theo các yếu tố. Giải thích ý nghĩa kinh tế.
- Tính năng suất biên theo L , cho biết ý nghĩa của đạo hàm riêng bậc hai của Q theo L .
- Hàm sản xuất trên có phải là thuần nhất? bậc mấy? phân tích tác động của việc tăng quy mô tới năng suất biên của các yếu tố.
- Xác định tỉ lệ đóng góp của K, L trong sản phẩm.

14. Một hãng có hàm sản xuất $Q = K^{0,1} L^{0,2}$ trong đó K : vốn, L : lao động, Q : sản lượng.

- Xác định tỉ lệ thay thế vốn cho lao động.
- Phân tích tác động của mức sử dụng vốn K tới tỉ lệ xác định ở a.

15. Cho hàm $C = Q^3(aw + br)$ với $a, b > 0$

a. Từ các tính chất của hàm tổng chi phí (dài hạn), hãy chứng tỏ rằng ta có thể coi C là hàm chi phí dài hạn ứng với hai yếu tố sản xuất trong đó Q là mức sản lượng, w là giá của lao động, r là giá của vốn. Hãy giải thích ý nghĩa của a, b .

b. Hãy xác định các hàm cầu (có điều kiện) về vốn và lao động.

c. Hãy xác định biểu thức tính độ co giãn của chi phí theo giá lao động, giá vốn.

16. Cho hàm $\text{Ln LTC}(Q, w_1, w_2) = \beta_0 \text{Ln } Q + \beta_1 \text{Ln } w_1 + \beta_2 \text{Ln } w_2$

a. Với điều kiện nào của β_i ($i = 0, 1, 2$) ta có thể coi LTC là hàm chi phí dài hạn của doanh nghiệp với mức sản lượng Q và giá yếu tố w_1, w_2 ?

b. Nếu doanh nghiệp là cạnh tranh hoàn hảo, giá thị trường về sản phẩm của doanh nghiệp là p , hãy xác định hàm cung, hàm lợi nhuận của doanh nghiệp và độ co giãn của lợi nhuận theo p .

17. Cho hàm $\text{LTC}(Q, w_1, w_2) = Q^\alpha f(w_1, w_2)$

a. Với điều kiện nào của α, f ta có thể coi LTC là hàm chi phí dài hạn của doanh nghiệp với mức sản lượng Q và giá yếu tố w_1, w_2 ?

b. Nếu doanh nghiệp là cạnh tranh hoàn hảo, giá thị trường về sản phẩm của doanh nghiệp là p thì với điều kiện nào của α sẽ tồn tại hàm lợi nhuận của doanh nghiệp? Khi này hãy xác định hàm cung, hàm lợi nhuận của doanh nghiệp và độ co giãn của lợi nhuận theo p .

18. Cho hàm kinh tế $\text{LTC} = 100 Q^3 P^2$ trong đó Q : mức sản lượng, P : mức giá tổng hợp của các yếu tố.

a. Ta có thể coi hàm trên là hàm chi phí? Vì sao?

b. Xác định các hàm chi phí trung bình, chi phí biên.

c. Phân tích tính kinh tế và quy mô.

19. Cho hàm sản xuất $Q = A(t)K^a L^b$ với K : vốn, L : lao động, $a, b > 0$, t : biến thời gian

a. Tìm điều kiện đối với a, b, A để hàm thể hiện quá trình tăng qui mô hiệu quả không đổi.

b. Nếu giá các yếu tố là P_K và P_L , hãy xác định hàm chi phí dài hạn đối với mức sản lượng Q .

c. Xác định biểu thức để có thể sử dụng khi phân tích tính kinh tế và quy mô.

20. Cho hàm sản xuất của hãng $Q = x^{0.5}$ với $x \geq 0$, trong đó x là số đơn vị đầu vào, Q là số sản phẩm được sản xuất theo x . Giá một đơn vị đầu vào là

$w = 10$ và giá sản phẩm là $p = 24$.

a. Lập hàm chi phí theo Q .

b. Lập hàm lợi nhuận theo Q và vẽ đồ thị các hàm: chi phí, doanh thu và lợi nhuận trên cùng một hệ trục tọa độ.

c. Tìm mức sản lượng để hãng tối đa hóa lợi nhuận. Phân tích tác động của giá đầu vào, giá sản phẩm đối với mức sản lượng trên và mức lợi nhuận tối đa.

21. Xét một công ty sản xuất ra hai loại sản phẩm hoạt động trong một thị trường cạnh tranh hoàn hảo. Cho giá của các sản phẩm là P_1 và P_2 và hàm tổng chi phí có dạng:

$$(i) \quad TC = 2Q_1^2 + Q_1Q_2 + 2Q_2^2$$

$$(ii) \quad TC = 2Q_1^2 + 2Q_2^2$$

a. Tìm mức sản lượng cho mỗi loại sản phẩm để lợi nhuận π cực đại.

b. Tính giá trị $\frac{\partial^2 \pi}{\partial Q_1 \partial Q_2}$ tại mức sản lượng tối ưu, đại lượng này có ý nghĩa kinh tế gì?

c. Khi giá P_1, P_2 biến động sẽ tác động như thế nào đến các mức sản lượng, mức lợi nhuận tối ưu?

22. Một doanh nghiệp độc quyền có hàm chi phí $TC(Q) = cQ$ ($c > 0$) và hàm cầu $D(p) = ap^{-b}$

($a, b > 0$) với Q, p là sản lượng và giá.

a. Với giả thiết nào đối với b thì doanh nghiệp có thể tối đa hoá lợi nhuận?

b. Khi đó hãy xác định mức cung, giá bán, chỉ số Lerner và "khoản mất trắng" do độc quyền.

23. Doanh nghiệp độc quyền có hàm tổng chi phí $TC = 20 + 0,5Q^2$ và hàm cầu ngược $p = 460 - 2Q$ trong đó Q là mức sản lượng cung ứng của doanh nghiệp và p là giá bán.

a. Hãy tính khoản mất trắng do độc quyền.

b. Hãy xác định khoản thuế nhà nước đánh vào mỗi đơn vị hàng hoá của doanh nghiệp để cực đại hoá số thuế thu.

24. Cho hàm doanh thu trung bình $AR = 15 - Q$.

a. Xác định mức doanh thu cận biên MR tại $Q_1 = 5; Q_2 = 8$ và cho biết ý nghĩa.

b. Xác định mức chênh lệch của doanh thu cận biên và doanh thu trung bình như một hàm của Q .

c. Nêu biểu thức tổng quát xác định mức chênh lệch của doanh thu cận biên và doanh thu trung bình.

25. Cho hàm tổng chi phí $TC = Q^3 - 5Q^2 + 14Q + 144$. ($Q > 0$).

a. Khảo sát sự thay đổi tuyệt đối của TC theo Q từ đó cho nhận xét về mở rộng sản xuất.

b. Tính hệ số co giãn của TC theo Q tại $Q=2$.

c. Cho giá sản phẩm là $P=70$, với mức thuế doanh thu 20%, tính lợi nhuận khi $Q=3$; tìm các điểm hoà vốn và phân tích sự thay đổi của hàm tổng lợi nhuận.

26. Cho hàm tổng chi phí $TC = 5000 + \frac{5Q^2}{Q+3}$ (Q là sản lượng).

a. Tìm hàm chi phí cận biên MC.

b. Tính chi phí trung bình AC tại $Q=100$.

c. Vẽ đồ thị hàm chi phí biến đổi trung bình (VC/Q).

d. Tính hệ số co giãn của TC theo Q tại $Q=17$.

27. Cho hàm tổng chi phí $TC = 4000 + 10Q + 0,1Q^2$ (Q là sản lượng), giá cả P được xác định bởi phương trình: $Q = 800 - 2,5P$

a. Tìm hàm chi phí cận biên MC.

b. Tìm hàm chi phí trung bình AC, khảo sát sự thay đổi của nó.

c. Tính hệ số co giãn của TC tại $P=80$.

d. Tìm hàm lợi nhuận, mức sản lượng tối đa hóa lợi nhuận.

28. Chi phí trung bình khai thác một loại khoáng sản:

$$AC = 12 + \frac{0,1}{0,2 + Q} \quad Q \text{ là sản lượng.}$$

a. Tìm hàm chi phí cận biên MC tại $Q=10$.

b. Tìm biểu thức tính chênh lệch của chi phí trung bình AC và chi phí cận biên MC, nhận xét sự thay đổi của nó.

c. Tính hệ số co giãn của tổng chi phí TC.

29. Cho hàm chi phí trung bình để sản xuất một loại sản phẩm:

$$AC = Q^2 - 12Q + 60 \quad Q \text{ là sản lượng.}$$

a. Xác định hàm tổng chi phí TC, phân chi phí biến đổi VC và chi phí cố định FC.

b. Xác định các biểu thức tính sự thay đổi tuyệt đối và tương đối của AC theo Q và cho các nhận xét.

c. Xác định hàm chi phí cận biên MC và mô tả trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị hai hàm MC, AC. Từ đồ thị hãy nêu các nhận xét về quan hệ giữa MC và AC.

30. Một công ty cạnh tranh hoàn hảo có hàm chi phí trung bình AC như sau

$$AC = Q^2 - 12Q + 60 \text{ trong đó } Q \text{ là sản lượng.}$$

a. Hãy xác định hàm tổng chi phí (TC), chi phí biên (MC).

b. Hãy xác định mức giá bán tối thiểu (giá sàn) và qui mô sản lượng của công ty để đảm bảo có lãi.

31. Một công ty cạnh tranh hoàn hảo có hàm sản xuất: $Q = 1,2 K^{0,7} L^{0,2}$ trong đó Q là sản lượng, K là vốn và L là lao động.

a. Nếu công ty tăng qui mô sử dụng vốn và lao động thì có hiệu quả hay không? Vì sao?

b. Nếu giá vốn là p_K , tiền lương là p_L , hãy phân tích tác động của p_K, p_L tới mức sử dụng K, L làm tối đa hóa lợi nhuận công ty.

32. Một công ty độc quyền có hàm cầu (ngược) là: $p = 300 - 0,3Q$ trong đó p là giá, Q là sản lượng cung ứng của công ty và hàm chi phí biên $MC = 0,4Q$.

a. Hãy xác định hàm doanh thu biên (MR), hàm chi phí biến đổi (TVC) của công ty.

b. Xác định miền sản lượng để đảm bảo khi công ty tăng sản lượng thì doanh thu sẽ tăng.

33. Một công ty độc quyền có hàm cầu (ngược) là: $p = 40 - 4Q$ trong đó p là giá, Q là sản lượng cung ứng của công ty và hàm chi phí $TC = 2Q^2 + 4Q + 10$.

a. Hãy xác định hàm doanh thu biên (MR), hàm chi phí biến đổi (TVC) của công ty.

b. Hãy xác định mức thuế tính trên 1 đơn vị sản phẩm của công ty để nhà nước có thể thu thuế ở mức cao nhất.

c. Hãy phân tích tác động của việc đánh thuế tới sản lượng và lợi nhuận của công ty.

34. Hãy xác định chiến lược phân biệt giá của một công ty độc quyền có các hàm cầu (ngược) sau: $p_1 = 63 - 4Q_1$; $p_2 = 105 - 4Q_2$; $p_3 = 75 - 6Q_3$; và hàm tổng chi phí:

a. $TC = 20 + 15Q$.

b. $TC = 20 + 15Q + Q^3$

35. Một hãng có hàm sản xuất $Q = K^{0.3} L^{0.2}$ trong đó K: vốn, L: lao động, Q: sản lượng. Cho giá vốn là p_K , tiền lương là p_L .

a. Xác định tỉ lệ vốn / lao động đảm bảo cho hãng tối đa hóa lợi nhuận.

b. Phân tích tác động của giá vốn và tiền lương tới tỉ lệ trên.

36. Cho hàm sản xuất: $Q = L^{0.3} K^{0.5}$ trong đó K: vốn, L: lao động, Q: sản lượng

a. Có ý kiến cho rằng để giữ nguyên mức sản lượng, có thể giảm mức vốn 5% bằng cách tăng mức lao động 10%. Hãy nhận xét ý kiến này.

b. Tính năng suất biên theo L, cho biết ý nghĩa của đạo hàm riêng bậc hai của Q theo L.

37. Hãy phân tích tình huống tối ưu kinh tế trong các trường hợp sau:

a. Hàm sản xuất $Q = 20 K^{0.1} L^{0.6}$, giá vốn là $p_K = 400$, tiền lương là $p_L = 200$ và mức vốn dự kiến đầu tư là 6000.

b. Hàm sản xuất $Q = 30 K^{0.5} L^{0.5}$, giá vốn là $p_K = 75$, tiền lương là $p_L = 40$ và mức sản lượng dự kiến sản xuất là 850.

38. Một doanh nghiệp độc quyền có đường cầu (ngược) (P), chi phí biên (MC), doanh thu biên (MR) như sau:

$$P = 400 - 0,25Q$$

$$MC = 0,3Q$$

$$MR = 400 - 0,5Q \quad \text{trong đó } Q \text{ là sản lượng.}$$

a. Hãy xác định tổng chi phí (TC) biết rằng chi phí cố định của doanh nghiệp là 20, chi phí bình quân (AC) và tổng doanh thu (TR).

b. Hãy xác định mức sản lượng tối đa hóa lợi nhuận và giá bán tương ứng.

39. Một hãng có hàm chi phí biên (MC) và doanh thu biên (MR) như sau:

$$MC = Q^2 - 9Q + 25$$

$$MR = 15 - 2Q \quad \text{trong đó } Q \text{ là sản lượng}$$

a. Hãy xác định tổng chi phí (TC) và tổng doanh thu (TR) biết chi phí cố định của hãng là 65.

b. Hãy xác định mức sản lượng tối đa hóa lợi nhuận và mức lợi nhuận đó.

40. Một hãng độc quyền có hàm chi phí biên $MC = 3Q^2 - 2Q - 700$, hàm doanh thu trung bình $AR = 2000 - Q$, trong đó Q là mức sản lượng của hãng.

a. Hãy xác định hàm tổng chi phí TC, chi phí trung bình AC nếu chi phí cố định $FC = 30$.

b. Hãy xác định mức cung và giá bán của hãng. Nếu chi phí cố định giảm

2% thì mức lợi nhuận tối đa của hãng sẽ biến động như thế nào?

c. Hãy tính khoản mất trắng do độc quyền. Nếu nhà nước quy định giá bán là 1500 hãy tính mức tăng trong phúc lợi.

d. Nếu nhà nước đánh thuế t trên một đơn vị sản phẩm thì với t bằng bao nhiêu số thuế thu là lớn nhất

41. Một công ty độc quyền có hàm cầu (ngược) là: $p = \alpha - 0,3Q$ trong đó p là giá, Q là sản lượng cung ứng của công ty, $\alpha > 0$ là tham số.

a. Hãy xác định hàm doanh thu biên, hàm chi phí của công ty nếu chi phí biên có dạng: $MC=0,4Q$ và chi phí cố định $FC = 30$.

b. Với điều kiện như ở câu a, xác định mức sản lượng để công ty tối đa hoá lợi nhuận.

c. Hãy phân tích tác động của tham số α tới mức lợi nhuận tối đa của công ty.

42. Một hãng độc quyền có: hàm cầu: $Q = 100 - p/5$; hàm chi phí biên: $MC = 2Q$

a. Với mức sản lượng $Q = 50$ câu có cơ gian? Xác định khoản mất trắng do độc quyền.

b. Nếu nhà nước quy định giá bán là 1000, hãy tính khoản mất trong phúc lợi xã hội.

43. Một hãng có hàm sản xuất $Q = K^{0,5} + L^{0,5}$ trong đó K : vốn, L : lao động, Q : sản lượng. Cho giá vốn là 5, tiền công là 2, giá bán sản phẩm của hãng là $p = 20$.

a. Xác định tỉ lệ thay thế vốn cho lao động.

b. Hãy xác định mức sử dụng các yếu tố đầu vào, mức sản lượng tối đa hóa lợi nhuận và mức lợi nhuận đó.

44. Xét mô hình hàm lợi nhuận:

$\Pi(Q) = TR(Q) - TC(Q) - aTR(Q)$ trong đó: TR là tổng doanh thu, TC là tổng chi phí, a là thuế suất theo doanh thu.

a. Xác định biểu thức điều kiện của Q để lợi nhuận cực đại.

b. Khi thuế suất tăng, mức Q tối ưu biến động như thế nào?

c. Hãy làm một phân tích tương tự nếu thuế đánh vào vốn sản xuất thực hiện (Tổng chi phí).

45. Một công ty có thể sản xuất và cung ứng cho thị trường hai mặt hàng với hàm tổng doanh thu và tổng chi phí cho 2 mặt hàng:

$$TR = P_1Q_1 + P_2Q_2$$

$$TC = 2Q_1^2 + Q_1Q_2 + 3Q_2^2 \text{ trong đó } P_1, Q_1 \text{ là giá cả và sản lượng hàng hoá } i.$$

- a. Xác định công thức tính tổng lợi nhuận cực đại.
- b. Áp dụng công thức tìm được ở câu a) tìm các mức sản lượng cực đại lợi nhuận với $P_1 = 10$ và $P_2 = 12$.
- c. Tính độ co giãn của TC theo khối lượng của từng mặt hàng (riêng và toàn phần) tại mức sản lượng tối ưu.

46. Nhu cầu hai mặt hàng phụ thuộc giá như sau:

$$Q_1 = 40 - 2P_1 - P_2; \quad Q_2 = 35 - P_1 - P_2 \text{ trong đó } P_i, Q_i \text{ là giá cả và sản lượng hàng hoá } i.$$

Tổng chi phí là hàm của các sản lượng: $TC = Q_1^2 + 2Q_2^2 + 12$.

- a. Xác định mức Q_1, Q_2 sao cho tổng lợi nhuận lớn nhất.
 - b. Tính chi phí cận biên cho từng mặt hàng tại mức sản lượng tối ưu ở câu a).
47. Một hãng độc quyền có đường cầu như sau:

$$Q = 80 - p/4 + A/2$$

trong đó Q là sản lượng cung ứng, p là giá, A là chi phí cho quảng cáo, tiếp thị của hãng.

- a. Với mức sản lượng $Q = 50$, chi phí cho quảng cáo $A = 80$ câu có co giãn?
- b. Với các số liệu ở phần a, hãy xác định tỷ lệ: Chi phí quảng cáo/ Doanh thu. Tỷ lệ này có đảm bảo hãng đạt lợi nhuận tối đa?

Chương III

MÔ HÌNH CÂN BẰNG KINH TẾ

§1. GIỚI THIỆU CHUNG VỀ CÂN BẰNG VÀ PHÂN TÍCH CÂN BẰNG

I. KHÁI NIỆM VỀ CÂN BẰNG VÀ MÔ HÌNH CÂN BẰNG

1. Cân bằng

a. Khái niệm

Nhiều học giả cho rằng *cân bằng* là một trong số những phát kiến khái niệm vĩ đại trong tư duy của nhân loại. Nhờ phát hiện này cùng tư duy biện chứng, ta có thể nhận thức thế giới khách quan xác thực hơn, khoa học hơn và do đó có thể hành động phù hợp với các quy luật. Cân bằng là khái niệm mà ta rất dễ cảm nhận về mặt cảm tính bởi sự hiện diện, những biểu hiện của nó xuất hiện trong hầu hết các lĩnh vực của tự nhiên và xã hội. Nội hàm của khái niệm rất phong phú, đa dạng vì vậy không thể có một định nghĩa duy nhất về “cân bằng” cho mọi hiện tượng, sự vật, ở mọi nơi, mọi lúc được. Cân bằng chỉ có thể được quan niệm và vận dụng trong khuôn khổ những khái niệm sẵn có nhất định.

Trong quá trình mô hình hoá đối tượng liên quan đến vấn đề, hiện tượng cân phân tích bằng phương pháp hệ thống, chúng ta coi đối tượng như một hệ thống. Gắn liền với hệ thống có trạng thái của hệ thống. Trong số các trạng thái của hệ thống có trạng thái *cân bằng* với các đặc trưng nhất định. Việc phát hiện, phân tích trạng thái này của hệ thống sẽ giúp ta tìm ra phương thức tác động đến hệ để đáp ứng mục tiêu đã đề ra một cách có hiệu quả.

b. Trạng thái cân bằng của hệ thống

1. Khái niệm

Trạng thái cân bằng của hệ thống là trạng thái mà trong đó mối quan hệ giữa các yếu tố được xác lập sao cho giá trị của các biến tương ứng hoàn toàn xác định và chúng chỉ thay đổi giá trị khi chịu tác động của các yếu tố

bên ngoài hệ thống. Nói cách khác, *trạng thái cân bằng của hệ thống là trạng thái mà với giá trị của các biến ngoại sinh, của tham số cho trước giá trị của các biến nội sinh được xác định và không đổi theo thời gian.*

Nếu đối tượng được mô tả là một hệ thống kinh tế thì trạng thái cân bằng được hiểu là *cân bằng kinh tế*. Khái niệm cân bằng kinh tế theo quan niệm trên mang tính khái quát do đó có thể vận dụng cho nhiều đối tượng, nhiều tình huống khác nhau như cân bằng của thị trường, cân đối ngân sách, cân đối cán cân thanh toán, cân đối trong tăng trưởng kinh tế. Thậm chí trạng thái tương ứng với các hành vi tối ưu của tác nhân kinh tế được đề cập trong chương II cũng có thể xem như một dạng cân bằng kinh tế. Ví dụ như tối ưu Pareto là một dạng cân bằng giữa các mục tiêu của tác nhân. Tuy nhiên do đặc thù của trạng thái cân bằng cũng như công cụ toán được sử dụng để phân tích, chúng ta vẫn tách riêng trạng thái này.

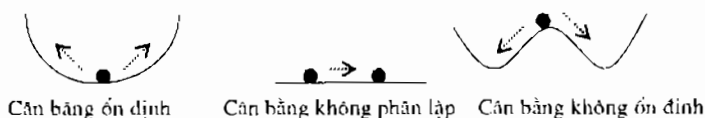
2. Phân loại trạng thái cân bằng

Nếu lúc đầu hệ thống ở trạng thái cân bằng, do ngoại lực tác động (biến ngoại sinh, tham số thay đổi) làm các biến nội sinh thay đổi (các biến nội sinh điều chỉnh) và hệ chuyển sang trạng thái cân bằng mới (với giá trị khác của biến nội sinh). Tùy thuộc vào sự điều chỉnh của biến nội sinh ta có thể phân loại trạng thái cân bằng:

- Trạng thái cân bằng ổn định: đó là trạng thái cân bằng mà khi do ngoại lực tác động, hệ thống thay đổi trạng thái nhưng do nội lực (sự điều chỉnh của các biến nội sinh) hệ sẽ trở về trạng thái cân bằng cũ.

- Trạng thái cân bằng không phân lập: là trạng thái cân bằng mà khi do ngoại lực tác động, hệ thống thay đổi trạng thái nhưng do thiếu nội lực (không có sự điều chỉnh của các biến nội sinh) hệ không trở về trạng thái cân bằng cũ.

- trạng thái cân bằng không ổn định: là trạng thái cân bằng mà khi do ngoại lực tác động dù là rất nhỏ, hệ thống thay đổi trạng thái và sẽ ở trạng thái cân bằng mới khác nhiều so với trạng thái cũ. Ta có hình vẽ minh họa các trạng thái cân bằng



HÌNH 3 - 1

3. Mô hình cân bằng

Trong thực tế, như một quy luật vận động, hệ thống nói chung và hệ thống kinh tế nói riêng, trong quá trình tồn tại và hoạt động hoặc là ở trạng thái cân bằng, hoặc hướng tới trạng thái cân bằng mới hay tái lập trạng thái cân bằng. Mô hình mô tả trạng thái cân bằng của hệ thống kinh tế còn được gọi là mô hình cân bằng kinh tế.

Phần cơ bản của mô hình là một hệ thống các phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa các biến số ở trạng thái cân bằng. Vì vậy mô hình cân bằng kinh tế, theo nghĩa rộng là mô hình toán kinh tế trong đó hệ phương trình tương ứng có nghiệm. Theo nghĩa hẹp, mô hình cân bằng kinh tế là mô hình mô tả trạng thái cân bằng của các hành vi của các tác nhân kinh tế trong quá trình sản xuất, trao đổi, tiêu thụ sản phẩm (nguồn).

Tuỳ thuộc vào hình thức và mức độ tác động của ngoại lực (các biến ngoại sinh và tham số) đối với việc hình thành trạng thái cân bằng cũng như đặc tính của nó, các mô hình cân bằng kinh tế được phân làm hai loại:

- *Mô hình cân bằng kinh tế*: gồm các mô hình phân tích hành vi của các tác nhân kinh tế và mô hình cân bằng thị trường.

- *Mô hình cân đối kinh tế*: các mô hình cân đối là các mô hình mô tả trạng thái cân bằng trong tư duy lý thuyết của người thiết lập. Như vậy trong các mô hình cân đối, ít nhiều có tính toán chủ quan của người thiết lập, trạng thái cân bằng ở đây là trạng thái mong muốn theo kế hoạch.

II. PHÂN TÍCH CÂN BẰNG

Như trên đã nói, hệ kinh tế hoạt động trong trạng thái cân bằng vì vậy việc thiết lập và phân tích mô hình cân bằng sẽ rất có ích trong phân tích kinh tế. Phương pháp *phân tích cân bằng* bao gồm:

1. Thiết lập mô hình cân bằng kinh tế

Trong quá trình mô hình hoá đối tượng như một hệ thống, ngoài việc mô tả phân tử, môi trường và các mối quan hệ tương tác; điểm quan trọng là mục tiêu nghiên cứu cần xác định được khái niệm “cân bằng” một cách phù hợp. Trên cơ sở đã có khái niệm về cân bằng, cần mô tả trạng thái cân bằng bằng hệ thức toán thích hợp. Như vậy ta có được mô hình cân bằng.

2. Phân tích mô hình cân bằng

a. Giải mô hình

Việc tìm nghiệm của mô hình cân bằng là tìm trạng thái cân bằng. Liên

quan đến quá trình này sẽ nảy sinh các vấn đề:

- sự tồn tại trạng thái cân bằng: có tồn tại hay không? Nếu tồn tại trạng thái cân bằng thì có duy nhất?
- xác định trạng thái cân bằng như thế nào?
- các đặc trưng của trạng thái cân bằng là gì?

b. Phân tích so sánh

Phân tích so sánh tĩnh (hoặc phân tích động thái) là việc phân tích tác động của biến ngoại sinh tới các biến nội sinh ở trạng thái cân bằng cũng như tới những đặc trưng, đặc điểm của trạng thái cân bằng. Qua phân tích so sánh ta có thể nghiên cứu tính ổn định của trạng thái cân bằng và giải đáp các vấn đề: hệ thống có cơ chế tự điều chỉnh hay không? Nếu không, thì có thể điều chỉnh hệ tái lập cân bằng? Bằng biện pháp nào? Hiệu quả ra sao?

Với phân tích so sánh tĩnh (động) đối với mô hình cân bằng kinh tế, ta có thể ứng dụng để phân tích chính sách. Ở tầm vi mô, ta có thể phân tích chính sách thuế, trợ cấp, bảo hộ, hạn ngạch và các chế độ ưu đãi khác tác động ra sao tới hoạt động của doanh nghiệp và người tiêu dùng. Trên bình diện vĩ mô, ta có thể phân tích chính sách tài khoá, chính sách tiền tệ, chính sách tỷ giá... của nhà nước. Khi nghiên cứu *phân tích chính sách bằng mô hình cân bằng ta sẽ hiểu rõ cơ chế tác động và hiệu quả tác động của chính sách*. Điều này rất bổ ích đối với các tác nhân cũng như các nhà hoạch định chính sách.

Trong khuôn khổ môn học ta sẽ đề cập tới *mô hình cân bằng thị trường và ở dạng tĩnh*.

c. Công cụ toán học trong phân tích

Như trên đã nói, phần cốt lõi của mô hình cân bằng là một hệ phương trình (đại số hoặc vi phân) nên việc khảo sát sự tồn tại nghiệm và đặc điểm của nghiệm ngoài các công cụ toán đã đề cập ở chương I (giải hệ phương trình, tính đạo hàm của hệ phương trình xác định hàm ẩn...) ta cần có thêm công cụ khác. Trong nhiều trường hợp, mối liên hệ giữa biến nội và ngoại sinh trong mô hình cân bằng dưới hình thức hệ phương trình được hình thức hoá dưới dạng một ánh xạ và việc xem xét sự tồn tại trạng thái cân bằng tương đương với việc xét “điểm bất động” của ánh xạ. Vì vậy ta sẽ nhắc lại định lý “điểm bất động”.

Định lý Điểm bất động của Brouwer

Cho $S \subset \mathbb{R}^n$ là tập lồi, compact, $F: S \rightarrow S$ là ánh xạ đơn trị liên tục. Khi

đó F sẽ tồn tại điểm bất động, tức là $\exists x^* \in S$ sao cho $F(x^*) = x^*$.

Chú ý rằng nếu F là ánh xạ đa trị thì điểm bất động của F là $x^* \in S$ sao cho $x^* \in F(x^*)$.

§2. GIỚI THIỆU CHUNG VỀ MÔ HÌNH CÂN BẰNG THỊ TRƯỜNG

I. SỰ HÌNH THÀNH THỊ TRƯỜNG VÀ CẤU TRÚC CỦA THỊ TRƯỜNG

1. Lợi ích của sự trao đổi sản phẩm và sự hình thành thị trường

a. Mô hình trao đổi sản phẩm - Học thuyết về lợi thế so sánh tương đối của Ricardo

Đã từ lâu người ta đã nhắc tới lợi ích của việc trao đổi sản phẩm giữa các cá nhân và quốc gia và kéo theo là sự hình thành các thị trường hàng hoá như một tất yếu khách quan. Người đầu tiên khái quát sự kiện này thành một học thuyết là D. Ricardo - nhà kinh tế người Anh (1772 - 1823). Với học thuyết về “chi phí so sánh” Ricardo đã chứng minh rằng “thương mại tự do” sẽ đem lại lợi ích cho tất cả các nước tham gia. Ông cũng là một trong số những nhà kinh tế đầu tiên sử dụng phương pháp mô hình trong nghiên cứu mặc dù còn ở dạng đơn giản. Chúng ta sẽ đưa ra mô hình toán để diễn giải và phân tích quan điểm của Ricardo về “lợi thế so sánh tương đối”. Để đơn giản trong trình bày ta sẽ xét hai tác nhân và hai hàng hoá. Các kết luận vẫn đúng trong trường hợp nhiều tác nhân và hàng hoá.

1. Mô hình

Giả sử có hai tác nhân I và II (có thể là hai cá nhân, hai vùng, hai quốc gia). Mỗi tác nhân đều có nguồn ban đầu xác định, sản xuất và tiêu thụ hai loại sản phẩm 1,2.

Tác nhân I có tập năng lực sản xuất: $F^I(x_I, y_I) \leq a_I$ và hàm lợi ích $U^I(x_I, y_I)$.

Tác nhân II có tập năng lực sản xuất: $F^{II}(x_{II}, y_{II}) \leq a_{II}$ và hàm lợi ích $U^{II}(x_{II}, y_{II})$.

Trong đó x_i, y_i là khối lượng sản phẩm 1,2 tác nhân i dự kiến sản xuất để tiêu thụ ($i=I,II$).

+ Trường hợp hai tác nhân tổ chức hoạt động kinh tế hoàn toàn cô lập (hoàn toàn tự cung tự cấp):

Tác nhân I sẽ giải bài toán: $\text{Max } U^I(x_I, y_I)$ với điều kiện $F^I(x_I, y_I) \leq a_I, x_I \geq 0, y_I \geq 0$.

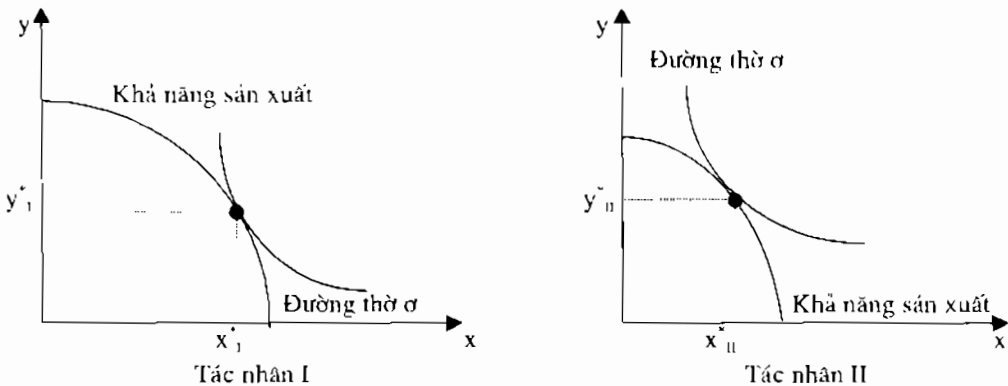
Tác nhân II sẽ giải bài toán: $\text{Max } U^{II}(x_{II}, y_{II})$ với điều kiện $F^{II}(x_{II}, y_{II}) \leq a_{II}, x_{II} \geq 0, y_{II} \geq 0$.

Với giả thiết U^i tựa lõm, F^i tựa lồi các bài toán có nghiệm $(x_i^*, y_i^*), (x_{II}^*, y_{II}^*)$

Từ việc lập hàm Lagrange của hai bài toán và phân tích, ta có điều kiện cần đối với nghiệm là phải thoả mãn:

$$\frac{F_{x_i}^i}{F_{y_i}^i} = \frac{U_{x_i}^i}{U_{y_i}^i} \text{ với } i=I,II \quad (3.1)$$

Vế trái của (3.1) là tỷ lệ chuyển đổi cận biên giữa sản phẩm 1 và 2 - thể hiện khía cạnh sản xuất, vế phải là tỷ lệ thay thế cận biên giữa hai sản phẩm này - thể hiện khía cạnh tiêu dùng của tác nhân i . Mặt khác ta đã biết tỷ lệ chuyển đổi cận biên thể hiện độ dốc của đường khả năng sản xuất còn tỷ lệ thay thế cận biên phản ánh độ dốc của đường thờ σ . Từ (3.1) ta thấy đường năng lực sản xuất và đường thờ σ của tác nhân i sẽ tiếp xúc với nhau tại điểm (x_i^*, y_i^*) . Ta có hình 3-1 minh hoạ.



HÌNH 3 - 1

Như vậy vectơ tiêu dùng tối ưu của tác nhân I là (x_I^*, y_I^*) và của tác nhân II là (x_{II}^*, y_{II}^*) .

Do trong thực tế khả năng sản xuất cũng như sở thích của hai tác nhân là khác nhau (hoặc ít nhất một trong hai yếu tố này khác nhau) nên ta có:

$$\frac{F_{x_I}^I(x_I^*, y_I^*)}{F_{y_I}^I(x_I^*, y_I^*)} \neq \frac{F_{x_{II}}^{II}(x_{II}^*, y_{II}^*)}{F_{y_{II}}^{II}(x_{II}^*, y_{II}^*)}$$

Ta có thể giả thiết: $\rho_1 \equiv \frac{F_{x_I}^I(x_I^*, y_I^*)}{F_{y_I}^I(x_I^*, y_I^*)} < \frac{F_{x_{II}}^{II}(x_{II}^*, y_{II}^*)}{F_{y_{II}}^{II}(x_{II}^*, y_{II}^*)} \equiv \rho_2$ (3.2)

Để ý rằng tỷ số $\frac{F_{x_I}^I}{F_{y_I}^I}$ là tỷ lệ chuyển đổi cận biên giữa hai sản phẩm

của tác nhân i. Từ ý nghĩa của tỷ lệ này ta thấy với năng lực của mình tác nhân I muốn sản xuất thêm 1 đơn vị sản phẩm 1 thì phải bớt sản xuất ρ_1 đơn vị sản phẩm 2, điều này đối với tác nhân II là ρ_2 . Với giả thiết (3.2) $\rho_1 < \rho_2$, tác nhân I sản xuất sản phẩm 1 so với sản phẩm 2 *rẻ hơn một cách tương đối* so với tác nhân II, tức là tác nhân I có lợi thế so sánh tương đối trong việc sản xuất sản phẩm 1 so với tác nhân II. Từ phân tích trên ta thấy hai tác nhân có thể trao đổi sản phẩm cho nhau theo một tỷ lệ t nhất định.

2. Lợi thế so sánh của tác nhân và việc trao đổi sản phẩm

Cho t là một số thoả mãn điều kiện $\rho_1 < t < \rho_2$. Do (3.2) nên sẽ có vô số t.

Do tác nhân I có lợi thế trong việc sản xuất sản phẩm 1 nên tác nhân sẽ tăng sản xuất sản phẩm này một lượng $\Delta x_1 > 0$ và để đảm bảo tỷ lệ chuyển đổi giữa hai sản phẩm thì tác nhân phải bớt sản xuất sản phẩm 2 một lượng là $\rho_1 \Delta x_1$.

Do tác nhân II có lợi thế trong việc sản xuất sản phẩm 2 nên tác nhân sẽ tăng sản xuất sản phẩm này một lượng $\Delta y_{II} > 0$ và để đảm bảo tỷ lệ chuyển đổi giữa hai sản phẩm thì tác nhân phải bớt sản xuất sản phẩm 1 một lượng là $(1/\rho_2)\Delta y_{II}$. Khối lượng sản phẩm tăng thêm hai tác nhân trao đổi theo tỷ lệ t, tức là:

$$\Delta y_{II} = t \Delta x_1 \text{ hay } \Delta y_{II}/t = \Delta x_1 \quad (3.3)$$

Sau khi trao đổi vectơ tiêu dùng của cả hai tác nhân đều lớn hơn trước. Thật vậy, nếu ký hiệu $X^i = (x^d_i, y^d_i)$ là vectơ tiêu dùng của tác nhân i sau khi trao đổi ($i=I,II$) ta có:

$$x^d_i = x^*_i$$

$$y^d_i = y^*_i - \rho_i \Delta x_i + \Delta y_{ii} = y^*_i - \rho_i \Delta x_i + t \Delta x_i = y^*_i + (t - \rho_i) \Delta x_i > y^*_i \text{ do } t > \rho_i.$$

$$x^d_{ii} = x^*_{ii} - \Delta y_{ii} / \rho_2 + \Delta x_i = x^*_{ii} - \Delta y_{ii} / \rho_2 + \Delta y_{ii} / t = x^*_{ii} + (1/t - 1/\rho_2) \Delta y_{ii} > x^*_{ii} \text{ do } (1/t - 1/\rho_2) > 0.$$

Do vectơ tiêu dùng của mỗi tác nhân sau khi thực hiện trao đổi đều có một thành phần lớn hơn trước nên mức lợi ích đạt được sẽ cao hơn.

Như vậy, việc trao đổi sản phẩm giữa hai tác nhân theo tỷ lệ t sẽ có lợi hơn cho cả hai so với việc họ sản xuất tự cấp, tự túc.

b. Sự hình thành thị trường

Trong thực tế, do có sự khác biệt trong khả năng sản xuất và sở thích giữa các tác nhân nên xuất hiện lợi thế so sánh giữa họ trong việc sản xuất sản phẩm. Sự trao đổi sản phẩm là có lợi cho các bên tham gia. Chính vì lý do này mà hình thành phân công, chuyên môn hoá trong sản xuất và sự trao đổi tự nguyện sản phẩm. Điều này dẫn tới nền sản xuất hàng hoá với sự hình thành và phát triển các thị trường như một đòi hỏi tất yếu.

2. Cấu trúc thị trường

a. Các nhân tố cấu thành thị trường

Nếu coi thị trường là một hệ thống, xét về phương diện cấu trúc tổ chức, thị trường bao gồm các yếu tố *cung, cầu và giá*. Tập thể các người bán - người sản xuất - tạo thành lực lượng cung, tập hợp những người mua - người tiêu dùng - tạo thành lực lượng cầu. Tổng hợp mức cung, mức cầu riêng lẻ ta được mức cung (hàm cung), mức cầu (hàm cầu) của thị trường. Xét về cách thức vận hành, việc mua bán trao đổi hàng hoá trên thị trường được thực hiện một cách tự nguyện trên cơ sở mức giá. Ngoài ra, trên một số thị trường đặc thù có thể có những quy định riêng nhưng đều phải tuân thủ nguyên tắc “tự nguyện”, “thuận mua vừa bán”.

b. Phân loại thị trường

Ta có thể phân loại thị trường căn cứ vào đặc điểm của cung - cầu, đặc điểm của hàng hoá giao dịch, các hình thức giao dịch, mua bán...

1. Phân loại thị trường theo đặc điểm cung - cầu

Nếu lực lượng cung, cầu khá lớn, mỗi tác nhân đơn lẻ chỉ chiếm một thị phần nhỏ bé và đều là người chấp nhận giá thì thị trường gọi là *cạnh tranh hoàn hảo* (về phía cung và cầu). Nếu chỉ có một tác nhân ở một phía (cung hoặc cầu) thì thị trường gọi là *độc quyền* (về phía cung hoặc cầu). Các trường hợp còn lại gọi là *thị trường cạnh tranh không hoàn hảo*.

2. Phân loại thị trường theo đặc điểm của hàng hoá

Nếu hàng hoá trao đổi là sản phẩm cuối cùng thì thị trường gọi là *thị trường sản phẩm hay thị trường hàng hoá- dịch vụ*. Nếu hàng hoá là sản phẩm trung gian thì gọi là *thị trường yếu tố sản xuất*.

Nếu nhiều hàng hoá có đặc điểm tương đối giống nhau trong tiêu dùng và được nhóm gộp lại ta sẽ có *thị trường gộp*.

II. NGUYÊN TẮC THIẾT LẬP VÀ PHÂN LOẠI MÔ HÌNH CÂN BẰNG THỊ TRƯỜNG

1. Nguyên tắc thiết lập mô hình cân bằng thị trường

Để thiết lập mô hình cân bằng thị trường trước tiên ta phải mô tả cung, cầu; tức là mô hình hoá phía cung, cầu. Sau đó tùy vào tình huống cụ thể, căn cứ vào những phân tích lý thuyết và thực tiễn sẵn có, ta phải có quan niệm về “cân bằng” và mô hình hoá quan niệm này. Kết hợp mô hình cung, cầu và quan niệm cân bằng ta có mô hình cân bằng cần thiết.

2. Phân loại mô hình

Căn cứ vào đặc điểm cấu trúc của mô hình (đặc điểm về biến số và mối liên hệ) ta có thể phân loại mô hình cân bằng.

a. Mô hình cân bằng riêng

Mô hình cân bằng thị trường riêng là mô hình mô tả cân bằng của thị trường một loại hàng hoá riêng lẻ, các yếu tố khác trong đó có sự hoạt động của các thị trường khác không được đề cập hoặc nếu có thì là yếu tố ngoại sinh.

b. Mô hình cân bằng tổng thể

Mô hình cân bằng tổng thể là mô hình cân bằng đề cập đồng thời tới tất cả các thị trường. Đây là lớp mô hình khá tổng quát và phức tạp về cấu trúc. Công cụ toán sử dụng phân tích cũng khá phức tạp. Những kết quả

phân tích mang nhiều ý nghĩa về lý thuyết hơn là thực hành bởi tính trừu tượng và độ phức tạp của mô hình.

c. Mô hình cân bằng tổng thể có thể tính toán

Là mô hình đề cập tới sự cân bằng đồng thời của nhiều thị trường đã được gộp. Tuy kích thước của mô hình thường khá lớn (với số biến tới hàng ngàn và số phương trình hàng trăm) nhưng vẫn có thể tính toán và giải hoặc mô phỏng mô hình nhờ các phần mềm chuyên dụng. Khó khăn chủ yếu khi phân tích mô hình là nguồn dữ liệu thiếu và không đồng bộ nên hạn chế khả năng ước lượng các tham số.

d. Mô hình cân bằng gộp

Mô hình cân bằng gộp còn gọi là mô hình cân bằng vĩ mô là mô hình cân bằng của một số các thị trường gộp, phản ánh sự hoạt động của toàn bộ nền kinh tế có sự tham gia của tác nhân mới là Nhà nước. Đây là lớp mô hình được dùng phổ biến trong phân tích chính sách kinh tế vĩ mô bởi tính khả thi trong thực hành và hiệu quả áp dụng của mô hình.

e. Mô hình cân bằng động

Nếu trong các lớp mô hình cân bằng đã đề cập ở trên có yếu tố thời gian tham dự với tư cách là một biến thì ta có mô hình cân bằng động. Việc phân tích mô hình động nói chung và mô hình cân bằng thị trường động nói riêng đòi hỏi những công cụ toán cao cấp và nhiều khi khá phức tạp nên các mô hình này thường được tách riêng để nghiên cứu.

Trong khuôn khổ môn học chúng ta sẽ đề cập tới *mô hình cân bằng riêng, mô hình cân bằng tổng thể (dạng đơn giản) và mô hình cân bằng vĩ mô ở dạng tĩnh, đồng thời xét trong ngắn hạn*. Trong mỗi mô hình sẽ có những giả thiết hạn chế nhất định cho phù hợp với yêu cầu của môn học và công cụ toán sẵn có.

§3. MÔ HÌNH CÂN BẰNG THỊ TRƯỜNG RIÊNG VÀ ỨNG DỤNG

Trong mục này ta sẽ đề cập tới mô hình cân bằng của một thị trường hàng hoá - dịch vụ. Với phân tích so sánh tĩnh ta sẽ thấy được tác động điều tiết thị trường của nhà nước thông qua một số công cụ.

I. MÔ HÌNH CÂN BẰNG THỊ TRƯỜNG CẠNH TRANH HOÀN HẢO

1. Mô tả cung - Hàm cung của thị trường

Các doanh nghiệp tham gia sản xuất và cung ứng hàng hoá cho thị trường sẽ là tác nhân tạo thành lực lượng cung - *người sản xuất*. Vì ta xét thị trường cạnh tranh hoàn hảo nên các doanh nghiệp là cạnh tranh hoàn hảo. Do ta xét ngắn hạn nên công nghệ của doanh nghiệp và giá các yếu tố sản xuất có thể coi như không đổi. Khi này mức cung của doanh nghiệp chỉ phụ thuộc giá hàng hoá trên thị trường và giá này là biến ngoại sinh đối với doanh nghiệp. Ký hiệu p là giá hàng hoá, S^i , S là mức cung của doanh nghiệp i , của thị trường; ta có $S^i = S^i(p)$ và $S(p) = \sum_i S^i(p)$.

Do mỗi $S^i(p)$ đều *đơn điệu tăng* theo giá p nên $S(p)$ cũng sẽ *đơn điệu tăng* theo p . $S(p)$ gọi là *hàm cung (đường cung) của thị trường*.

2. Mô tả cầu - Hàm cầu của thị trường

Với số lượng hộ gia đình mua sắm hàng hoá thường là rất đông nên lực lượng cầu lớn và ta sẽ gọi chung là *người tiêu dùng*. Trong chương II ta đã biết mức cầu thông thường (cầu Marshall) về hàng hoá của mỗi hộ gia đình sẽ phụ thuộc vào giá p , sở thích và thu nhập M của hộ. Trong ngắn hạn có thể giả thiết sở thích và thu nhập của hộ gia đình là không đổi vì vậy mức cầu của hộ chỉ phụ thuộc giá p . Ta ký hiệu $D^h = D^h(p)$ là mức cầu của hộ gia đình h và $D(p) = \sum_h D^h(p)$ là mức cầu của thị trường về hàng hoá. $D(p)$ gọi là

hàm cầu (đường cầu) của thị trường. Với hàng hoá thông thường, quan hệ giữa $D^h(p)$ với p là *ngịch biến* nên $D(p)$ cũng *ngịch biến* theo p .

3. Mô hình cân bằng thị trường riêng

a. Quan niệm về cân bằng thị trường

Khi xem xét một thị trường riêng, cân bằng thị trường được quan niệm

là sự “ăn khớp”, cân đối giữa cung và cầu do đó ta có thể diễn đạt cân bằng thị trường bằng điều kiện $S(p) = D(p)$

b. Mô hình

Ta có mô hình có cân bằng thị trường:

$$S = S(p) \tag{3.4}$$

$$D = D(p) \tag{3.5}$$

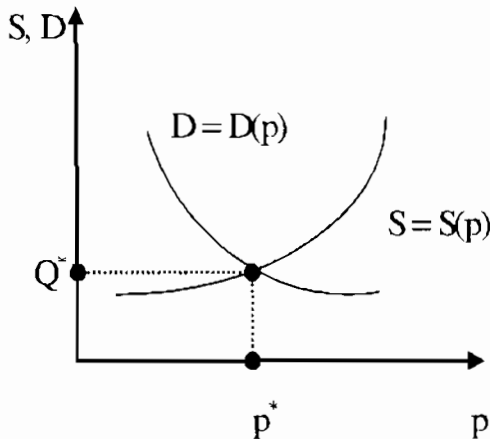
$$S(p) = D(p) \tag{3.6}$$

Phương trình (3.4), (3.5) là các phương trình hành vi vì mô tả quan hệ hành vi của người sản xuất, người tiêu dùng; phương trình (3.6) là phương trình điều kiện vì thể hiện điều kiện cân bằng thị trường.

4. Giải mô hình

a. Nghiệm của mô hình - Trạng thái cân bằng thị trường

Nghiệm của mô hình là (p^*, S^*, D^*) thoả mãn hệ (3.4) - (3.6). Nghiệm gọi là điểm cân bằng của mô hình hay trạng thái cân bằng thị trường. Ta có $S^* = S(p^*) = D(p^*) = D^* = Q^*$ gọi là lượng cân bằng; p^* gọi là giá cân bằng. Ta có hình 3-2 minh hoạ.



HÌNH 3 - 2

b. Sự tồn tại trạng thái cân bằng

Về mặt thực hành, để tìm nghiệm mô hình ta giải phương trình (3.6) đối với p sau đó thay vào (3.4) hoặc (3.5) sẽ xác định được giá và lượng cân

bằng, tức là xác định được điểm cân bằng. Tuy nhiên về mặt lý thuyết ta không biết được (3.6) có nghiệm hay không, hơn nữa do p là giá hàng hoá nên phải có điều kiện $p \geq 0$. Vấn đề về sự tồn tại nghiệm của mô hình là rất đáng quan tâm về mặt lý thuyết. Ta có định lý sau nói về sự tồn tại trạng thái cân bằng thị trường cạnh tranh hoàn hảo.

Định lý về sự tồn tại cân bằng cạnh tranh hoàn hảo

Nếu $S(p)$ liên tục theo p , $D(p)$ có hàm ngược liên tục và $S(p)$ bị chặn trên thì $\exists p^* \in \mathbb{R}_+^1$ sao cho $S(p^*) = D(p^*)$.

Chứng minh:

Ký hiệu Q^0 là giới hạn trên của $S(p)$, tức là $S(p) \leq Q^0$.

Ta định nghĩa tập $A = \{Q : 0 \leq Q \leq Q^0\}$

Hiển nhiên $A \subset \mathbb{R}_+^1$ khác rỗng, lồi và compact.

Ta có thể coi các hàm $S(p)$ và $D(p)$ là các ánh xạ:

$S: \mathbb{R}_+^1 \rightarrow \mathbb{R}_+^1$; $D: \mathbb{R}_+^1 \rightarrow \mathbb{R}_+^1$. Do giả thiết $D(p)$ có hàm ngược (có ánh xạ ngược), ký hiệu là D^{-1} .

Ta định nghĩa ánh xạ hợp $F = S \circ D^{-1}$ như vậy $F: A \rightarrow A$ vì:

với $Q \in A$, $F(Q) = S \circ D^{-1}(Q) = S[D^{-1}(Q)] = S(p) \leq Q^0$ tức là $F(Q) \in A$.

Do S, D^{-1} liên tục nên F liên tục, A lồi, compact nên theo định lý Brouwer về điểm bất động, ánh xạ F có điểm bất động. Tức là $\exists Q^* \in A: F(Q^*) = S \circ D^{-1}(Q^*) = S[D^{-1}(Q^*)]$. Ký hiệu $D^{-1}(Q^*) \equiv p^*$. p^* sẽ là giá cân bằng vì $D(p^*) = Q^*$ và $S(p^*) = Q^*$.

Trong thực tế tính liên tục của các mức cung, mức cầu riêng rẽ theo giá - của $S(p), D(p)$ theo p - được đảm bảo nhờ tính liên tục của các hàm mục tiêu, hàm ràng buộc trong mô hình tối ưu xác định chúng. Như vậy tính liên tục của $S(p), D(p)$ cũng được đảm bảo. Nếu $D(p)$ là hàm nghịch biến của p (tình huống phổ biến trong thực tế) thì sẽ tồn tại hàm ngược D^{-1} và nếu $D(p)$ liên tục thì D^{-1} cũng liên tục. Hàm cung $S(p)$ có thể giả thiết bị chặn trên vì sự khan hiếm của các nguồn kéo theo một giới hạn trên cho việc sản xuất. Tóm lại, tất cả các giả thiết trong định lý đều được thoả mãn trong thực tế do đó sự cân bằng thị trường luôn tồn tại.

II. CÂN BẰNG TRÊN THỊ TRƯỜNG ĐỘC QUYỀN VỀ PHÍA CUNG

1. Hàm cầu của thị trường

Cho $p = p(Q)$ là hàm cầu (ngược) của thị trường. Do doanh thu $TR(Q) = p(Q)Q$ nên doanh thu trung bình $AR(Q) = p(Q)$.

2. Hàm cung của thị trường

Do phía cung trên thị trường chỉ có một doanh nghiệp duy nhất nên doanh nghiệp có quyền tự định giá lẫn khối lượng hàng hoá cung ứng. Người tiêu dùng hoàn toàn thụ động trong việc xác định mức cầu. Ký hiệu Q^M là mức cung của doanh nghiệp độc quyền, Q^M được xác định bởi điều kiện:

$$MR(Q^M) = MC(Q^M) \quad (3.7)$$

$$\text{và } MR'(Q^M) < MC'(Q^M) \quad (3.7')$$

trong đó (3.7) là điều kiện cân để doanh nghiệp độc quyền tối đa hoá lợi nhuận. Như vậy ta có thể coi (3.7) như phương trình hàm ẩn xác định mức cung của doanh nghiệp. Mức giá bán tương ứng ký hiệu là p^M xác định từ hàm cầu ngược:

$$p^M = p(Q^M) \quad (3.8)$$

3. Cân bằng thị trường

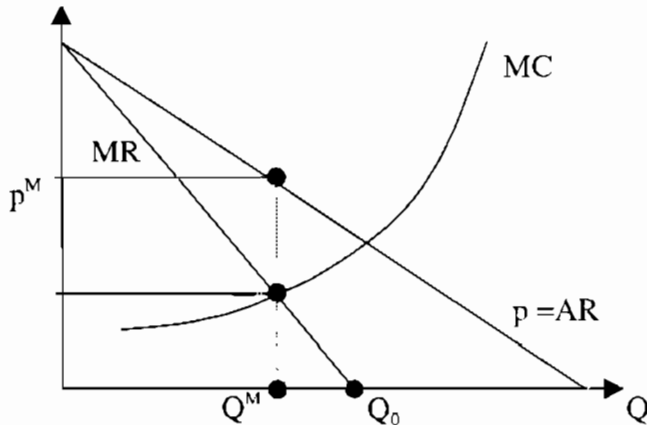
Điều kiện cân bằng thị trường được mô tả bởi (3.7) và (3.8) và điểm cân bằng luôn tồn tại do chỉ một phía cung quyết định căn cứ vào các điều kiện trên. Như vậy p^M, Q^M là giá và lượng cân bằng.

Do (2.101) ta có:

$$p(Q^M)[1 + 1/\epsilon_p^D(Q^M)] = MC(Q^M) \quad (3.9)$$

Vì $\epsilon_p^D < 0$ nên $p^M > MC(Q^M) \geq 0$ và $|\epsilon_p^D(Q^M)| \geq 1$. Như vậy doanh nghiệp độc quyền không bao giờ chọn mức cung mà tại đó cầu ít co giãn. Ta có hình 3-3 minh hoạ cân bằng thị trường độc quyền.

Tuỳ thuộc vào độ co giãn của cầu theo giá, miền sản lượng cung ứng khi cầu co giãn, tức là khi có $|\epsilon_p^D(Q)| > 1$ sẽ là $0 < Q < Q_0$, khi có $|\epsilon_p^D(Q^M)| < 1$ là $Q > Q_0$ và tại Q_0 ta có $|\epsilon_p^D(Q_0)| = 1$.



HÌNH 3 - 3

III. CÂN BẰNG THỊ TRƯỜNG VÀ PHÚC LỢI XÃ HỘI

Trong phần trên ta đã đề cập đến các mô hình cân bằng thị trường cạnh tranh hoàn hảo và thị trường độc quyền. Ở trạng thái cân bằng mỗi thị trường đều có những đặc điểm riêng. Nếu theo quan điểm xã hội trong việc đánh giá phân bổ và sử dụng nguồn lực thì cách thức tổ chức thị trường nào trong hai cách trên sẽ là *hiệu quả*? Đây là một trong số những vấn đề của *phân tích chuẩn tắc*. Để đánh giá tính hiệu quả trên phương diện toàn xã hội của hoạt động nói chung và kinh tế thị trường nói riêng cần phải có tiêu chí thể hiện cái được, cái mất của xã hội khi tham gia hoạt động trong thị trường. Tiêu chí thường được sử dụng là "*phúc lợi xã hội*". Đây là biến định tính, tổng hợp nhiều khía cạnh trong hoạt động xã hội. Trong hoạt động kinh tế thị trường, lực lượng xã hội tham gia gồm hai phía: người sản xuất - gồm các doanh nghiệp - và người tiêu dùng - tổng thể các hộ gia đình. Mô hình được sử dụng để thể hiện phúc lợi của hai phía là *thặng dư sản xuất* và *thặng dư tiêu dùng*.

1. Mô hình thặng dư sản xuất - tiêu dùng

Thặng dư sản xuất và thặng dư tiêu dùng là những yếu tố thể hiện phúc lợi của người sản xuất và người tiêu dùng đã được tiền tệ hoá. Để đo lường chuẩn xác thặng dư tiêu dùng chúng ta phải xuất phát từ đường cầu "bù đắp". Tuy nhiên, trong thực tế các đường cầu này không quan sát được nên không thể tiến hành đo lường thặng dư. Mặt khác, trong các công trình nghiên cứu của mình, Willig đã chỉ ra rằng những sai lệch giữa việc tính

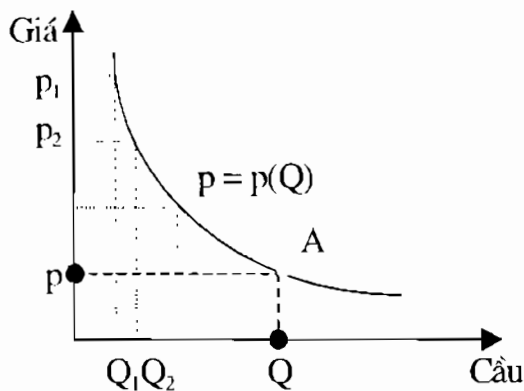
thặng dư từ đường cầu bù đắp và từ đường cầu thông thường (đường cầu Marshall) hoàn toàn có thể bỏ qua. Vì vậy, chúng ta có thể sử dụng hàm cầu thông thường để xác định thặng dư.

a. Thặng dư tiêu dùng - Phúc lợi của người tiêu dùng

Kí hiệu $D(p)$ là đường cầu (thông thường) của người tiêu dùng về một loại hàng hoá, trong đó p là giá cả loại hàng đó. Do lợi ích mang lại cho người tiêu dùng của mỗi đơn vị hàng hoá sẽ giảm dần khi họ tăng mức tiêu thụ (quy luật lợi ích biên giảm dần) như vậy người tiêu dùng sẽ sẵn sàng trả giá cao hơn cho những đơn vị hàng đầu tiên và sẽ giảm giá dần cho các đơn vị tiếp theo. Nhưng trong thực tế, khi mua Q đơn vị hàng người tiêu dùng chỉ phải trả cùng một loại giá cho tất cả các đơn vị hàng mua. Khoản chênh lệch giữa việc đánh giá khối lượng Q và khoản chi thực tế của người tiêu dùng gọi là thặng dư tiêu dùng khi mua và tiêu thụ khối lượng Q . Để thuận tiện trong phân tích ta xét hàm cầu ngược $p = p(Q)$. Có thể coi p là chi phí mà người tiêu dùng trả khi tiêu dùng thêm 1 đơn vị hàng do đó p cũng chính là đánh giá của xã hội về 1 đơn vị hàng. Ký hiệu thặng dư tiêu dùng là CS , ta có:

$$CS = \int_0^Q p(q) dq - p Q \tag{3.10}$$

Ta có hình 3-4 minh hoạ.



HÌNH 3 - 4

Như vậy thặng dư tiêu dùng của hộ gia đình được tiền tệ hoá và bằng diện tích hình thang cong giới hạn bởi trục tung và pA .

Thí dụ 3.1

Cho hàm cầu ngược $p = 1800 - 0,6 Q^2$, với mức giá $p_0 = 1740$, hãy tính thặng dư tiêu dùng.

Giải:

Với mức giá $p_0=1740$, mức cầu sẽ là $Q_0=[(1800- p_0)/0,6]^{1/2}=[(1800-1740)/0,6]^{1/2}= 10$.

$$CS = \int_0^{10} (1800 - 0,6q^2) dq - p_0 Q_0 = (1800q - 0,2q^3) \Big|_0^{10} - 1740 \times 10 = 400.$$

b. Thặng dư sản xuất - Phúc lợi của người sản xuất

Trong ngắn hạn, dù sản xuất hay không, các doanh nghiệp đều phải chịu khoản chi phí cố định vì vậy *thặng dư sản xuất của doanh nghiệp j* khi sản xuất và cung ứng khối lượng Q_j là *khoản chênh lệch giữa doanh thu và chi phí biến đổi*. Nếu ký hiệu PS_j là thặng dư sản xuất của doanh nghiệp j ta có:

$$PS_j(Q_j) = p Q_j - \int_0^{Q_j} MC_j(q) dq$$

với $MC_j(q)$ là chi phí cận biên của doanh nghiệp j.

- Thặng dư sản xuất đối với việc sản xuất loại hàng hoá trên sẽ là:

$$PS(Q) = \sum_j PS_j(Q_j)$$

với $Q = \sum_j Q_j$ là mức cung của thị trường. Hoặc ta có thể viết:

$$PS(Q) = p Q - \int_0^Q MC(q) dq \tag{3.11}$$

trong đó $MC(Q)$ là chi phí biên của tổng thể các doanh nghiệp (của toàn ngành). Có thể xem $MC(Q)$ là *chi phí xã hội* trong việc sản xuất thêm 1 đơn vị hàng.

2. Cân bằng thị trường và phúc lợi

Với $CS(Q)$ và $PS(Q)$ ta có thể định nghĩa phúc lợi xã hội trong việc sản xuất và tiêu dùng Q đơn vị hàng hoá là:

$$W(Q) = CS(Q) + PS(Q) \tag{3.12}$$

$$\text{Hay } W(Q) = \int_0^Q p(q) dq - \int_0^Q MC(q) dq \quad (3.13)$$

Vấn đề đặt ra là xã hội cần xác định Q^* để $W(Q^*)$ là lớn nhất.

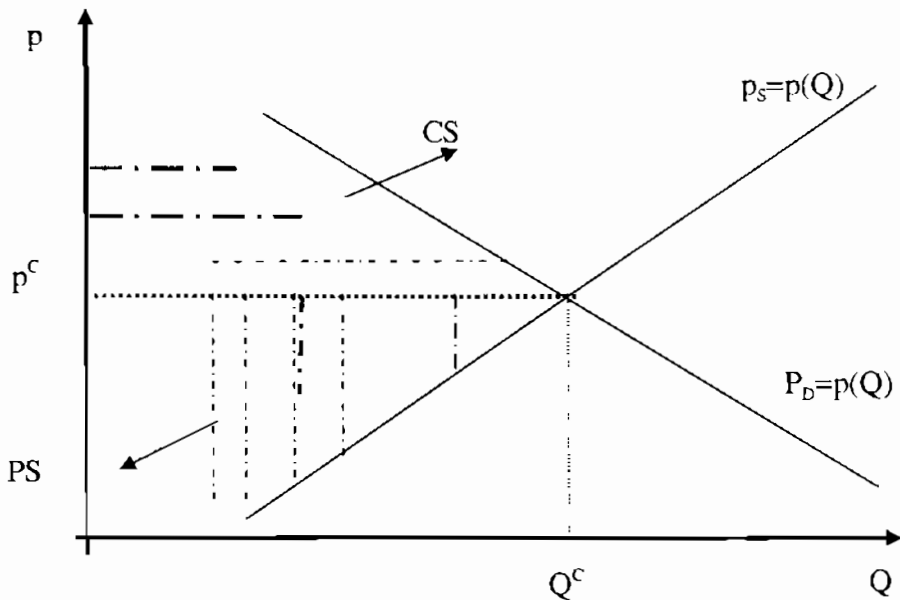
Ta có điều kiện cần đối với Q^* là:

$$dW(Q^*)/dQ = p(Q^*) - MC(Q^*) = 0 \quad (3.14)$$

a. Trường hợp thị trường cạnh tranh hoàn hảo

Do mỗi doanh nghiệp sẽ chọn sản lượng ở mức chi phí biên bằng giá ($p = MC$) nên toàn ngành cũng sẽ như vậy và ta có $MC(Q^*) = p(Q^*)$.

Như vậy ở trạng thái cân bằng thị trường cạnh tranh hoàn hảo, phúc lợi của xã hội (tổng thặng dư sản xuất và tiêu dùng) là lớn nhất. Ta có hình 3-5 minh họa với $Q^* = Q^c$ và $p^* = p^c$.



HÌNH 3 - 5

b. Trường hợp thị trường độc quyền

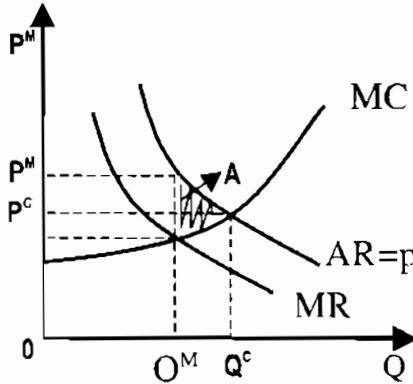
Với thị trường độc quyền, ở trạng thái cân bằng theo (3.9) ta có $p^M > MC(Q^M)$ do đó không thỏa mãn (3.14). Như vậy $W(Q^M)$ không đạt giá trị lớn nhất. Ta có hình 3-6 minh họa.

Khoản chênh lệch $W(Q^C) - W(Q^M)$ gọi là “*khoản mất trắng*” do độc quyền, đó là diện tích A trên hình 3-6. Thật vậy, theo (3.13) ta có:

$$W(Q^M) = \int_0^{Q^M} p(q) dq - \int_0^{Q^M} MC(q) dq;$$

$$W(Q^C) = \int_0^{Q^C} p(q) dq - \int_0^{Q^C} MC(q) dq \text{ suy ra:}$$

$$W(Q^C) - W(Q^M) = \int_{Q^M}^{Q^C} p(q) dq - \int_{Q^M}^{Q^C} MC(q) dq \quad (3.15)$$



HÌNH 3 - 6

IV. ỨNG DỤNG PHÂN TÍCH SO SÁNH TÍNH - PHÂN TÍCH CHÍNH SÁCH ĐIỀU TIẾT THỊ TRƯỜNG CỦA NHÀ NƯỚC

1. Phân tích so sánh tính

Cho $D = D(p, \alpha)$; $S = S(p, \beta)$ là hàm cầu, hàm cung của thị trường với p là giá hàng hoá, β, α là tham số (biến ngoại sinh). Ta có phương trình cân bằng thị trường:

$$D(p, \alpha) = S(p, \beta) \quad (3.16)$$

Giải phương trình (3.16) ta sẽ tìm được nghiệm $p^0 = p^0(\beta, \alpha)$, $Q^0 = Q^0(\beta, \alpha)$. Khi α, β thay đổi làm dịch chuyển đường cầu, đường cung do đó làm dịch chuyển điểm cân bằng và từ đó phúc lợi thay đổi. Ta có thể phân tích ảnh hưởng của α, β tới p^0 và Q^0

a. Phân tích tác động tuyệt đối

Nếu nghiệm của (3.16) là tường minh thì việc phân tích không có gì khó khăn. Nếu nghiệm dạng ẩn thì ta có thể coi (3.16) là phương trình xác định các hàm ẩn và áp dụng cách tính đạo hàm hàm ẩn. Ngoài ra cách tính này cho phép ta liên hệ với các đạo hàm riêng của hàm cung, hàm cầu. Ta có:

$$\frac{\partial p^0}{\partial \alpha} = \frac{\frac{\partial D(p^0)}{\partial \alpha}}{\frac{\partial S(p^0)}{\partial p} - \frac{\partial D(p^0)}{\partial p}} \quad (3.17)$$

Tương tự ta có:

$$\frac{\partial p^0}{\partial \beta} = - \frac{\frac{\partial S(p^0)}{\partial \beta}}{\frac{\partial S(p^0)}{\partial p} - \frac{\partial D(p^0)}{\partial p}} \quad (3.18)$$

Độc giả có thể tự tính $\frac{\partial Q^0}{\partial \alpha}$, $\frac{\partial Q^0}{\partial \beta}$.

b. Phân tích tác động tương đối

Để phân tích tác động tương đối của các tham số tới giá cân bằng, ta sẽ tính độ co giãn của giá theo tham số. Ta có:

$$\varepsilon_{\alpha}^{p^0} = \frac{\partial p^0(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} \frac{\alpha}{p^0(\alpha, \beta)}, \text{ sử dụng (3.17) và nhân chia cả tử và mẫu với } Q^0$$

và chú ý rằng $D(p^0, \alpha) = S(p^0, \beta) = Q^0$ ta được:

$$\varepsilon_{\alpha}^{p^0} = \frac{\frac{\partial D(p^0)}{\partial \alpha} \frac{\alpha}{Q^0}}{\frac{\partial S(p^0)}{\partial p} \frac{p^0}{Q^0} - \frac{\partial D(p^0)}{\partial p} \frac{p^0}{Q^0}} = \frac{\varepsilon_{\alpha}^D(p^0)}{\varepsilon_p^S(p^0) - \varepsilon_p^D(p^0)} \quad (3.19)$$

Hoàn toán tính toán tương tự ta được:

$$\varepsilon_{\beta}^{p^0} = \frac{\varepsilon_{\beta}^S(p^0)}{\varepsilon_p^D(p^0) - \varepsilon_p^S(p^0)} \quad (3.20)$$

Từ (3.19), (3.20) ta có:

$$\varepsilon^{p''} = \varepsilon_{\alpha}^{p'} + \varepsilon_{\beta}^{p'} = \frac{\varepsilon_{\alpha}^{p''}(p^0) - \varepsilon_{\beta}^{\lambda}(p^0)}{\varepsilon_p^{\lambda}(p^0) - \varepsilon_p^{\lambda}(p^0)} \quad (3.21)$$

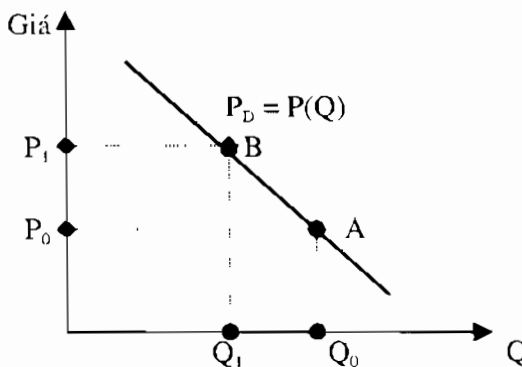
2. Phân tích chính sách điều tiết thị trường của nhà nước

Nhà nước thực hiện việc điều tiết sản xuất kinh doanh và tiêu thụ căn cứ vào mục đích định hướng hoạt động sản xuất kinh doanh và tiêu dùng đồng thời tạo nguồn thu cho ngân sách. Trong ngắn hạn do sở thích, thu nhập của người tiêu dùng, công nghệ sản xuất và giá yếu tố sản xuất không đổi nên mức cung, mức cầu trên thị trường phụ thuộc giá p của hàng hoá. Nhà nước có thể trực tiếp hoặc gián tiếp tác động đến giá p do đó có thể *tạo dựng kết cục mong muốn trên thị trường - điều tiết thị trường*. Chính sách điều tiết thị trường có thể là thuế, trợ cấp, trợ giá, hạn ngạch... Các chính sách tác động đến giá, cung, cầu do đó tác động đến thặng dư sản xuất và tiêu dùng. Mặt khác khi hoạch định và thực thi chính sách sẽ phát sinh những khoản thu chi ngân sách. Để đánh giá hiệu quả của các chính sách điều tiết cần phải *so sánh sự biến động của phúc lợi xã hội trước và sau khi có chính sách*. Và ta sẽ phải tính không chỉ sự biến đổi CS, PS mà cả những khoản thu, chi ngân sách. Để xác lập các công thức tính sự thay đổi trong CS, PS trong các phân tích sau này, ta cần tính sự thay đổi này giữa hai mức giá

a. Sự thay đổi của CS, PS giữa hai mức giá

Giả sử mức giá ban đầu (giá cân bằng) là p_0 và lượng hàng hoá được giao dịch là Q_0 . Tại tình huống tiếp theo mức giá là p_1 ứng với khối lượng Q_1 . Ký hiệu $\Delta p = |p_0 - p_1|$ và $\Delta Q = |Q_0 - Q_1|$ là các mức thay đổi giá và lượng.

1. Sự thay đổi trong thặng dư tiêu dùng CS



HÌNH 3 - 7

Ta có:

$$CS(p_0) = \int_0^{Q_0} p_D(q) dq - p_0 Q_0 \text{ và } CS(p_1) = \int_0^{Q_1} p_D(q) dq - p_1 Q_1$$

như vậy: $\Delta CS = CS(p_0) - CS(p_1)$

$$= \int_0^{Q_0} p_D(q) dq + \int_{Q_1}^{Q_0} p_D(q) dq - p_0 Q_0 - \int_0^{Q_1} p_D(q) dq + p_1 Q_1.$$

Suy ra:
$$\Delta CS = \int_{Q_1}^{Q_0} p_D(q) dq - p_0 \Delta Q + Q_0 \Delta p \tag{3.22}$$

Nếu $p_1 > p_0$ biểu thức (3.22) cho ta mức giảm của CS, nếu $p_1 < p_0$ ta sẽ được mức tăng của CS.

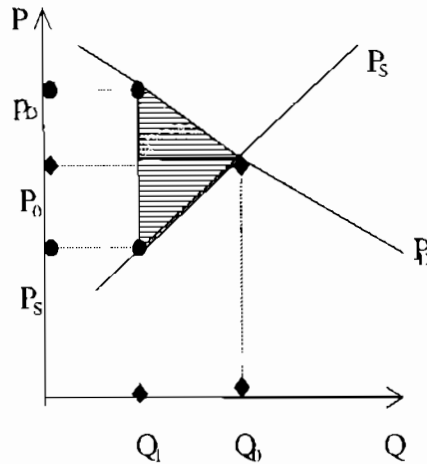
2. Sự thay đổi trong thặng dư sản xuất PS

Sử dụng cách tính tương tự ta được:

$$\Delta PS = PS(p_0) - PS(p_1) = Q_1 \Delta p + p_0 \Delta Q - \int_{Q_1}^{Q_0} p_S(q) dq \tag{3.23}$$

b. Phân tích tác động của thuế, trợ cấp trên thị trường cạnh tranh

Giả sử nhà nước đánh một khoản thuế t vào mỗi đơn vị hàng hoá được sản xuất và tiêu thụ. Gánh nặng của khoản thuế t sẽ được phân chia như thế nào giữa người sản xuất và người tiêu dùng? Thoạt tiên ta tưởng do khoản thuế t tính vào giá bán nên dường như người tiêu dùng phải chịu toàn bộ gánh nặng về thuế. Thực tế không hẳn là như vậy, nếu ký hiệu p_D là giá người tiêu dùng phải trả, p_S là giá người sản xuất được nhận; như vậy ta có $p_S = p_D - t$ và do t làm dịch chuyển đường cung nên điểm cân bằng mới sau khi có thuế sẽ khác trước. Như vậy thuế t sẽ ảnh hưởng tới cả tiêu dùng lẫn sản xuất. Ta có hình 3-8 minh hoạ tác động của thuế đối với thặng dư tiêu dùng và sản xuất.



HÌNH 3 - 8

Sau khi có thuế t , lượng hàng trao đổi trên thị trường là Q_1 với giá $p_D = p_0 + t$. Tương tự như phần trên, ta có thể tính được khoản mất trong thặng dư tiêu dùng, sản xuất là:

$$W(Q_0) - W(Q_1) = \int_{Q_1}^{Q_0} p_D(q) dq - \int_{Q_1}^{Q_0} p_S(q) dq$$

và đó là diện tích của hình tam giác có gạch ngang trên hình 3-8.

Ta có thể sử dụng kết quả ở phần trên để xác định mức độ ảnh hưởng này đối với người tiêu dùng và nhà sản xuất. Sau khi có thuế t , ta có hàm cầu $D = D(p_D)$, hàm cung $S = S(p_S) = S(p_D - t)$. Hay cho dưới dạng hàm ngược $p_D = p$; $p_S = p - t$ với p là giá thị trường. Để phân tích tác động của thuế t tới người tiêu dùng và người sản xuất ta sẽ tính độ co giãn của giá theo thuế t tại trạng thái cân bằng. Ta có mô hình cân bằng thị trường khi có thuế t :

$$D = D(p_D), S = S(p_D - t), D = S$$

Ký hiệu giá cân bằng là $p_D = p^0$. Rõ ràng p^0 phụ thuộc t nên ta viết $p^0(t)$, đồng thời $D(p^0) = S(p^0 - t) = Q^0$. Từ phương trình cân bằng, áp dụng đạo hàm ẩn ta có:

$$\frac{dp^0(t)}{dt} = \frac{\frac{\partial S(p^0)}{\partial p}}{\frac{\partial S(p^0)}{\partial p} - \frac{\partial D(p^0)}{\partial p}}$$

Nhân cả tử , mẫu với p^0/Q^0 ta được:

$$\frac{dp^0(t)}{dt} = \frac{\varepsilon_p^S(p_0)}{\varepsilon_p^S(p_0) - \varepsilon_p^D(p_0)} \quad (3.24)$$

Do $p_S = p_D - t = p^0(t) - t$, suy ra $dp_S / dt = dp^0(t)/dt - 1$, kết hợp với (3.24) ta được:

$$\frac{dp_S(t)}{dt} = \frac{\varepsilon_p^D(p_0)}{\varepsilon_p^S(p_0) - \varepsilon_p^D(p_0)} \quad (3.25)$$

Kết quả (3.24) và (3.25) cho ta các kết luận hết sức bổ ích trong việc phân tích tác động của thuế:

- Nếu tại mức giá cân bằng p^0 cầu hoàn toàn không co giãn ($\varepsilon_p^D=0$) thì sự thay đổi thuế t không ảnh hưởng đến giá của người sản xuất ($dp_S/dt=0$): gánh nặng về thuế hoàn toàn do người tiêu dùng phải chịu.

- Nếu tại mức giá cân bằng p^0 cung hoàn toàn không co giãn ($\varepsilon_p^S=0$ suy ra $dp_D/dt=0$) thì gánh nặng về thuế nhà sản xuất chịu.

- Gánh nặng về thuế sẽ phân chia theo tỷ lệ (3.24) và (3.25) giữa người tiêu dùng và người sản xuất và phía nào càng ít co giãn theo sự biến đổi của giá thì phía đó càng chịu tổn thất lớn.

Trong trường hợp nhà nước thực hiện việc trợ cấp một khoản s cho mỗi đơn vị hàng hoá thông qua giá, ta có thể coi như một khoản thuế 'âm'. Cách thức phân tích hoàn toàn tương tự như trên và kết quả cũng phù hợp với (3.24), (3.25) là tỷ lệ phân chia lợi ích giữa người tiêu dùng và nhà sản xuất đối với khoản trợ cấp s của nhà nước.

Thí dụ 3.2

Hàm cầu (D), hàm cung (S) về một loại hàng hóa có dạng như sau:

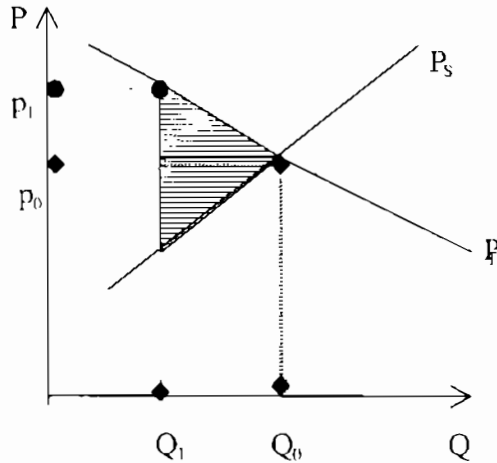
$D = 0,2 p^{-0,2} M^{0,4}$, $S = 0,1 p^{0,1} q^{-0,3}$ trong đó p là giá hàng, M là thu nhập của người tiêu dùng, q là mức giá chung của các yếu tố sản xuất được sử dụng để sản xuất hàng hóa. Nếu Nhà nước đánh thuế vào việc sản xuất và tiêu thụ loại hàng trên, hãy phân tích tác động của thuế đối với người sản xuất và người tiêu dùng.

Giải: Ta có $\varepsilon_p^D = -0,2$; $\varepsilon_p^S = 0,1$ suy ra gánh nặng về thuế người tiêu dùng phải chịu:

$$0,1 / (0,1 + 0,2) = 1/3 \text{ và gánh nặng về thuế người sản xuất phải chịu: } 2/3.$$

c. Chính sách điều tiết giá trên thị trường cạnh tranh

Nhà nước có thể can thiệp trực tiếp vào việc hình thành giá trên thị trường bằng cách quy định giá bằng mệnh lệnh hành chính hoặc mua tạm trữ, cung bổ sung với khối lượng thích hợp. Ký hiệu p_0 là giá cân bằng, sự hình thành một cách cưỡng bức giá mới p_1 dù $p_1 < p_0$ hay $p_1 > p_0$ đều gây tổn thất trong tổng thặng dư tiêu dùng sản xuất và khoản tổn thất này cũng gọi là khoản “mất trắng”. Ta có hình 3-9 minh hoạ.



HÌNH 3 - 9

Trên hình 3-9 ta có $p_1 > p_0$, ta có thể tính được khoản mất trắng trong thặng dư tiêu dùng, sản xuất là:

$$W(Q_0) - W(Q_1) = \int_{Q_1}^{Q_0} p_D(q) dq - \int_{Q_1}^{Q_0} p_S(q) dq \quad (3.26)$$

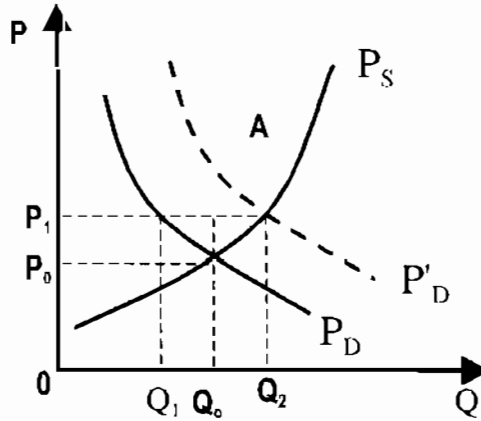
và đó là diện tích của hình tam giác có gạch ngang trên hình 3-9.

Trong thực tế, để đảm bảo lợi ích của nhà sản xuất hoặc khống chế mức cung chỉ là $Q_1 < Q_0$, nhà nước phải duy trì giá thị trường ở mức $p_1 > p_0$. Để thực hiện việc điều tiết này, nhà nước có thể mua tạm trữ hoặc định hạn ngạch sản xuất.

1. Nhà nước mua tạm trữ

Với giá $p_1 > p_0$, người sản xuất sẽ cung ứng $Q_2 > Q_0$. Trên thị trường sẽ có mức dư cung ($Q_2 - Q_0$) và nhà nước sẽ mua tạm trữ lượng dư cung này. Hành động này của nhà nước tương đương với việc hàm cầu sẽ dịch chuyển

sang phải $p_D \rightarrow p'_D$. Ta có hình 3-10 minh hoạ.



HÌNH 3 - 10

Ta có thể tính sự thay đổi trong phúc lợi xã hội:

- Tổng thất trong thặng dư tiêu dùng:

$$\text{Theo (3.22) ta có } \Delta CS = \int_{Q_0}^{Q_1} p_D(q) dq - p_0 \Delta Q + Q_0 \Delta p$$

- Mức tăng trong thặng dư sản xuất:

$$\text{theo (3.23) ta có } \Delta PS = Q_1 \Delta p + p_0 \Delta Q - \int_{Q_1}^{Q_2} p_S(q) dq$$

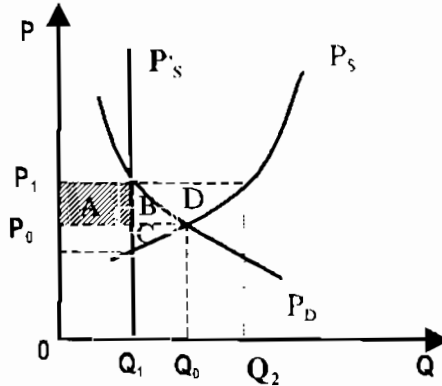
- Khoản chi của nhà nước để mua tạm trữ: $(Q_2 - Q_1)p_1$

Như vậy sự thay đổi trong phúc lợi xã hội:

$$\Delta PS - \Delta CS - (Q_2 - Q_1)p_1 \quad (3.27)$$

2. Nhà nước sử dụng hạn ngạch

Bằng các mệnh lệnh hành chính, nhà nước định ra hạn ngạch sản xuất và từ đó làm cho mức cung giảm khiến cho giá cả hàng hoá tăng. Với hành động này của nhà nước, đường cung của nhà sản xuất trở thành $P_S = Q_1$. Ta có hình 3-11 minh hoạ.



HÌNH 3 11

Giả sử hạn ngạch sản xuất là Q_1 , ta có:

- Nếu không có hạn ngạch, thặng dư sản xuất tại mức giá

$$p_0: PS = p_0 Q_2 - \int_0^{Q_2} p_S(q) dq .$$

- Do có hạn ngạch nên thặng dư sản xuất sẽ là: $PS = p_1 Q_1 - \int_0^{Q_1} p_S(q) dq$. Như

vậy sự chênh lệch thặng dư sản xuất giữa hai trường hợp:

$$\begin{aligned} p_1 Q_2 - \int_0^{Q_2} p_S(q) dq - [p_1 Q_1 - \int_0^{Q_1} p_S(q) dq] = \\ p_1(Q_2 - Q_1) - \int_{Q_1}^{Q_2} p_S(q) dq \end{aligned} \quad (3.28)$$

Biểu thức trên là diện tích của các phần B,C,D trên hình 3-11. Để có thể thực thi chính sách hạn ngạch trong thực tế, nhà nước phải trợ cấp cho nhà sản xuất một khoản tối thiểu bằng (3.28).

- Mức giảm trong thặng dư tiêu dùng theo (3.22):

$$\Delta CS = \int_{Q_1}^{Q_0} p_D(q) dq - p_0 \Delta Q + Q_0 \Delta p$$

d. Chính sách bảo hộ mậu dịch

Để bảo hộ sản xuất trong nước nhà nước có thể sử dụng hạn ngạch nhập khẩu (quota) và thuế nhập khẩu. Ta sẽ xét mô hình tương ứng với

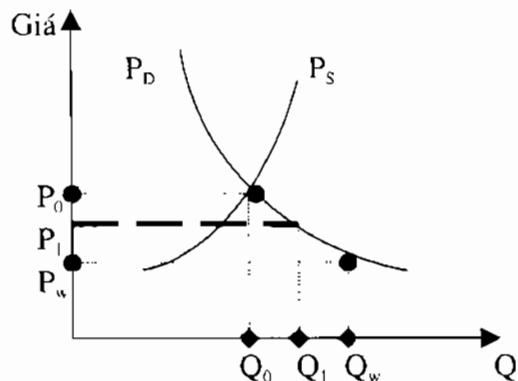
trường hợp này.

Giả sử giá hàng hoá trên thị trường quốc tế là p_w . Với mức giá này mức cầu trong nước là Q_w ; trong khi đó mức giá trong nước là $p_0 > p_w$ và lượng cung là Q_0 . Như vậy với mức giá p_w sẽ có lượng thiếu hụt hàng hoá là $(Q_w - Q_0)$.

Để giảm bớt thiếu hụt, nhà nước cho phép nhập khẩu nhưng để bảo hộ sản xuất trong nước sẽ cho nhập khẩu theo hạn ngạch hoặc là đánh thuế nhập khẩu.

1. Chính sách hạn ngạch nhập khẩu

Với hạn ngạch nhập khẩu q , mức cung trên thị trường là $Q_0 + q = Q_1 > Q_0$ làm giá thị trường giảm xuống mức p_1 . Bằng cách tính sự thay đổi của thặng dư tiêu dùng, sản xuất tương tự như phần trên



HÌNH 3 - 12

ta có thể xác định được lợi ích của người tiêu dùng, người sản xuất và có thể so sánh với trường hợp khi không có hạn ngạch bảo hộ. Độc giả có thể coi các phân tích này như bài tập.

2. Nhà nước đánh thuế nhập khẩu

Giả sử nhà nước đánh thuế nhập khẩu t trên một đơn vị hàng nhập khẩu. Rõ ràng mức tối đa của t là $(p_0 - p_w)$. Mức giá trong nước của hàng nhập khẩu sẽ là $p_1 = p_w + t$ và là mức giá mới trên thị trường. Với mức giá này, sản xuất trong nước là Q_2 , tiêu dùng trong nước là Q_1 , phần nhập khẩu là $Q_1 - Q_2$. Bằng cách tính thay đổi trong thặng dư, ta có thể thấy sau khi nhà nước cho phép nhập khẩu có đánh thuế, thặng dư tiêu dùng tăng, thặng dư sản xuất giảm. Nhưng nếu so sánh với trường hợp tự do hoá thương mại

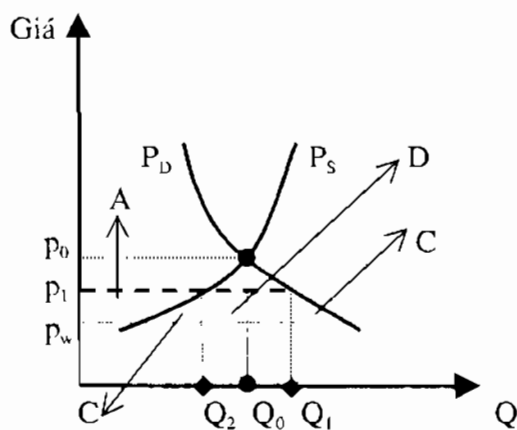
không có hàng rào thuế quan thì có thể tính được:

- Tổng thất của người tiêu dùng sẽ bằng diện tích của hình A, B, C, D trên hình 3-13.

- Phần tăng trong thặng dư sản xuất bằng diện tích hình A.

- Số thuế nhà nước thu được bằng diện tích hình D.

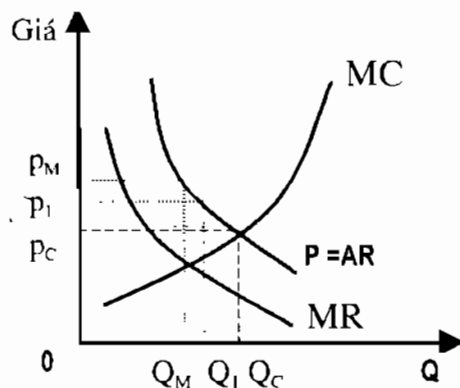
Như vậy tổng thất phúc lợi xã hội bằng diện tích hình B cộng C. Ta có hình 3-13 minh họa.



HÌNH 3 - 13

e. Điều tiết thị trường độc quyền

1. Nhà nước điều tiết giá độc quyền



HÌNH 3 - 14

Như ta đã biết doanh nghiệp độc quyền cung ứng ít hàng hơn và định giá cao hơn so với cạnh tranh, ta có hình 3-14 minh họa. Nhà nước có thể quy định mức giá bán của doanh nghiệp p_1 sao cho $p_c < p_1 < p_M$. Khi này tổng thặng dư sẽ tăng thêm do khoản mất trắng giảm.

Thí dụ 3.3

Một doanh nghiệp có hàm cầu $Q = 144/p^2$, hàm chi phí trung bình biến đổi $AVC(Q) = Q^{1/2}$.

a. Hãy xác định mức giá bán làm tối đa hoá lợi nhuận của doanh nghiệp trong trường hợp doanh nghiệp với tư cách là độc quyền và với tư cách là cạnh tranh.

b. Trong trường hợp doanh nghiệp là độc quyền hãy tính khoản mất trắng.

c. Nếu nhà nước ấn định giá bán $p_1 = \sqrt{24}$, hãy tính mức gia tăng của phúc lợi.

Giải: a. Ta có hàm cầu ngược $p = 12Q^{-1/2}$ nên $TR(Q) = 12Q^{1/2}$ suy ra $MR = 6Q^{-1/2}$. Dễ dàng tính được $MC = (3/2)Q^{1/2}$.

- Nếu doanh nghiệp định giá với tư cách là độc quyền, từ điều kiện $MR = MC$ suy ra $Q_M = 4$ do đó $p_M = 6$.

- Nếu doanh nghiệp với tư cách cạnh tranh, từ điều kiện $p = MC$ suy ra $12Q^{-1/2} = (3/2)Q^{1/2}$ nên $Q_c = 8$ và $p_c = 12 \times 8^{1/2}/8 = 3\sqrt{2}$.

* b. Khoản mất trắng do độc quyền theo (3.15) sẽ là:

$$\int_{Q_c}^{Q_M} [p(q) - MC(q)]dq, \text{ thay các biểu thức và số ta có:}$$

$$\int_4^8 12q^{-1/2}dq - \int_4^8 (3/2)q^{1/2}dq = [24q^{1/2}]_4^8 - [q^{3/2}]_4^8 = 48\sqrt{2} - 48 - 16\sqrt{2} + 8 = 32\sqrt{2} - 40.$$

c. Nếu giá $p_1 = \sqrt{24}$ ta có $Q_1 = 6$, theo (3.15) tổng thặng dư sẽ tăng

$$\int_{Q_c}^{Q_1} [p(q) - MC(q)]dq, \text{ thay các biểu thức và số ta có:}$$

$$\int_6^8 12q^{-1/2}dq - \int_6^8 (3/2)q^{1/2}dq = [24q^{1/2}]_6^8 - [q^{3/2}]_6^8 = 24\sqrt{6} - 48 - 6\sqrt{6} + 8 = 18\sqrt{6} - 40.$$

2. Điều tiết lợi nhuận độc quyền bằng thuế

Nhà nước có thể đánh khoản thuế t vào mỗi đơn vị hàng hoá trên thị trường độc quyền nhằm giảm lợi nhuận độc quyền và tạo nguồn thu ngân sách để thực hiện các chương trình quốc gia do đó sẽ làm giảm tổn thất trong phúc lợi xã hội do độc quyền gây ra. Khi có thuế, do doanh nghiệp độc quyền có thể điều chỉnh giá bán và mức cung nên không có sự phân chia gánh nặng về thuế giữa doanh nghiệp và người tiêu dùng. Doanh nghiệp sẽ coi t như khoản chi phí bổ sung trong chi phí biên. Ta có mô hình sau phân tích tình huống này.

- Mô hình: Ký hiệu $MC(Q)$ là chi phí biên của doanh nghiệp độc quyền khi chưa có thuế. Sau khi có khoản thuế t , chi phí biên mới sẽ là $MC_T(Q) = MC(Q) + t$. Lợi nhuận của doanh nghiệp sẽ là:

$$\pi(Q) = TR(Q) - TC_T(Q) = TR(Q) - TC(Q) - tQ.$$

Doanh nghiệp giải bài toán $\text{Max } \pi(Q)$ để xác định mức cung Q^* và sau đó thông qua hàm cầu ngược $p=p(Q)$ sẽ xác định giá $p^* = p(Q^*)$.

Điều kiện cần của Q^* là phải thoả mãn:

$$MR(Q^*) - MC(Q^*) = t \tag{3.29}$$

Rõ ràng Q^* phụ thuộc t nên ta có thể viết $Q^*(t)$. Như vậy nhà nước thông qua biến t có thể điều tiết giá và lượng trên thị trường.

Vấn đề đặt ra là nhà nước cần xác định t để cực đại số thuế thu nhằm tăng thu ngân sách. Như vậy ta có mô hình:

$$\text{Max } tQ \quad \text{với điều kiện } MR(Q) - MC(Q) = t$$

Lập hàm Lagrange: $L(t, Q, \lambda) = tQ + \lambda[MR(Q) - MC(Q) - t]$, ta có điều kiện cần đối với nghiệm là phải thoả mãn:

$$(i) L_t = Q - \lambda = 0$$

$$(ii) L_Q = t + \lambda[MR'(Q) - MC'(Q)] = 0$$

$$(iii) L_\lambda = MR(Q) - MC(Q) - t = 0$$

Giải hệ trên suy ra Q^* là nghiệm của phương trình:

$$Q = \frac{MR(Q) - MC(Q)}{MC'(Q) - MR'(Q)} \tag{3.30}$$

$$\text{và } t^* = MR(Q^*) - MC(Q^*) \tag{3.31}$$

Thí dụ 3.4

Một doanh nghiệp độc quyền có hàm cầu ngược $p = 40 - 4Q$ và hàm tổng chi phí:

$TC = 2Q^2 + 4Q + 10$. Hãy xác định mức thuế đánh vào mỗi đơn vị sản phẩm của doanh nghiệp và mức cung của doanh nghiệp để nhà nước thu được số thuế lớn nhất.

Giải: Ta có $MR(Q) = 40 - 8Q$, $MC(Q) = 4Q + 4$ suy ra $MR' = -8$ và $MC' = 4$.

Theo (3.30) ta có $Q = [40 - 8Q - 4Q - 4] / 12$, suy ra $Q^* = 1.5$. Ta có $MR(Q^*) = 28$, $MC(Q^*) = 10$, theo (3.31) $t^* = 18$.

Trong phần trên ta đã đề cập tới mô hình cân bằng riêng và ứng dụng phân tích chính sách điều tiết thị trường của nhà nước. Các mô hình này rất bổ ích trong phân tích vì mô ở mức ngành. Để đánh giá tác động của chính sách điều tiết ngoài việc tính sự thay đổi trong thặng dư sản xuất, tiêu dùng cần phải tính tới các khoản thu, chi của nhà nước. Để có những phân tích quy mô toàn bộ nền kinh tế ta cần xét tới mô hình cân bằng đồng thời của tổng thể các thị trường. Trong phần tiếp theo ta sẽ đề cập vấn đề này dù còn ở dạng đơn giản.

§4. MÔ HÌNH CÂN BẰNG TỔNG THỂ - MÔ HÌNH CÂN BẰNG WALRAS

Trong phần trên ta đã thấy cân bằng cạnh tranh trên thị trường riêng sẽ đem lại phúc lợi xã hội lớn nhất. Trong thực tế mỗi tác nhân vừa có nhu cầu trên thị trường này nhưng lại đóng vai trò cung ứng trên thị trường khác. Sự điều chỉnh hành vi dù là riêng rẽ của tác nhân sẽ tác động tới tổng thể các thị trường. Như vậy để có bức tranh hoàn chỉnh về kinh tế thị trường và vai trò của nó trong phân bổ nguồn lực xã hội nhằm giải đáp các vấn đề kinh tế cơ bản chúng ta cần xét cân bằng đồng thời trên tất cả các thị trường. Tức là phải đề cập tới mô hình *cân bằng tổng thể*.

Nhiều học giả kinh tế cho rằng người có quan niệm cân bằng tổng thể đầu tiên là Adam Smith - nhà triết gia và kinh tế người Scotland (1723 - 1790). Năm 1776, trong tác phẩm “Sự giàu có của các quốc gia” Adam Smith đã chỉ ra rằng đằng sau vô vàn hoạt động trên thị trường được thúc đẩy bởi lợi

ích cá nhân có một lực lượng vô hình - “bàn tay vô hình” - hướng dẫn, phối hợp các hoạt động này đảm bảo hài hoà lợi ích. Bàn tay vô hình dẫn dắt các cá nhân đến kết cục cuối cùng không liên quan đến chủ tâm của họ nhưng kết cục này lại có nhiều đặc tính xã hội đáng mong muốn. Léon Walras (1834 - 1910) - nhà kinh tế học ở Pari - trong tác phẩm “Các yếu tố kinh tế chính trị” (1874) là người tiên phong trong mô hình hoá toán học quan niệm về cân bằng tổng thể. Với việc xét một hệ thống thị trường, mô hình của Walras quy về việc xét nghiệm của một hệ phương trình đại số phi tuyến. Tuy nhiên với công cụ toán đương thời chưa đủ mạnh, ông chưa có được sự khẳng định chắc chắn về sự tồn tại của cân bằng mà Walras chỉ đơn giản cho rằng với số ẩn và số phương trình bằng nhau hệ phương trình sẽ có nghiệm. Các tác giả về sau như A. Wald (1936), McKenzie, K. Arrow, G. Debreu (1954) đã mở rộng quan niệm về cân bằng của Walras và sử dụng công cụ giải tích lồi để xây dựng và phân tích chặt chẽ mô hình cân bằng tổng thể.

Trong khuôn khổ giáo trình, chúng ta sẽ đề cập tới mô hình cân bằng tổng thể dạng Walras, tức là chỉ xét *cân bằng tổng thể các thị trường cạnh tranh hoàn hảo trong quá trình trao đổi, mua bán*. Quá trình sản xuất và tiêu dùng được coi là ngoại sinh. Bởi vậy mô hình ta sẽ đề cập còn gọi là mô hình cân bằng tổng thể trong trao đổi thuần túy.

I. SỰ TRAO ĐỔI HÀNG HOÁ (NGUỒN) GIỮA HAI TÁC NHÂN - MÔ HÌNH “HỘP EDGEWORTH”

1. Mô hình tối ưu trong trao đổi nguồn

Giả sử có hai tác nhân I, II với hai loại hàng hoá (hai nguồn) 1,2 có khối lượng e_1 và e_2 . Tác nhân i có hàm lợi ích $u^i(x^1_i, x^2_i)$ trong đó x^j_i là lượng hàng j trong gói hàng của tác nhân i ; $i=I,II$, $j=1,2$.

Vấn đề đặt ra là giả sử tác nhân II chọn gói hàng (x^1_{II}, x^2_{II}) và đạt mức lợi ích u^{II} thì tác nhân I sẽ phải chọn gói hàng như thế nào dựa trên thông tin u^{II} và số lượng e_1, e_2 . Ta có mô hình:

$$\text{Max } u^I(x_1, x_2) \text{ với điều kiện } u^{II}(e_1 - x_1, e_2 - x_2) = u^{II} \quad (3.32)$$

Lập hàm Lagrange $L(x_1, x_2, \lambda) = u^I(x_1, x_2) + \lambda [u^{II} - u^{II}(e_1 - x_1, e_2 - x_2)]$.
Điều kiện cần để có nghiệm:

$$(i) L_1 = u^1_1 + \lambda u^{II}_1 = 0$$

$$(ii) L_2 = u^1_2 + \lambda u^{II}_2 = 0$$

$$(iii) L_{x_i} = u^I - u^I(e_1 - x_1, e_2 - x_2) = 0$$

với L_i là đạo hàm riêng của L theo x_i , $i = 1, 2$.

Tính λ từ (i) và (ii), so sánh ta được:

$$u^I_1 / u^I_2 = u^{II}_1 / u^{II}_2 \quad (3.33)$$

(3.33) cho ta thấy tại điểm cực trị hai đường thờ σ của tác nhân I, II phải tiếp xúc với nhau.

Nếu tác nhân I chọn gói hàng trước, bằng cách lập luận tương tự ta cũng được (3.33). Như vậy nếu ta xét bài toán lựa chọn đồng thời cho cả hai tác nhân - bài toán tối ưu đa mục tiêu:

$$\text{Max } u^I(x^I_1, x^I_2), \text{Max } u^I(x^{II}_1, x^{II}_2)$$

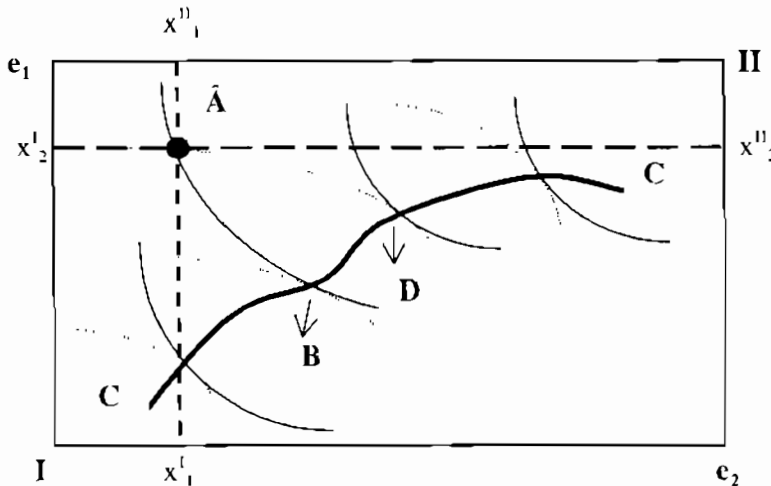
$$\text{với điều kiện } x^I_1 + x^{II}_1 = c_1 \text{ và } x^I_2 + x^{II}_2 = c_2 \quad (3.34)$$

thì nghiệm của bài toán (3.32) sẽ là nghiệm tối ưu Pareto của (3.34)

Ta có thể minh hoạ kết quả này trên hình vẽ gọi là “Hộp Edgeworth”.

2. Hộp Edgeworth

Hộp Edgeworth minh hoạ quá trình trao đổi nguồn được phân phối giữa hai tác nhân. Hộp có độ dài các cạnh bằng khối lượng e_1, e_2 với các toạ độ đối nhau. Nếu vẽ các đường thờ σ của tác nhân I, II thoả mãn điều kiện cân của cực trị - điều kiện (3.33)- và nối các điểm tiếp xúc giữa từng cặp đường thờ σ ta được một đường gọi là “đường thoả thuận” - ký hiệu CC trên hình 3-14.



HÌNH 3 - 14

Theo hình 3-14, giả sử lúc đầu toàn bộ nguồn e_1, e_2 được phân phối cho tác nhân I,II theo các vectơ $x^I = (x^I_1, x^I_2)$ và $x^{II} = (x^{II}_1, x^{II}_2)$ ứng với điểm A. Rõ ràng sự phân phối này chưa phải là tối ưu vì qua trao đổi nguồn, ít nhất có một tác nhân sẽ lợi hơn ban đầu. Nếu kết thúc quá trình trao đổi tại điểm B, tác nhân II sẽ tăng lợi ích mà không ảnh hưởng gì tới tác nhân I, nếu kết thúc ở điểm D thì tác nhân I sẽ tăng lợi ích mà không ảnh hưởng gì tới tác nhân II. Các điểm nằm trong đoạn BD đều đem lại lợi ích cho cả hai lớn hơn ban đầu. Hai tác nhân sẽ chọn điểm nào trên BD? Điểm lựa chọn có đặc tính gì nếu xét về phúc lợi xã hội? Nếu xã hội chọn một điểm nào đó trên BD thì liệu có cơ chế nào khiến hai tác nhân cũng sẽ chọn điểm đó. Đây thực sự là các vấn đề cơ bản của nền kinh tế và thông qua mô hình cân bằng Walras ta có thể thấy trong những điều kiện nhất định (với những giả thiết nhất định) cơ chế thị trường cạnh tranh (hoàn hảo) có thể thực hiện được.

II. MÔ HÌNH CÂN BẰNG WALRAS VÀ PHÚC LỢI

1. Mô hình

a. Nguồn ban đầu của tác nhân và sự phân bố nguồn

1. Nguồn ban đầu của tác nhân và mức cung của nền kinh tế

Giả sử nền kinh tế gồm H tác nhân và n nguồn (hàng hoá, sản phẩm, tài sản, của cải...). Tại thời điểm bắt đầu, tác nhân i có vectơ nguồn ban đầu là $e^i = (e^i_1, e^i_2, \dots, e^i_n)$ trong đó $e^i_j \geq 0$ là khối lượng nguồn j ban đầu của tác nhân i, $i = 1 \div H$.

Ta có mức cung nguồn j của toàn bộ H tác nhân (mức cung của nền kinh tế):

$$S_j = \sum_{i=1}^H e^i_j \quad j = 1 \div n \quad (3.35)$$

2. Phân bố nguồn khả thi

Ký hiệu $X^i = (x^i_1, x^i_2, \dots, x^i_n)$ với $x^i_j \geq 0, j = 1 \div n$ là vectơ phân phối n nguồn cho tác nhân i ($i=1 \div H$). Hệ $\{X^i, i = 1 \div H\}$ gọi là *phân bố nguồn khả thi* (phân bố nguồn chấp nhận) nếu:

$$x_i = \sum_{j=1}^n x^i_j \leq \sum_{i=1}^H e^i_j \quad j=1 \div n \quad (3.36)$$

b. Cân bằng Walras

Chúng ta xét sự trao đổi nguồn giữa các tác nhân - sự phân bố lại các

nguồn ban đầu- trong điều kiện kinh tế thị trường nên mỗi nguồn đều có giá. Ký hiệu vectơ giá các nguồn là:

$$p = (p_1, p_2, \dots, p_n) \text{ với } p \geq 0.$$

1. Mức cầu nguồn của nền kinh tế

Giả sử tác nhân i có hàm lợi ích $u^i(x)$ ($i = 1 \div H$) trong đó x là gói hàng $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Với nguồn ban đầu e^i và vectơ giá nguồn p , nếu tác nhân i đem bán trên thị trường các nguồn thì sẽ có thu nhập $M^i = (p, e^i)$, $i = 1 \div H$.

Bài toán tối ưu đối với tác nhân i :

$$\text{Max } u^i(x) \text{ với điều kiện } (p, x) \leq M^i, x \geq 0.$$

Giải bài toán trên được hàm cầu Marshall về nguồn j của tác nhân i : $D_j^i(p, e^i)$.

Ta có:

$$D_j = \sum_{i=1}^H D_j^i(p, e^i) \text{ với } j = 1 \div n \quad (3.37)$$

Và D_j gọi là mức cầu của nền kinh tế về nguồn j .

Nếu cố định phân bố ban đầu e (xem như yếu tố ngoại sinh) thì mức cầu D_j chỉ phụ thuộc giá p nên ta có thể viết $D_j(p)$.

2. Mức dư cầu của nền kinh tế

Ta đã biết $S_j, D_j(p)$ là mức cung, mức cầu nguồn j của nền kinh tế. Ta định nghĩa *mức dư cầu* về nguồn j :

$$z_j(p) = D_j(p) - S_j \text{ với } j = 1 \div n \quad (3.38)$$

Ký hiệu $Z(p) = (z_1(p), \dots, z_n(p))$ và gọi $Z(p)$ là vectơ mức dư cầu của nền kinh tế

Từ (3.38) ta thấy:

- Nếu $z_j(p) \leq 0$ thì ứng với mức giá p không có mức dư cầu về nguồn j .
- Nếu $z_j(p) \geq 0$ thì ứng với mức giá p có dư cầu về nguồn j .
- Nếu $z_j(p) < 0$ thì có mức dư cung về nguồn j .

3. Cân bằng Walras

- Cân bằng Walras theo nghĩa hẹp:

Cặp $(p^*, D(p^*))$ gọi là cân bằng Walras nếu $z_j(p^*) = 0$ với $j = 1 \div n$.

- Cân bằng Walras theo nghĩa rộng:

$(p^*, D(p^*))$ gọi là cân bằng Walras nếu $z_j(p^*) \leq 0$ với $j = 1 \div n$.

2. Phân tích mô hình

a. Một số tính chất của mức dư cầu

Nếu các hàm lợi ích $u^i(x)$ được cảm sinh từ thứ tự ưa thích của tác nhân i thoả mãn tính hợp lý, liên tục thì:

(i) $z_j(p)$ là hàm liên tục theo p với $j = 1 \div n$.

(ii) $z_j(p)$ là hàm thuần nhất bậc không theo p với $j = 1 \div n$.

(iii) Luật Walras: $(p, Z(p)) = \sum_{j=1}^n p_j z_j(p) = 0$ với mọi $p \geq 0$.

(iv) Sự tồn tại hàng hoá tự do: Nếu tại p mà $Z(p) \leq 0$ và tồn tại hàng hoá j mà $z_j(p) < 0$ thì:

$p_j = 0$. Hàng hoá j gọi là hàng hoá tự do.

Chứng minh:

(i), (ii): Ta đã biết trong chương 2, §2 với giả thiết về tính hợp lý và liên tục của thứ tự ưa thích các hàm cầu Marshall $D_j(p)$ liên tục và thuần nhất bậc không theo p nên theo (3.37) $D_j(p)$ liên tục, thuần nhất bậc không theo p . Suy ra $z_j(p) = D_j(p) - S_j$ liên tục, thuần nhất bậc không theo p .

(iii): Ta có $(p, Z(p)) = \sum_{j=1}^n p_j z_j(p) = \sum_{i=1}^n [\sum_{j=1}^n p_j D_j^i(p) - \sum_{j=1}^n p_j e_j^i]$. Do

hạng tử thứ nhất của biểu thức trong ngoặc $[\]$ là mức chi, hạng tử thứ hai là ngân sách của tác nhân i , theo kết quả giải bài toán tối đa hoá lợi ích của tác nhân (chương 2, §2) thì hai hạng tử này bằng nhau. Suy ra luật Walras.

(iv): Ta có $(p, Z(p)) = \sum_{j=1}^n p_j z_j(p) \leq 0$ vì vậy nếu có nguồn j mà $z_j(p) < 0$, $p_j > 0$ thì $z_j(p)p_j < 0$ nên không thoả mãn luật Walras.

Chú ý: Từ luật Walras ta có một vài điểm cần chú ý:

- Luật này là một trong những đặc tính quan trọng của bất kỳ hệ thống trao đổi nào, kể cả hệ thống phi thị trường, theo luật Walras, tổng giá trị của các mức dư cầu luôn luôn bằng không ở mọi mức đo lường giá trị (trong đó có hệ thống giá trong kinh tế thị trường). Đây là biểu hiện cụ thể của luật bảo toàn giá trị.

- Từ luật Walras ta thấy nếu hệ thống có n thị trường mà trong đó $(n-1)$ thị trường đã cân bằng theo nghĩa hẹp thì thị trường còn lại cũng sẽ cân bằng.

b. Sự tồn tại cân bằng Walras

Ta có định lý sau đề cập tới những điều kiện để đảm bảo sự tồn tại cân bằng Walras. Phân chứng minh định lý độc giả có thể tìm hiểu trong tài liệu tham khảo [14].

Định lý: Nếu các thành phần của vectơ mức dư cầu của nền kinh tế $Z(p)$ liên tục theo p , thoả mãn luật Walras thì sẽ tồn tại vectơ giá $p' \geq 0$ sao cho $(p', D(p'))$ là cân bằng Walras.

Thí dụ 3.5

Giả sử có hai tác nhân 1, 2 với các hàm lợi ích $u_1 = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ và $u_{II} = x_1^\beta x_2^{1-\beta}$ với $0 < \alpha, \beta < 1$ và vectơ nguồn ban đầu $e_1 = (1, 0)$, $e_{II} = (0, 1)$. Hãy xác định cân bằng Walras.

Giải: Ta có với giá $p = (p_1, p_2)$ thu nhập của tác nhân 1: $M_1 = p_1$, của tác nhân 2: $M_2 = p_2$. Vì chỉ có hai thị trường nên theo luật Walras ta chỉ cần xét cân bằng trên thị trường hàng hoá 1.

Mức cung hàng hoá 1 là 1 đơn vị. Ta xác định mức cầu:

Tác nhân 1 giải bài toán sau để xác định cầu Marshall:

$$\text{Max } x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \text{ với điều kiện } p_1 x_1 + p_2 x_2 = M_1 = p_1.$$

$$\text{Ta có } MU_1 = \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha}, MU_2 = (1-\alpha) x_1^\alpha x_2^{-\alpha}.$$

Theo mô hình cực đại hoá lợi ích của hộ gia đình, ta có điều kiện cân của nghiệm:

$MU_1 / MU_2 = p_1 / p_2$. Từ điều kiện trên cùng với ràng buộc ngân sách giải ra ta sẽ được: $x_1^I = \alpha$.

Xét bài toán đối với tác nhân 2:

$\text{Max } x_1^\beta x_2^{1-\beta}$ với điều kiện $p_1 x_1 + p_2 x_2 = M_2 = p_2$. Lập luận tương tự như trên ta được:

$x_{II}^I = (p_2/p_1)\beta$. Như vậy mức cầu hàng hoá 1 là $x_1^I + x_{II}^I = \alpha + (p_2/p_1)\beta$. Từ điều kiện cân bằng cung cầu: $\alpha + (p_2/p_1)\beta = 1$ suy ra đối với giá cân bằng phải có:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\beta}{1-\alpha}$$

Qua thí dụ trên đồng thời từ tính chất thuần nhất bậc không theo giá của mức dư cầu $z(p)$ ta thấy điều kiện giá cân bằng p^* liên quan tới giá tương đối của hàng hoá chứ không phải là giá tuyệt đối của chúng. Bởi vậy khi xét giá cân bằng trong mô hình Walras người ta thường chuẩn hoá vectơ giá p

bằng cách đặt $p_i = \frac{p_i}{\sum_{j=1}^n p_j}$ hoặc chọn một hàng hoá k nào đó và cho $p_k = 1$, giá

của các hàng hoá khác sẽ là bội số của p_k . Khi này hàng hoá k được gọi là “đơn vị hạch toán” hay “đơn vị tiền kế toán”.

c. Cân bằng Walras với phúc lợi

1. Phân bố nguồn và phúc lợi

Cho $X^i = (x^i_1, x^i_2, \dots, x^i_n)$ với $x^i_j \geq 0, j = 1 \div n$ là vectơ phân phối n nguồn cho tác nhân i ($i=1 \div H$) và hệ $X = \{X^i\}$ (có thể xem như một ma trận) gọi là một *phân bố nguồn khả thi* của nền kinh tế. Ký hiệu $u^i(X^i)$ là lợi ích của tác nhân i tương ứng với X^i . Ta có thể coi $u^i(X^i)$ là phúc lợi của tác nhân i nhận được theo phân bố X . Ta gọi $U(X) = (u^1(X^1), u^2(X^2), \dots, u^H(X^H))$ là vectơ phân bố phúc lợi ứng với phân bố nguồn X .

Một phân bố nguồn khả thi X gọi là *phân bố hiệu quả Pareto* nếu không tồn tại phân bố nguồn khả thi X' mà:

- (i) $U(X') \geq U(X)$
- (ii) tồn tại i mà $u^i(X') > u^i(X)$

Nói cách khác phân bố nguồn X khả thi là hiệu quả Pareto nếu không tồn tại phân bố khả thi khác trong đó phúc lợi của mọi tác nhân đều không ít hơn và có ít nhất một tác nhân có phúc lợi lớn hơn.

2. Mối quan hệ giữa cân bằng Walras và phân bố hiệu quả Pareto

Từ phân bố nguồn ban đầu $E = \{e^i\}$ của các tác nhân, qua mua bán, trao đổi trên thị trường cạnh tranh hoàn hảo. Quá trình này kết thúc bởi cân bằng Walras $(p^*, D(p^*))$ với mức giá p^* nhất định. Như vậy nền kinh tế tại trạng thái cân bằng có sự phân bố lại nguồn: $D(p^*)$ và phân bố phúc lợi $U(D(p^*))$. Hai định lý cơ bản sau đây của kinh tế phúc lợi (phần chứng minh có thể xem trong [14]) sẽ cho chúng ta thấy trong những điều kiện nhất định (với các giả thiết nhất định) cơ chế thị trường cạnh tranh hoàn hảo sẽ thực hiện việc phân

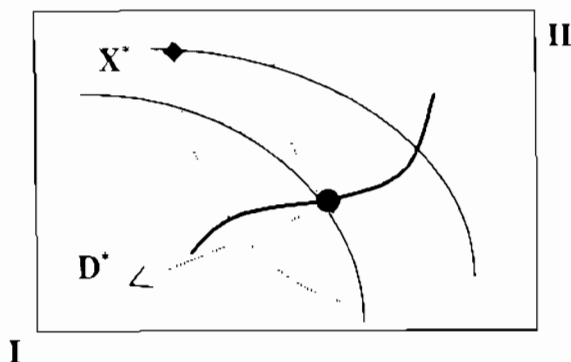
bổ nguồn có hiệu quả trong quá trình giải quyết các vấn đề cơ bản của nền kinh tế. Đồng thời ta cũng thấy rõ vai trò can thiệp của nhà nước trong các hoạt động kinh tế.

Định lý cơ bản thứ nhất: Nếu $[p^*, D^*(p^*)]$ là cân bằng Walras ứng với phân bố nguồn ban đầu E thì $D^*(p^*)$ sẽ là phân bố hiệu quả Pareto.

- *Ý nghĩa của định lý:* định lý giải thích thuyết “bàn tay vô hình” của A.Smith: trong quá trình hoạt động của cơ chế thị trường, bàn tay vô hình thông qua hệ thống giá p sẽ dẫn dắt các cá nhân theo đuổi mục đích riêng ($\text{Max } u^i(x)$) đến kết cục cuối cùng (cân bằng Walras) có lợi cho xã hội. Đó là việc phân bố nguồn một cách có hiệu quả, tối ưu Pareto.

Định lý cơ bản thứ hai: Nếu nền kinh tế có hàm lợi ích của các tác nhân được cảm sinh từ thứ tự ưa thích có tính hợp lý, liên tục, lồi và cho X^* là phân bố nguồn khả thi, hiệu quả Pareto trong đó $x_j^i > 0$ với mọi $i = 1 \div H, j = 1 \div n$. Khi đó tồn tại mức giá $p^* \geq 0$ sao cho $[p^*, D^*(p^*)]$ là cân bằng Walras ứng với phân bố nguồn ban đầu X^* .

- *Ý nghĩa thực tiễn và lý luận của định lý 2:* định lý có ý nghĩa rất quan trọng không những về lý thuyết mà cả trong thực tiễn. Từ nội dung của định lý ta có thể thấy nếu nhà nước chọn phân bố D^* và mong muốn các tác nhân đạt đến phân bố này thì nhà nước chỉ cần thực hiện việc phân bố lại nguồn ban đầu theo X^* . Sau đó để cơ chế thị trường cạnh tranh sẽ hướng dẫn các tác nhân mua bán trao đổi với nhau và đạt kết cục cuối cùng là D^* . Cách làm như vậy của nhà nước sẽ dễ dàng hơn vì phải xử lý ít thông tin hơn. Ta có thể minh họa tình huống này trên hình 3-15 thông qua hộp Edgeworth.



HÌNH 3 - 15

Trên hình 3-15, nếu nhà nước muốn kết cục cuối cùng là D^* thì chỉ cần can thiệp để điều chỉnh phân bố ban đầu thành X^* .

Tuy còn đơn giản bởi chỉ xét quá trình trao đổi hàng hoá trên thị trường nhưng mô hình cân bằng Walras đóng góp ý nghĩa khá lớn trong phân tích lý thuyết kinh tế. Với mô hình, lần đầu tiên tính hiệu quả và những khuyết tật của cơ chế thị trường được lý giải một cách có căn cứ khoa học vững chắc vượt khỏi những định kiến chính trị. Chúng ta có thể thấy rõ điều này khi phân tích hạn chế của cơ chế thị trường và vai trò của nhà nước trong phần tiếp sau.

III. KHUYẾT TẬT CỦA KINH TẾ THỊ TRƯỜNG VÀ VAI TRÒ CỦA NHÀ NƯỚC

Để có thể nhận thức những hạn chế, khuyết tật của kinh tế thị trường trong thực tế và thấy rõ tầm quan trọng của nhà nước trong điều tiết các hoạt động kinh tế chúng ta cần phân tích sự phù hợp giữa các giả thiết, kết luận của mô hình cân bằng Walras với hiện thực.

1. Về các giả thiết

- Với giả thiết thị trường là cạnh tranh hoàn hảo, vectơ giá p là ngoại sinh đối với các tác nhân trong thực tế không phải luôn thoả mãn. Ta biết rằng còn nhiều thị trường cạnh tranh nhưng không hoàn hảo. Bởi vậy trong tình huống này sự phân bố nguồn theo cơ chế thị trường không chắc là hiệu quả. Mặt khác nếu giá p được coi là ngoại sinh thì trong p phải chứa đựng mọi thông tin liên quan đến việc ra quyết định lựa chọn của tác nhân (ta biết trong sản xuất tác nhân lựa chọn theo quy tắc “chi phí biên = giá” còn trong tiêu dùng “lợi ích biên = giá”). Tuy nhiên trong thực tế do sự xuất hiện của các yếu tố ngoại lai và các hàng hoá công cộng nên các nguyên tắc trên không còn phù hợp trong quá trình lựa chọn của tác nhân dẫn tới việc tác nhân sử dụng nguồn không hiệu quả. Hậu quả của tình huống này là nhiều tác nhân đã lạm dụng việc dùng nguồn dẫn tới suy thoái, cạn kiệt môi trường tự nhiên. Đối với hàng hoá công cộng do giá không bằng chi phí biên, lợi ích biên nên sẽ không có nhà sản xuất tư nhân nào cung ứng. Trong tình huống này nhà nước sẽ đảm nhận vai trò này.

2. Về kết quả của cân bằng

- Mặc dù tại cân bằng các tác nhân đạt mức lợi ích tối đa, nhưng hàm lợi ích của tác nhân phản ánh quan điểm chủ quan của họ. Rất có thể trong

một số trường hợp quan điểm cá nhân và quan điểm xã hội không trùng nhau dẫn tới việc có một số mặt hàng xã hội khuyến khích hoặc ngược lại không khuyến khích tiêu dùng. Nhưng theo cá nhân thì ngược lại và cơ chế giá không thể điều tiết được. Như vậy khi nhà nước muốn khuyến dụng hoặc không khuyến dụng những hàng hoá nhất định (khuyến dụng: việc học tập, trau dồi nghề nghiệp..., không khuyến dụng: bia, rượu, thuốc lá...) thì phải trực tiếp can thiệp vào quá trình sản xuất và tiêu thụ các loại hàng hoá này thông qua các chính sách điều tiết thích hợp.

- Tại cân bằng, thu nhập của tác nhân i là $M^i = (p^*, D^{*i}(p^*))$ không nhất thiết bằng nhau giữa các tác nhân do đó có thể có tác nhân có thu nhập rất cao và ngược lại có người thu nhập rất thấp dẫn đến phân hóa giàu nghèo. Sự bất bình đẳng quá mức trong thu nhập là một hạn chế lớn của cơ chế thị trường và nhà nước cần điều chỉnh bằng thuế thu nhập cá nhân và các khoản trợ cấp khác.

- Tại cân bằng có thể có thị trường j mà $z_j(p^*) < 0$, tức là có dư cung. Nếu j là thị trường lao động thì có nghĩa là có thất nghiệp. Nếu mức thất nghiệp cao thì có thể gây bất ổn trong xã hội và có thể dẫn đến sự rối loạn trong hoạt động của hệ kinh tế - xã hội. Nhà nước cần thực thi các chính sách bảo hiểm và an sinh xã hội để giảm nhẹ hậu quả.

Từ những khiếm khuyết trên của cơ chế thị trường, tất yếu đòi hỏi sự can thiệp của nhà nước trong hoạt động kinh tế. Tuy nhiên nếu chỉ giới hạn sự can thiệp của nhà nước ở việc xác định phân bổ nguồn ban đầu (theo định lý cơ bản thứ hai) thì trong nhiều trường hợp các nguồn lực ban đầu của các cá nhân lại chỉ thuộc sở hữu của riêng cá nhân đó, không thể chuyển đổi giữa các cá nhân. Ví dụ: khả năng, năng khiếu... Từ những phân tích trên đây ta thấy nhà nước phải đóng vai trò tích cực hơn với tư cách là một tác nhân cùng tham gia vào hoạt động kinh tế. Bằng chức năng đặc biệt của mình nhà nước có thể trực tiếp tham gia hoạt động kinh tế thông qua các doanh nghiệp nhà nước hoặc có thể dưới hình thức gián tiếp qua các công cụ chính sách. Mô hình cân bằng vĩ mô sẽ đề cập đến tình huống này.

§4. MÔ HÌNH CÂN BẰNG KINH TẾ VĨ MÔ

I. VAI TRÒ CỦA MÔ HÌNH CÂN BẰNG KINH TẾ VĨ MÔ

Trước khi ra đời học thuyết kinh tế của J.M Keynes, khi đề cập tới cân bằng thị trường, các trường phái kinh tế thường chỉ nghiên cứu mô hình cân bằng riêng hoặc tổng thể trong đó không có sự tham gia của nhà nước với tư cách là một tác nhân. Cuộc Đại khủng hoảng kinh tế vào cuối những năm 1920 và đầu những năm 1930 với nét đặc trưng là *tỷ lệ thất nghiệp cao và suy thoái kinh tế* đã không thể giải thích được với các học thuyết kinh tế đương thời. Các quan niệm kinh tế vĩ mô cần phải được nhìn nhận lại. Năm 1936 J.M Keynes có xuất bản cuốn sách “*Lý thuyết tổng quát về tiền tệ, lãi suất và việc làm*” trong đó nhấn mạnh tới vai trò can thiệp tích cực và chủ động của nhà nước trong hoạt động của nền kinh tế. Theo quan điểm này nhà nước (chính phủ) được xem như một tác nhân đặc biệt cùng tham gia hoạt động kinh tế với các tác nhân truyền thống: người sản xuất và người tiêu dùng. Với sự có mặt của nhà nước một tác nhân mới, đồng thời cơ cấu thị trường cũng phát triển phong phú và đa dạng hơn nên các mối quan hệ giữa các tác nhân trên thị trường cũng phức tạp hơn. Để tiến hành phân tích kinh tế vĩ mô - phân tích hoạt động của tổng thể nền kinh tế như một hệ thống - đòi hỏi phải phát triển những mô hình mới phù hợp. Hai lĩnh vực cơ bản trong phân tích vĩ mô được quan tâm là *cân bằng kinh tế* và *phát triển kinh tế* (tăng trưởng kinh tế). Một trong những hướng nghiên cứu cân bằng kinh tế với sự tham gia chủ động của nhà nước là sử dụng *mô hình cân bằng kinh tế vĩ mô*. Mô hình này là công cụ chủ yếu và thuận tiện trong phân tích kinh tế vĩ mô và phân tích chính sách.

Mô hình có các biến gộp (biến kinh tế tổng hợp) như mức sản lượng, thu nhập, mức giá chung, mức công ăn việc làm, lãi suất... Các biến này được tổng hợp từ các biến chi tiết theo phương pháp nhóm gộp thích hợp. Toàn bộ nền kinh tế với tư cách là một tổng thể thống nhất - một hệ thống - trong quá trình hoạt động, cân bằng tổng thể trên các thị trường và cân bằng đối với từng thị trường riêng lẻ là điều kiện cần để nền kinh tế hoạt động trôi chảy và tăng trưởng. Phân tích cân bằng - phân tích quan hệ giữa các biến số trong điều kiện cân bằng tổng thể thị trường - giúp ta tìm hiểu quy luật chi phối hoạt động của toàn bộ nền kinh tế. Do có tác nhân mới là chính phủ, với việc ban hành và tổ chức thực thi các chính sách kinh tế vĩ mô, chính phủ

có khả năng tác động trực tiếp tới trạng thái cân bằng. Sau khi thiết lập và phân tích mô hình cân bằng kinh tế vĩ mô, chúng ta có thể ứng dụng mô hình để phân tích chính sách của chính phủ. Thông qua phân tích chính sách có thể giúp các nhà hoạch định chính sách thực hiện quá trình *xây dựng và thực thi chính sách nhằm đáp ứng mục tiêu điều tiết nền kinh tế theo định hướng xác định*.

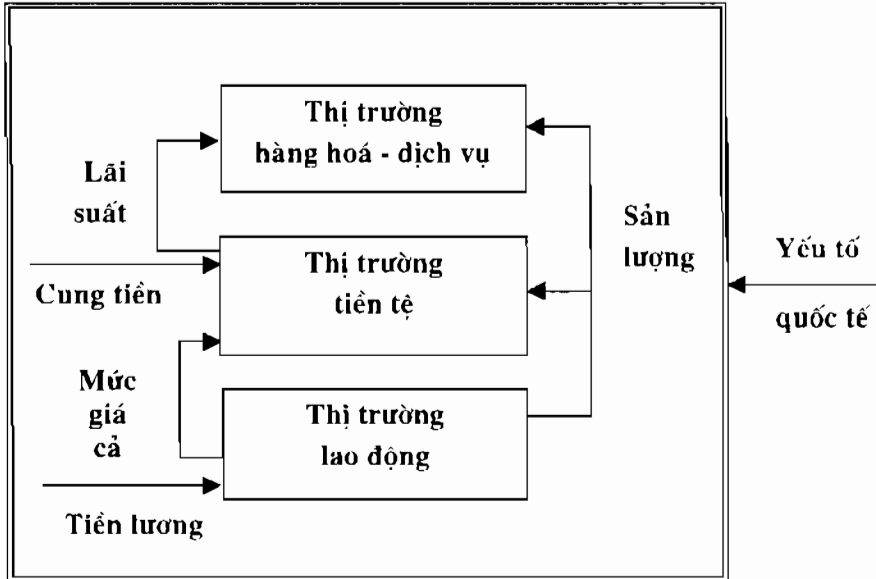
Một trong những mục tiêu điều tiết của nhà nước là điều tiết tổng cầu nhằm đạt mục tiêu cuối cùng về thu nhập, việc làm, lạm phát... để đảm bảo ổn định kinh tế. Liên quan đến điều tiết tổng cầu, về lý thuyết cũng như thực tế phải trả lời 3 câu hỏi:

- Nhà nước có cần thiết phải điều tiết tổng cầu?
- Hiệu quả tác động của các chính sách kinh tế trong việc điều tiết tổng cầu như thế nào?
- Thiết lập quá trình hoạch định và thực thi chính sách như thế nào?

Để có lời giải đáp cho các câu hỏi trên ta cần xem xét mô hình cân bằng vĩ mô.

II. MÔ HÌNH CÂN BẰNG VĨ MÔ

Khi nghiên cứu hoạt động của toàn bộ nền kinh tế thị trường như một hệ thống cùng với vai trò điều tiết của nhà nước thông qua các chính sách vĩ mô, hệ kinh tế thường được phân thành 4 phân hệ - 4 thị trường gộp: thị trường hàng hoá-dịch vụ (thị trường sản phẩm), thị trường tiền tệ (thị trường vốn ngắn hạn), thị trường chứng khoán (thị trường vốn dài hạn) và thị trường lao động. Với nền kinh tế mở, ngoài mối liên hệ giữa các thị trường nội địa còn có liên hệ với thị trường quốc tế. Trong khuôn khổ môn học ta sẽ coi *mối liên hệ với thị trường quốc tế là yếu tố ngoại sinh*. Theo luật Walras nếu với 4 thị trường thì chỉ có 3 thị trường là độc lập, trạng thái cân bằng ở thị trường còn lại là hệ quả của cân bằng trên 3 thị trường kia. Hơn nữa do thị trường chứng khoán vừa phức tạp vừa có đặc thù riêng nên ta sẽ không đề cập ở đây. Ta có sơ đồ hệ thống giữa các phân hệ thị trường trong hình 3-16.



HÌNH 3 - 16

Ta sẽ nghiên cứu mô hình trong *ngắn hạn* và *tĩnh* đồng thời các biến số đều được đo dưới dạng *biến thực* (các biến đều tính theo giá cố định). Với thời hạn ngắn, có thể coi công nghệ sản xuất của người sản xuất và do đó của nền kinh tế và sở thích của người tiêu dùng là không đổi. Trước tiên ta xét cân bằng trên từng thị trường riêng sau đó sẽ kết hợp đồng thời cân bằng trên cả 3 thị trường. Khi sử dụng mô hình để phân tích chính sách ta sẽ đề cập tới 2 chính sách: *chính sách tài khoá* với việc nhà nước tăng giảm thu, chi ngân sách và *chính sách tiền tệ* với việc nhà nước thắt chặt hay nới lỏng mức cung tiền tệ. Để tiện sử dụng, trong toàn bộ mục này ta dùng ký hiệu F , là đạo hàm riêng của hàm F theo biến x .

1. Mô hình cân bằng thị trường hàng hoá - dịch vụ - Mô hình IS

a. Mô tả cầu

Mức cầu tổng hợp về hàng hoá dịch vụ của nền kinh tế gồm các bộ phận sau cấu thành:

1. Mức cầu cho tiêu dùng của dân cư

Bộ phận này được mô hình hóa bởi hàm tiêu dùng C . Trong nhiều trường hợp hàm tiêu dùng C được giả định là chỉ phụ thuộc vào thu nhập Y , tức là $C = C(Y)$ với giả thiết:

$$0 < C_v < 1 \quad (3.39)$$

Điều kiện $0 < C_v$ phản ánh thực tế là khi thu nhập tăng thì tiêu dùng cũng sẽ tăng, $C_v < 1$ có nghĩa là mức tăng của tiêu dùng không thể lớn hơn mức tăng thu nhập. Thông thường C được tách làm hai phần, một phần không phụ thuộc thu nhập, ký hiệu là C_0 . C_0 được giải thích như là phần tiêu dùng cần thiết, cố định (tiêu dùng tự định). Phần còn lại phụ thuộc thu nhập, thường là *thu nhập khả dụng* - phần thu nhập sau khi đã trừ khoản thuế T nộp cho chính phủ. Như vậy ta có hàm tiêu dùng:

$$C(Y) = C_0 + C(Y - T) \quad (3.40)$$

Trong trường hợp đơn giản, hàm tiêu dùng C là hàm tuyến tính và có dạng: $C = C_0 + c(Y - T)$ với c là hằng số và $0 < c < 1$. Hàm tiêu dùng này gọi là *hàm tiêu dùng dạng Keynes*, hằng số c gọi là *khuyh hướng tiêu dùng biến* của dân cư.

Có thể xét hàm tiêu dùng tổng quát hơn thông qua phân tích mô hình lựa chọn của người tiêu dùng nhằm cực đại lợi ích với ràng buộc ngân sách và các ràng buộc khác. Khi này hàm tiêu dùng C sẽ phụ thuộc vào thu nhập khả dụng Y_D , lãi suất r , và tài sản W : $C = C(Y_D, r, W)$. Tài sản W là toàn bộ giá trị của cải, thể hiện mức giàu có. Nó bao gồm tài sản vật chất, tài sản tài chính. Giả thiết đối với C thường là: $0 < C_v < 1$, $C_w > 0$. Có thể giải thích ý nghĩa tương tự như đối với (3.39).

2. Mức cầu cho đầu tư của khu vực dân cư

Mức cầu hàng hoá dịch vụ cho đầu tư của khu vực dân cư được mô hình hoá bởi *hàm đầu tư I*. Trường hợp phổ biến là đầu tư I có một phần không phụ thuộc lãi suất - I_0 - *đầu tư tự định* và một bộ phận đầu tư phụ thuộc lãi suất r . Như vậy ta có hàm đầu tư:

$$I = I_0 + I(r) \quad (3.41)$$

với giả thiết $I_r < 0 \quad (3.42)$

Ta có mô hình sau có thể giải thích giả thiết (3.42).

Mô hình: Giả sử từ khoản đầu tư I sẽ đem lại thu hoạch $f(I)$ trong tương lai. Ta có thể giả thiết:

$f_I > 0$, $f_{II} < 0$ do tác động của quy luật lợi suất giảm dần. Khoản đầu tư I được tạo ra trên thị trường vốn nên với mức lãi suất r thì chi phí để được sử dụng I sẽ là rI . Vấn đề đặt ra là cần xác định mức đầu tư I để $f(I) - rI \rightarrow \text{Max}$. Đây là bài toán cực trị một biến đơn giản. Giả sử nghiệm tối ưu là I^* .

Điều kiện cân của I' là phải thoả mãn $f_1 - r = 0$. Ta có thể coi đây là phương trình hàm ẩn xác định I^* như là hàm của r . Theo cách tính đạo hàm hàm ẩn ta có:

$$\frac{dI^*}{dr} = \frac{1}{f_{11}}$$

Do $f_{11} < 0$ nên $I^*(r)$ nghịch biến theo r . Từ kết quả này ta có thể nêu giả thiết (3.42)

Chú ý rằng mức lãi suất r trong hàm đầu tư (3.41) thường được tính là mức lãi suất thực tế do có lạm phát.

Một cách tổng quát thì đầu tư I ngoài lãi suất r còn phụ thuộc vào thu nhập Y và tài sản (vốn) cố định hiện có K , tức là hàm đầu tư có dạng $I = I(r, Y, K)$ với giả thiết $I_r < 0$, $I_Y > 0$ và $I_K > 0$. Giả thiết cuối gọi là *đầu tư tăng tốc*.

3. Mức cầu cho chi tiêu của nhà nước (của chính phủ)

Với mục tiêu sử dụng mô hình để phân tích chính sách tài khoá của nhà nước nên chi tiêu của chính phủ - ký hiệu là G_0 - coi là biến ngoại sinh.

4. Xuất - nhập khẩu

Tham gia vào thị trường còn có yếu tố nhập khẩu - IM - và xuất khẩu - EX - hàng hoá dịch vụ để đáp ứng nhu cầu trong nước và quốc tế. Cũng tương tự như khi xét nhu cầu tiêu dùng của dân cư, nhu cầu tiêu dùng trong nước về hàng hoá nhập khẩu và nhu cầu quốc tế về hàng hoá xuất khẩu gồm hai bộ phận. Một bộ phận không phụ thuộc thu nhập, ký hiệu tương ứng là IM_0 và EX_0 và bộ phận phụ thuộc thu nhập Y của nước sở tại ký hiệu là $IM(Y)$ và $EX(Y)$. Như vậy ta có:

- Hàm nhập khẩu $IM = IM_0 + IM(Y)$ với giả thiết

$$0 < IM_Y < 1 \tag{3.43}$$

Trường hợp đơn giản, IM có dạng tuyến tính $IM = IM_0 + bY$ khi đó tham số b ($0 < b < 1$) gọi là *khuyếch hướng nhập khẩu biên*.

- Hàm xuất khẩu $EX = EX_0 + EX(Y)$

Trường hợp tổng quát, các hàm xuất, nhập khẩu ngoài thu nhập Y (hoặc thu nhập khả dụng Y^D) của nước sở tại còn phụ thuộc vào tỷ giá hối đoái, lãi suất và thuế của nước sở tại cũng như của quốc tế. Với nền kinh tế nhỏ so với phần còn lại của thế giới các yếu tố này có thể coi là ngoại sinh.

- Để xét mức cầu cuối cùng về hàng hoá dịch vụ đối với bộ phận có liên quan tới thế giới bên ngoài ta có thể dùng *hàm xuất khẩu ròng*:

$$NX = EX - IM = EX_0 + EX(Y) - IM_0 + IM(Y) = NX_0 + NX(Y)$$

với giả thiết (3.43) nên $-1 < NX_Y < 0$ (3.44)

Chỉ tiêu NX còn gọi là *cán cân thương mại* của quốc gia.

5. Hàm tổng chỉ tiêu

Tổng cộng các mức cầu trên ta có *hàm tổng chỉ tiêu* $E = C + I + G_0 + NX$. Hàm này thể hiện mức cầu trên thị trường hàng hoá dịch vụ.

Ta có $E = C_0 + I_0 + G_0 + NX_0 + C(Y-T) + I(r) + NX(Y)$, hoặc viết gọn lại $E = E_0 + E(Y, r, T)$ với:

$E_0 = C_0 + I_0 + G_0 + NX_0$ là phần chỉ tiêu ứng với các mức cầu không phụ thuộc thu nhập cũng như các biến khác có trong mô hình.

$E(Y, r, T) = C(Y-T) + I(r) + NX(Y)$ là phần chỉ tiêu ứng với các mức cầu nội sinh.

Ta có:

- $E_Y = C_Y + NX_Y$, từ (3.39) và (3.44) suy ra:

$$-1 < E_Y < 1$$
 (3.45)

- $E_r = I_r$, từ (3.42) suy ra:

$$E_r < 0$$
 (3.46)

- $E_T = -C_Y$, từ (3.39) suy ra:

$$-1 < E_T < 0$$
 (3.47)

b. Mô tả cung

Mức cung hàng hoá dịch vụ là biến ngoại sinh đối với thị trường này. Ký hiệu Q là mức sản lượng được cung ứng trên thị trường, do Q được tính theo giá cố định nên xét về mặt số học Q sẽ bằng thu nhập Y.

c. Điều kiện cân bằng thị trường hàng hóa-dịch vụ

Cân bằng trên thị trường được quan niệm là cân đối cung - cầu nên ta có điều kiện cân bằng:

$Q = E$, hay $Y = E$. Như vậy phương trình cân bằng thị trường hàng hoá dịch vụ là:

$$Y = E_0 + E(Y, r, T)$$
 (3.48)

d. Mô hình IS

1. Mô hình

Tổng hợp lại ta có mô hình cân bằng thị trường hàng hoá dịch vụ còn gọi là mô hình IS sau:

$$C(Y) = C_0 + C(Y - T)$$

$$I = I_0 + I(r)$$

$$NX = NX_0 + NX(Y)$$

$$E = C_0 + I_0 + G_0 + NX_0 + C(Y-T) + I(r) + NX(Y)$$

$$Y = E_0 + E(Y, r, T)$$

với $E_0 = C_0 + I_0 + G_0 + NX_0$, $E(Y,r,T) = C(Y-T) + I(r) + NX(Y)$ và:

$$-1 < E_Y < 1$$

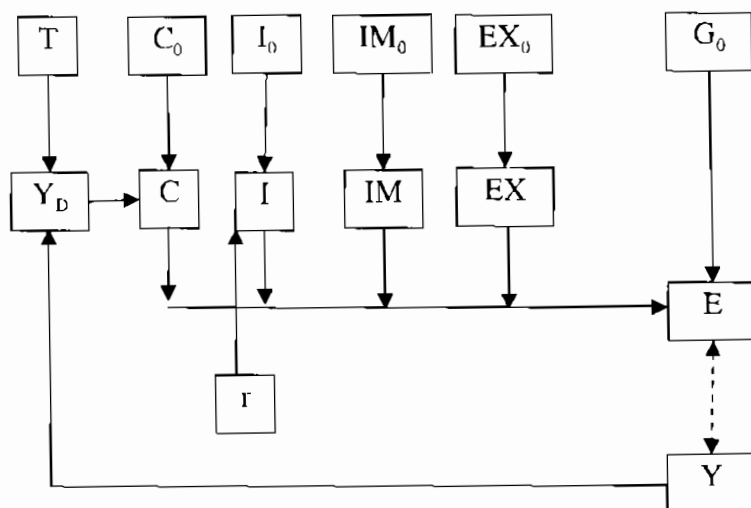
$$E_r < 0$$

$$-1 < E_T < 0$$

Các biến ngoại sinh của mô hình là C_0 , I_0 , G_0 , NX_0 và T trong đó nổi bật là G_0 - chi tiêu và T - thu thuế của chính phủ. Đây là hai biến thể hiện chính sách tài khoá.

2. Sơ đồ hệ thống của mô hình

Nếu coi mô hình như một hệ thống với các phần tử là các biến số, mối liên hệ giữa các phần tử được biểu thị bởi các phương trình ta có thể mô tả sơ đồ hệ thống của mô hình IS bằng hình vẽ sau:



HÌNH 3 - 17

Giải thích sơ đồ

Ta ký hiệu $Y_D = Y - T$ và gọi Y_D là thu nhập khả dụng. Các biến ngoại sinh của mô hình tạo thành đầu vào hệ thống, biến nội sinh E là đầu ra. Với trạng thái cân bằng thị trường $E = Y$, quan hệ này ứng với mũi tên kép. Từ sơ đồ có thể thấy cấu trúc của mô hình có mối liên hệ ngược.

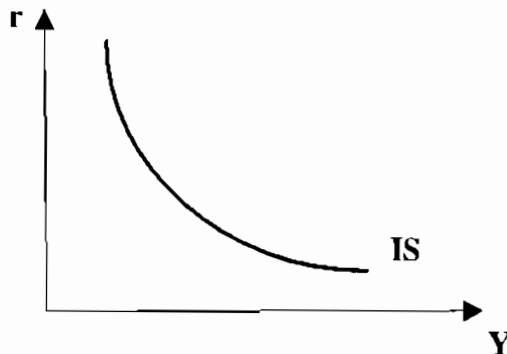
Ý tưởng về một mô hình cân bằng như trên xuất phát từ Keynes và người đầu tiên mô hình hoá ý tưởng này thành mô hình toán là John Hicks. Ban đầu, theo phân tích của Keynes, Hicks cho rằng thu nhập Y xét về mục đích sử dụng sẽ gồm phần tiêu dùng C và phần còn lại là tiết kiệm S , tức là $Y = C + S$. Mức sản lượng Q xét về mục đích sử dụng để đáp ứng cầu về tiêu dùng C và cầu về đầu tư I , như vậy $Q = C + I$. Do thu nhập Y được tạo ra bởi việc tiêu thụ Q nên điều kiện cân bằng là $Q = Y$ hay $C + I = C + S$, tức là $I = S$ là điều kiện đảm bảo cân bằng trên thị trường hàng hoá dịch vụ. Hicks đã lấy IS gọi tên cho mô hình này. Mặc dù nhiều tác giả sau này đã mở rộng mô hình nhưng vẫn gọi tên là IS với hàm ý tôn trọng lịch sử.

2. Phân tích mô hình và ứng dụng phân tích chính sách tài khoá

a. Giải mô hình

1. Đường IS

Với E_0 và T cố định, phương trình (3.48) xác định mối quan hệ giữa Y và r để đảm bảo cân bằng thị trường hàng hóa dịch vụ. Biểu diễn mối quan hệ này trên mặt phẳng tọa độ (Y, r) được đường IS. Ta có hình 3-17 minh hoạ



HÌNH 3 - 18

2. Phân tích quan hệ giữa r và Y :

Để phân tích quan hệ giữa lãi suất r và thu nhập nhằm đảm bảo cân bằng thị trường ta có thể tính toán phân tích dáng điệu của đường IS.

- Độ dốc đường IS:

Đường IS là đồ thị của hàm số biểu thị quan hệ giữa r và Y , coi phương trình cân bằng (3.48) là phương trình hàm ẩn xác định quan hệ này, áp dụng đạo hàm hàm ẩn ta có:

$$\frac{dr}{dY} = -\frac{E_Y - 1}{E_r} = \frac{1 - E_Y}{E_r} \quad (3.49)$$

do $E_Y < 1$ và $E_r < 0$ nên:
$$\frac{dr}{dY} < 0 \quad (3.50)$$

Như vậy lãi suất và thu nhập có quan hệ âm. Điều này có thể giải thích như sau: khi Y tăng (hoặc giảm) làm cho C tăng (vì $C_Y > 0$) nhưng do $C_Y < 1$ nên tốc độ tăng C chậm hơn tốc độ tăng Y , do vậy có tiết kiệm S . Để đảm bảo cân bằng thị trường thì đầu tư I phải tăng để hấp thụ khoản dư S . Muốn tăng I thì r phải giảm (do $I_r < 0$).

Mức độ của mối quan hệ giữa r và Y được thể hiện bởi mức độ dốc ít hay nhiều của đường IS. Ta có độ dốc của IS là:

$$\frac{1 - E_Y}{E_r}$$

do $E_Y = C_Y + NX_Y$ nên nếu NX là biến ngoại sinh thì $E_Y = C_Y$. Khi này độ dốc của đường IS sẽ là:

$$\frac{dr}{dY} = \frac{1 - C_Y}{I_r} \quad (3.51)$$

Từ (3.51) ta có thể viết:

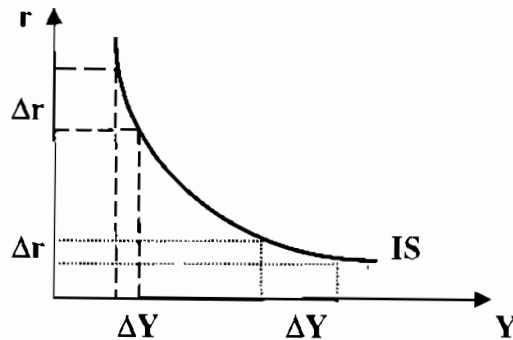
$$dr = \frac{1 - C_Y}{I_r} dY \quad (3.52)$$

Ta có thể xét các trường hợp:

- Nếu $C_Y \sim 1$, tức là tiêu dùng phản ứng mạnh với thu nhập (tiêu dùng của dân cư rất nhạy cảm với thu nhập) hoặc $|I_r|$ khá lớn, tức là đầu tư rất

nhạy cảm theo lãi suất thì (3.51) có giá trị tuyệt đối rất nhỏ nên đường IS ít dốc, gần như nằm ngang. Trong trường hợp này dù thu nhập Y có biến động lớn thì lãi suất cũng ít bị thay đổi.

- Nếu $|I_r| \approx 0$, đầu tư phản ứng yếu với lãi suất thì (3.51) có giá trị tuyệt đối rất lớn nên đường IS rất dốc, gần như thẳng đứng. Trong trường hợp này dù thu nhập Y có biến động nhỏ nhưng sẽ gây ra sự thay đổi lớn cho lãi suất. Biểu thức (3.52) dùng để tính toán cụ thể mức biến động của r do Y gây ra. Ta có hình 3-18 minh hoạ.



HÌNH 3 - 19

Trên hình 3-19, đoạn cuối của IS khá nằm ngang, đoạn đầu khá dốc minh hoạ cho hai tình huống ở trên.

b. Phân tích so sánh tĩnh - Phân tích chính sách

1. Tác động của E_0 tới đường IS

Ta có $\frac{\partial Y}{\partial E_0} = \frac{1}{1 - E_Y} > 0$ bởi vậy bất kỳ sự tăng (giảm) của thành phần

trong E_0 (ví dụ C_0, I_0, NX_0 hay G_0) sẽ làm dịch chuyển đường IS sang phải (trái)

2. Phân tích tác động của chính sách tài khoá tới thu nhập

a) Tác động của chi tiêu của chính phủ

Ta có $\frac{\partial Y}{\partial G_0} = \frac{1}{1 - E_Y} > 0$ nên khi chính phủ tăng (giảm) chi ngân sách

sẽ làm tăng (giảm) thu nhập. Mặt khác do $0 > E_Y > -1$ nên $\frac{\partial Y}{\partial G_0} = \frac{1}{1 - E_Y} > 1$,

như vậy khi chính phủ tăng (giảm) chi tiêu một đơn vị thì thu nhập Y tăng (giảm) nhiều hơn 1 đơn vị. Một cách tổng quát ta có:

$$dY = \frac{\partial Y}{\partial G_0} dG_0 \quad (3.53)$$

Tác động của G_0 đối với thu nhập đã được “khuyến đại”, sự gia tăng chi tiêu có tác động “kích cầu”. Vì lý do này đại lượng $\frac{\partial Y}{\partial G_0}$ gọi là “*nhân tử gia tăng chi tiêu của chính phủ*”.

Nếu hàm tiêu dùng là dạng Keynes $C = C_0 + cY$ thì $\frac{\partial Y}{\partial G_0} = \frac{1}{1-c}$ và được gọi là “*nhân tử Keynes*”.

b) Tác động của thuế

Ta có $\frac{\partial Y}{\partial T} = -\frac{C_Y}{1-E_Y} < 0$ nên khi chính phủ tăng (giảm) thuế T sẽ làm giảm (tăng) thu nhập.

Do $0 < C_Y < 1$ nên ta có $\frac{\partial Y}{\partial G_0} > \left| \frac{\partial Y}{\partial T} \right|$ nên xét về lượng tuyệt đối, tác động của chi ngân sách lớn hơn tác động của thu ngân sách tới thu nhập và do đó tới sản lượng.

c) Tác động đồng thời của thu chi ngân sách

Ta có:
$$dY = \frac{\partial Y}{\partial G_0} dG_0 + \frac{\partial Y}{\partial T} dT \quad (3.54)$$

Nếu nhà nước tăng thuế và chi tiêu cùng tỷ lệ $dG_0 = dT$ để giữ không bội chi ngân sách, khi này từ (3.54) ta có $dY = \left(\frac{\partial Y}{\partial G_0} + \frac{\partial Y}{\partial T} \right) dG_0 > 0$, tức là vẫn

kích cầu. Nếu có thâm hụt ngân sách ($dG_0 > dT$) thì đương nhiên dY còn lớn hơn. Có thể coi kết quả phân tích này là căn cứ để nhiều nhà kinh tế cho rằng thâm hụt ngân sách có tác động kích cầu. Để ý rằng chính sách tài khoá chỉ tác động tới thị trường hàng hoá dịch vụ (chỉ tác động tới đường IS).

Thí dụ 3.6

Một số chỉ tiêu vĩ mô của một nền kinh tế có các mối liên hệ sau:

$$Y = C + I + G + EX - IM$$

$$C = \beta Y_d \text{ với } 0 < \beta < 1$$

$$IM = \rho Y_d \text{ với } 0 < \rho < 1$$

$$Y_d = (1 - t) Y \text{ với } 0 < t < 1$$

trong đó Y : thu nhập quốc dân, C : tiêu dùng của dân cư, Y_d : thu nhập khả dụng, I : đầu tư, G : chi tiêu của chính phủ, EX : xuất khẩu, IM : nhập khẩu, t : thuế suất thuế thu nhập.

a. Với $G = 400$ tỉ đồng, $I = 250$ tỉ, $EX = 250$ tỉ, $\beta = 0,8$, $\rho = 0,2$, $t = 0,1$ hãy xác định thu nhập và tình trạng ngân sách nhà nước.

b. Với các chỉ tiêu ở câu a, có ý kiến cho rằng nếu giảm xuất khẩu 10% thì chính phủ có thể tăng chi tiêu 10% mà không ảnh hưởng tới thu nhập. Hãy nhận xét ý kiến này.

Giải:

a. Giải mô hình trên ta được $\bar{Y} = \frac{I + G + EX}{1 - \beta(1-t) + \rho(1-t)}$. Thay số liệu

vào ta sẽ tính được $\bar{Y} \approx 1956,52$ tỉ. Thu ngân sách là $t\bar{Y} = 19652$ tỉ, chi ngân sách $G = 400$ tỉ nên có thâm hụt ngân sách (bội chi ngân sách).

b. Để có được nhận xét về ý kiến nêu ra, ta cần tính được độ co giãn

của \bar{Y} theo G và theo EX . Ta có $\frac{\partial \bar{Y}}{\partial G} = \frac{1}{1 - \beta(1-t) + \rho(1-t)}$ và

$$\frac{\partial \bar{Y}}{\partial EX} = \frac{1}{1 - \beta(1-t) + \rho(1-t)}$$

tuy chúng bằng nhau nhưng do $\frac{G}{\bar{Y}} > \frac{EX}{\bar{Y}}$ nên

$\varepsilon_G^{\bar{Y}} > \varepsilon_{EX}^{\bar{Y}}$. Khi giảm 10% xuất khẩu, thu nhập giảm $(10 \times \varepsilon_{EX}^{\bar{Y}})\%$ và khi tăng

chi tiêu của chính phủ 10% thu nhập tăng $(10 \times \varepsilon_G^{\bar{Y}})\%$, tác động cuối cùng

là thu nhập sẽ tăng $(10 \times (\varepsilon_G^{\bar{Y}} - \varepsilon_{EX}^{\bar{Y}}))\%$.

3. Cân bằng trên thị trường tiền tệ - Mô hình LM

Ta đã thấy ở phần trên, thông qua phân tích mô hình IS chỉ xác định quan hệ giữa Y và r để có cân bằng thị trường hàng hoá, đường IS không xác

định bản thân Y hoặc r . Vì vậy vấn đề đặt ra là lãi suất r được xác định như thế nào? Để trả lời câu hỏi này ta cần phân tích thị trường tiền tệ. Ngoài ra việc này còn cho phép ta phân tích ảnh hưởng của l biến danh nghĩa (tiền tệ) tới các biến thực trong mô hình (tới hoạt động kinh tế).

a. Mô tả cung tiền tệ

Trong phạm vi môn học chúng ta giả thiết mức cung tiền tệ - ký hiệu là M_0 - là biến ngoại sinh. Sự phân tích tổng quát và chi tiết hơn độc giả có thể tìm hiểu trong các tài liệu về “Lý thuyết tiền tệ”.

b. Mô tả cầu tiền tệ

Ký hiệu M^D là mức cầu thực tế về tiền tệ. Việc xác định M^D liên quan đến quan niệm về mối quan hệ giữa mức cầu tiền tệ M^D và lãi suất r . Ta có thể điểm ra 3 quan điểm tiêu biểu cho 3 trường phái trong kinh tế: trường phái cổ điển, trường phái Keynes và trường phái tiền tệ.

1. Mức cầu tiền tệ theo trường phái cổ điển

Trường phái cổ điển với người đứng đầu là Irving Fisher vào cuối thế kỷ 19 đầu thế kỷ 20 đưa ra “Học thuyết số lượng về tiền tệ”. Theo học thuyết này, để trả lời câu hỏi cầu tiền tệ phụ thuộc vào những yếu tố nào cần phải xác định tổng thu nhập danh nghĩa để từ đó biết được số tiền mà các tác nhân cần nắm giữ ứng với thu nhập đã cho (tức là xác định M^D). I. Fisher xem xét mối quan hệ giữa tổng lượng tiền tệ (mức cung tiền) với tổng chi tiêu. Với mức giá cả p , thu nhập thực tế Y thì thu nhập danh nghĩa là pY . Mặt khác thu nhập danh nghĩa bằng tổng chi tiêu. Để thực hiện chi tiêu, các tác nhân sử dụng tiền, tuy nhiên một đồng tiền có thể được sử dụng quay vòng nhiều lần trong một chu kỳ (ví dụ một năm). Gọi V là số vòng quay của đồng tiền thì $V = \frac{pY}{M}$ với pY là tổng chi tiêu trong một chu kỳ, M là lượng tiền tệ cần thiết. Từ biểu thức trên suy ra $M = (1/V) pY$. Fisher cho rằng trong ngắn hạn V ít biến đổi nên $M = k pY$ với $k = 1/V$ và là hằng số. Như vậy khi giá cả p cố định với thu nhập danh nghĩa pY sẽ ứng với mức cầu tiền tệ $M^D = k pY$. Nói cách khác, theo *quan điểm của trường phái cổ điển mức cầu tiền tệ M^D chỉ phụ thuộc vào thu nhập Y và không phụ thuộc vào lãi suất r .*

2. Mức cầu tiền tệ theo trường phái Keynes

J.M.Keynes cho rằng V có thay đổi và để xác định mức cầu tiền tệ ông đưa ra “học thuyết về sự ưa thích tiền mặt”. Theo học thuyết này để biết mức

cầu tiền tệ phải trả lời câu hỏi tại sao các tác nhân kinh tế thích giữ tiền? Keynes cho rằng có ba động cơ thúc tác nhân giữ tiền: động cơ giao dịch, nhu cầu tiền để thực hiện các giao dịch kinh tế và nhu cầu này tỷ lệ với thu nhập; động cơ dự phòng: cầu tiền cho dự phòng các chi tiêu bất thường và nó cũng tỷ lệ với thu nhập; động cơ đầu cơ: nhu cầu tiền đầu cơ phụ thuộc lãi suất và theo quan hệ nghịch biến. Theo trường phái Keynes, nếu ký hiệu mức cầu (thực) về tiền tệ là L thì $L = L(Y, r)$ với giả thiết $L_Y > 0$, $L_r < 0$.

- Bẫy tiền tệ: Keynes cho rằng có một mức lãi suất thông thường, nếu lãi suất thị trường xuống dưới mức lãi suất này thì cầu tiền tệ phản ứng rất mạnh với nó. Nếu xảy ra tình huống này, các tác nhân cất trữ tiền nhiều hơn do đó tiền bị hút, bị rơi vào một cái "bẫy" và ở im đó.

3. Mức cầu tiền tệ theo trường phái tiền tệ:

Milton Friedman là người tiên phong của trường phái tiền tệ. Theo M. Friedman phải coi tiền tệ như một loại tài sản. Vì vậy cách thức xác định mức cầu tiền tệ giống như xác định mức cầu tài sản. Theo cách này, M^D sẽ phụ thuộc một số yếu tố: Y^P thu nhập thường xuyên, sự chênh lệch giữa lợi tức kỳ vọng của một số loại chứng khoán (trái phiếu, cổ phiếu, tiền) có tính tới tỷ lệ lạm phát dự tính: $r_b - r_m$, $r_c - r_m$, $\pi^e - r_m$ với r_b , r_c là lợi tức kỳ vọng của tiền tệ, trái phiếu, cổ phiếu và π^e là tỷ lệ lạm phát dự tính. Như vậy theo trường phái tiền tệ mức cầu tiền $M^D = M^D(Y^P, r_b - r_m, r_c - r_m, \pi^e - r_m)$. Tuy nhiên họ cho rằng sự chênh lệch giữa các mức lợi tức trong dài hạn sẽ bù trừ lẫn nhau và tương đối ổn định do đó M^D chủ yếu phụ thuộc vào Y^P , ít nhạy cảm với lãi suất, tức là mức cầu tiền phụ thuộc thu nhập nhưng là thu nhập thường xuyên.

Để thể hiện mức cầu trên thị trường tiền tệ chúng ta sẽ theo quan điểm của Keynes, mức cầu tiền (thực tế):

$$M^D = L(Y, r) \text{ với } L_Y > 0 \quad (3.55)$$

$$L_r < 0 \quad (3.56)$$

c. Cân bằng thị trường tiền tệ - Mô hình LM

1. Mô hình

Với mức cung tiền danh nghĩa M_0 , mức giá cả p thì mức cung tiền thực tế là M_0/p .

Phương trình cân bằng thị trường $M_0/p = L(Y, r)$. Ta có mô hình:

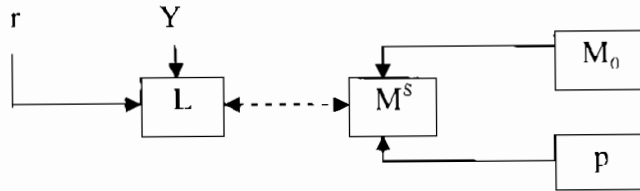
$$M^D = L(Y, r)$$

$$M^s = M_0/p$$

$$M_0/p = L(Y, r) \quad (3.57)$$

với M_0 , p là biến ngoại sinh và các giả thiết (3.55), (3.56).

2. Sơ đồ hệ thống



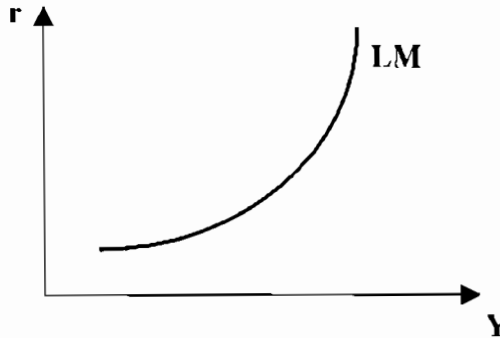
HÌNH 3 - 20

4. Phân tích mô hình và ứng dụng phân tích chính sách tiền tệ

a. Giải mô hình

1. Đường LM

Với M_0 và p cố định, phương trình (3.57) xác định mối quan hệ giữa Y và r để đảm bảo cân bằng thị trường tiền tệ. Biểu diễn mối quan hệ này trên mặt phẳng tọa độ (Y, r) được đường LM. Ta có hình 3-21 minh họa



HÌNH 3 - 21

2. Phân tích quan hệ giữa r và Y

Để phân tích quan hệ giữa lãi suất r và thu nhập nhằm đảm bảo cân bằng thị trường tiền tệ ta có thể tính toán phân tích dáng điệu của đường LM.

- *Độ dốc đường LM*

Đường LM là đồ thị của hàm số biểu thị quan hệ giữa r và Y , coi phương trình cân bằng (3.57) là phương trình hàm ẩn xác định quan hệ này, áp dụng đạo hàm hàm ẩn ta có:

$$\frac{dr}{dY} = -\frac{L_Y}{L_r} \quad (3.58)$$

do $L_Y > 0$ và $L_r < 0$ nên:
$$\frac{dr}{dY} > 0 \quad (3.60)$$

Như vậy lãi suất và thu nhập có quan hệ dương. Điều này có thể giải thích như sau: khi Y tăng (hoặc giảm) làm cho các giao dịch kinh tế tăng (vì $L_Y > 0$) và do đó cầu tiền tệ tăng (giảm). Nếu cung tiền tệ như cũ thì lãi suất r phải tăng (giảm) để tái lập cân bằng trên thị trường tiền tệ. Mức độ của mối quan hệ giữa r và Y được thể hiện bởi mức độ dốc ít hay nhiều của đường LM. Ta có độ dốc của LM là:

$$\frac{dr}{dY} = -\frac{L_Y}{L_r}$$

Từ (3.58) ta có thể viết:

$$dr = -\frac{L_Y}{L_r} dY \quad (3.61)$$

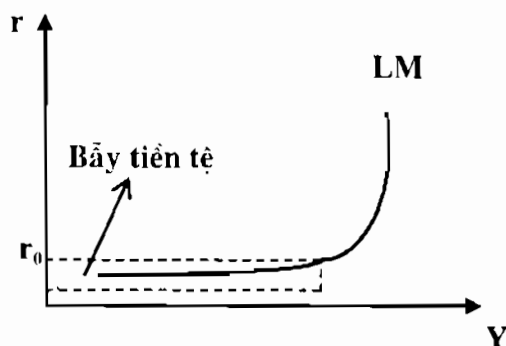
Ta có thể xét các trường hợp:

- Nếu L_Y lớn, tức là *cầu tiền tệ phản ứng mạnh với thu nhập* (cầu tiền tệ rất nhạy cảm với thu nhập) hoặc $|L_r| \approx 0$ (nhỏ), tức là *cầu tiền tệ ít nhạy cảm theo lãi suất* thì (3.58) rất lớn nên đường LM rất dốc, gần như thẳng đứng. Trong trường hợp này dù thu nhập Y có biến động nhỏ thì lãi suất cũng sẽ biến động lớn.

- Nếu $L_Y \approx 0$ (nhỏ), tức là *cầu tiền phản ứng yếu với thu nhập* hoặc $|L_r|$ lớn thì (3.58) có giá trị rất nhỏ nên đường LM ít dốc, gần như nằm ngang. Trong trường hợp này dù thu nhập Y có biến động lớn nhưng sẽ chỉ gây ra sự thay đổi nhỏ cho lãi suất. Biểu thức (3.61) dùng để tính toán cụ thể mức biến động của r do Y gây ra.

- Bẫy tiền tệ: có thể coi miễn lãi suất mà ở đó đường LM nằm gần như ngang.

Ta có hình 3-22 minh hoạ.



HÌNH 3 -22

b. Phân tích so sánh tĩnh - Phân tích chính sách

Với p cố định, khi nhà nước thực hiện chính sách tiền tệ mở rộng (thắt chặt) tức là tăng (giảm) M_0 làm tăng (giảm) mức cung tiền thực tế M_0/p . Ta có $\partial Y/\partial(M_0/p) = 1/L_Y > 0$, tức là khi M_0 tăng (giảm) sẽ làm dịch chuyển đường LM sang phải (trái). Đại lượng $\partial Y/\partial(M_0/p)$ gọi là “*nhân tử gia tăng tiền tệ*”

Từ sự phân tích trên ta thấy chính sách tiền tệ chỉ tác động tới đường LM tức là tới thị trường tiền tệ mà không ảnh hưởng đến đường IS.

5. Cân bằng đồng thời trên thị trường hàng hóa dịch vụ và thị trường tiền tệ - Mô hình IS - LM

a. Mô hình IS - LM

1. Mô hình

Ta sẽ kết hợp cân bằng đồng thời trên hai thị trường hàng hoá và tiền tệ, tức là gộp hai mô hình IS và LM thành một hệ thống. Ta có mô hình:

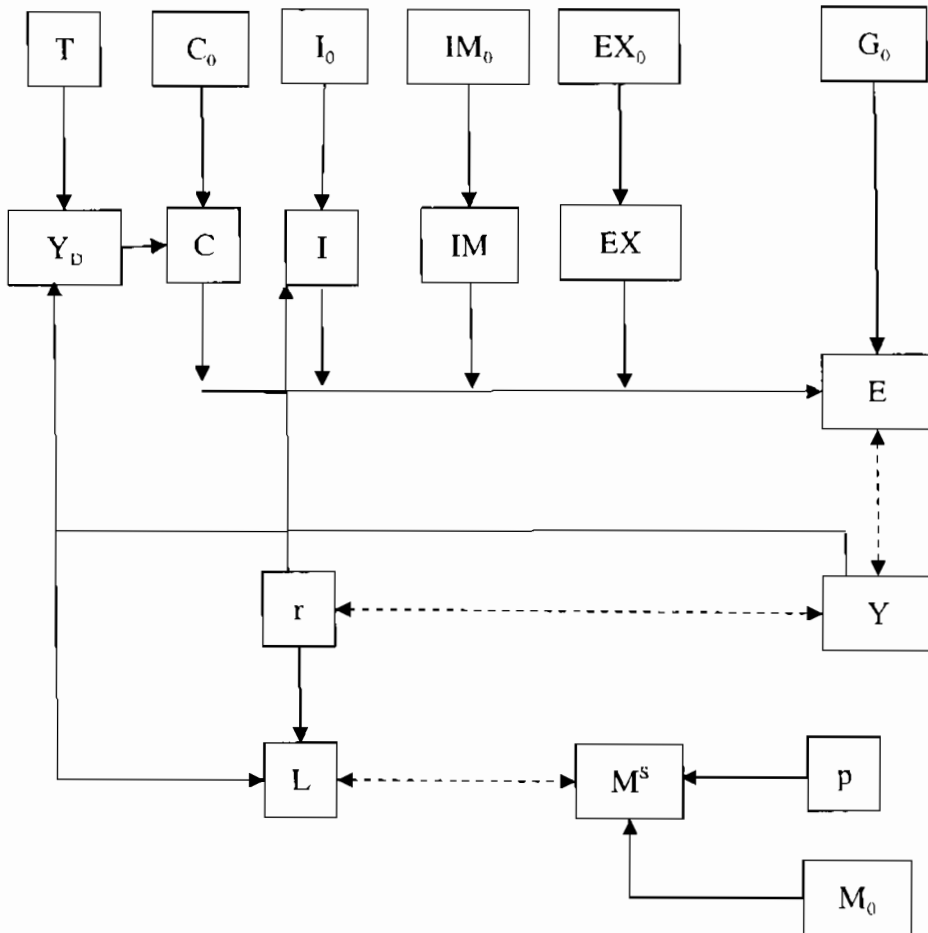
$$IS: Y = E_0 + E(Y, r, T) \tag{3.62a}$$

$$LM: M_0/p = L(Y, r) \tag{3.62b}$$

với các giả thiết đã nêu, các biến ngoại sinh là E_0 , M_0 , T và p.

2. Sơ đồ hệ thống

Kết hợp cả hai sơ đồ ứng với mô hình IS và LM ta được sơ đồ:

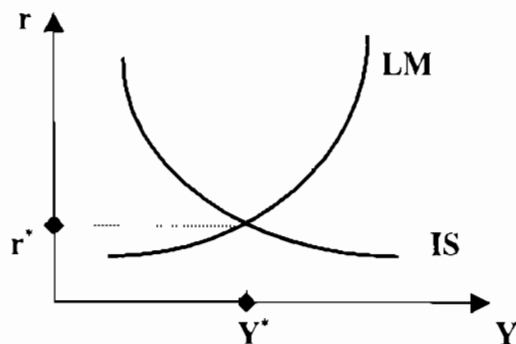


Hình 3 - 23

b. Phân tích mô hình - Phân tích chính sách tài khoá và tiền tệ

1. Giải mô hình

Giải hệ (3.62a), (3.62b), ký hiệu nghiệm là (Y^*, r^*) . Rõ ràng thu nhập Y^* và mức lãi suất r^* phụ thuộc vào các biến ngoại sinh. Như vậy ta có thể viết $Y^* = Y^*(E_0, M_0, T, p)$; $r^* = r^*(E_0, M_0, T, p)$. Nếu ta chỉ xét quan hệ giữa Y^* và p (cố định M_0, E_0, T) khi đó hàm số $AD \equiv Y^*(p)$ gọi là hàm *tổng cầu*. Như vậy với mức giá p cho trước (ngoại sinh) tổng cầu AD thể hiện mức cầu hàng hoá dịch vụ trong tình huống cân bằng trên thị trường hàng hoá và tiền tệ. Ta có hình 3-24 minh hoạ.



HÌNH 3 - 24

Thí dụ 3.7

Cho hàm tiêu dùng C , đầu tư I , mức cầu tiền tệ L và xuất khẩu ròng NX có dạng:

$$C = 100 + 0,9(Y-T); I = 200 - 800r$$

$$NX = 20 - 0,1Y; L = Y - 1000R$$

với Y : thu nhập, r : lãi suất. Hãy lập mô hình IS - LM.

Giải: Xác định mô hình IS - LM:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } E &= 100 + 0,9(Y-T) + 200 - 800r + 20 - 0,1Y + G_0 \\ &= 320 + 0,8Y - 0,9T - 800r + G_0 \end{aligned}$$

Mô hình IS - LM:

$$\text{IS: } Y = 320 + 0,8Y - 0,9T - 800r + G_0$$

$$\text{LM: } M_0/p = Y - 1000r$$

$$\text{Độ dốc IS: } (dr/dY)_{IS} = (1 - E_Y)/E_r = 0,2/-800 = -0,00025$$

$$\text{Độ dốc LM: } (dr/dY)_{LM} = -L_Y/L_r = -1/-1000 = 0,0001$$

2. Phân tích so sánh tĩnh - Phân tích chính sách

Xét hệ phương trình cân bằng:

$$Y - E_0 - E(Y, r, T) = 0$$

$$M_0/p - L(Y, r) = 0$$

Vì phân hai vế của hệ trên ta có hệ:

$$dY - dE_0 - E_Y dY - E_r dr - E_T dT = 0$$

$$(1/p)dM_0 - (M_0/p^2)dp - L_Y dY - L_r dr = 0$$

hay

$$(1 - E_Y)dY - E_r dr = dE_0 - C_Y dT$$

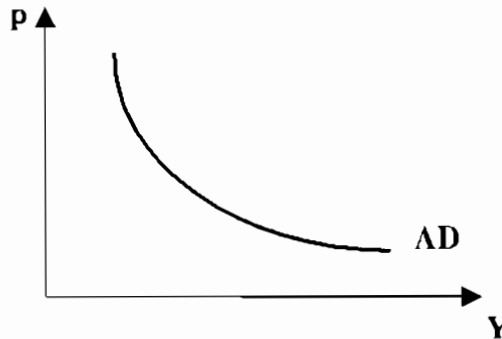
$$L_v dY + L_r dr = (1/p)dM_0 - (M_0/p^2)dp \quad (3.63)$$

Từ hệ (3.63) khi biết biến động của các biến ngoại sinh (biết vi phân của các biến ngoại sinh) ta có thể giải hệ phương trình để xác định biến động của các biến nội sinh (vi phân của các biến nội sinh). Trong trường hợp chỉ có một biến ngoại sinh biến động ta có thể dùng công thức đạo hàm ẩn của một hệ phương trình hàm ẩn để xác định (sử dụng hệ (1.3) trong chương I). Thí dụ nếu p, T, I_0, NX_0 cố định ($dp = dT = dI_0 = dNX_0 = 0$) khi đó $dE_0 = dG_0$ và hệ trên trở thành:

$$(1 - E_v)dY - E_r dr = dG_0; L_v dY + L_r dr = (1/p)dM_0.$$

3. Phân tích quan hệ giữa tổng cầu AD và mức giá cả p

Xét hàm tổng cầu $AD(p) \equiv Y(p)$, vẽ đồ thị của này (của hàm ngược) trên mặt phẳng tọa độ (Y, p) ta được đường tổng cầu AD. Hình 3-25 minh họa đường AD.



HÌNH 3 - 25

Để phân tích quan hệ giữa tổng cầu AD với các mức giá khác nhau ta có thể xét dáng điệu của đường AD.

Độ dốc của đường AD:

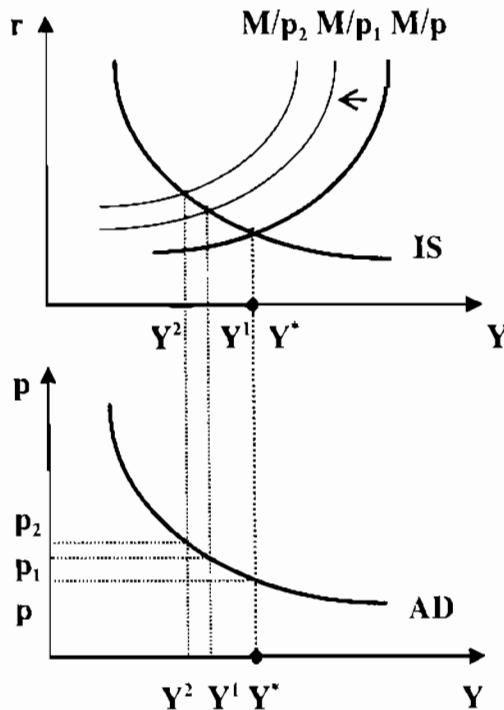
Ta cần tính $\partial Y / \partial p$, cho các vi phân $dT = dE_0 = dM_0 = 0$ trong (3.63) và áp dụng (1.3) ta có hệ phương trình sau (dạng ma trận):

$$\begin{pmatrix} 1 - E_v & -E_r \\ -L_v & -L_r \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial Y}{\partial p} \\ \frac{\partial r}{\partial p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M_0}{p^2} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

Giải hệ trên đối với $\frac{\partial Y}{\partial p}$ ta được:

$$\frac{\partial Y}{\partial p} = - \frac{L_r(1 - E_Y) + E_r L_Y}{E_r \left(\frac{M_0}{p^2} \right)} \quad (3.65)$$

Do $L_r, E_r < 0$; $L_Y, M_0, p > 0$, $-1 < E_Y < 1$ nên $\partial Y / \partial p < 0$, tức là đường AD có độ dốc âm. Ta có thể giải thích như sau: khi giá p tăng làm cho mức cung tiền thực tế M_0/p giảm. Để tái lập cân bằng trên thị trường tiền tệ thì lãi suất r phải tăng. Do $E_r < 0$ nên khi r tăng thì chi tiêu E giảm, để tái lập cân bằng trên thị trường hàng hoá thì Y phải giảm. Sự lan truyền tác động của giá p đến tổng cầu thông qua hai thị trường được mô tả ở trên gọi là *hiệu ứng Keynes*. Ta có thể minh hoạ hiệu ứng này trên hình 3-26.

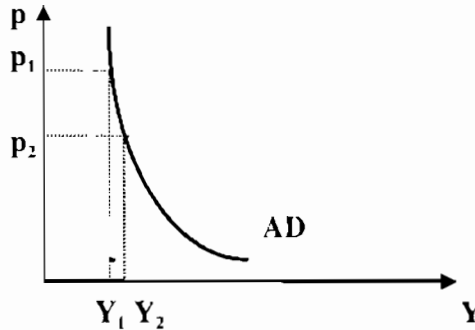


HÌNH 3 - 26

Từ (3.65) ta thấy độ dốc của AD phụ thuộc vào tất cả các tham số xác định các đường IS và LM tức là phụ thuộc vào các đạo hàm riêng E_Y, E_r, L_Y và L_r . Mặt khác ta đã biết các đạo hàm này quyết định độ dốc của các đường

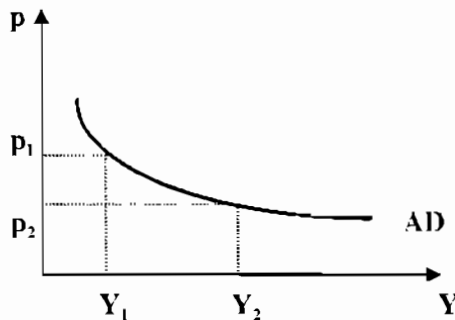
IS, LM. Do đó có thể nói độ dốc của các đường này sẽ tác động tới độ dốc của đường AD. Sự xuất hiện NX trong AD làm cho đường AD bớt dốc hơn vì NX có liên hệ dương với khả năng cạnh tranh của nền kinh tế bản địa trên trường quốc tế. Nếu giá p giảm làm tăng khả năng cạnh tranh quốc tế tức là tăng NX do đó tăng AD. Có hai trường phái có quan niệm khác nhau về dáng điệu đường AD.

a) *Trường phái Keynes*: Trường phái này cho rằng chi tiêu cho đầu tư phản ứng yếu đối với lãi suất ($|I_r| \approx 0$), nên đường IS rất dốc và do “bẫy tiền tệ” nên ở mức thu nhập Y cao $|L_r|$ sẽ khá lớn nên đường LM ít dốc. Kết hợp lại ta có đường AD khá dốc. Do đó biến động của giá p tác động yếu tới tổng cầu AD. hình 3-27 minh họa quan điểm này.



HÌNH 3 - 27

b) *Trường phái tiền tệ*: Quan điểm của trường phái này ngược hẳn với quan điểm của trường phái Keynes. Những người theo trường phái tiền tệ cho rằng do cầu tiền tệ phản ứng rất yếu đối với lãi suất ($|L_r| \approx 0$) nên đường LM rất dốc còn đường IS ít dốc do đó đường AD ít dốc. Kết quả là biến động của p tác động mạnh tới tổng cầu. Hình 3 - 28 minh họa tình huống này.



HÌNH 3 - 28

4. Phân tích chính sách tài khoá và tiền tệ trong mô hình IS - LM

a) Tác động của chính sách tài khoá

Thông qua việc tăng, giảm chi tiêu của chính phủ (G_0) và thuế T sẽ tác động tới tổng cầu AD. Ta sẽ phân tích tác động của G_0 , đối với thuế T cách phân tích hoàn toàn tương tự và độc giả có thể tự tiến hành. Ta cần tính nhân tử gia tăng chi tiêu của chính phủ $\frac{\partial Y}{\partial G_0}$. Nếu chính phủ tăng chi tiêu G_0 mà

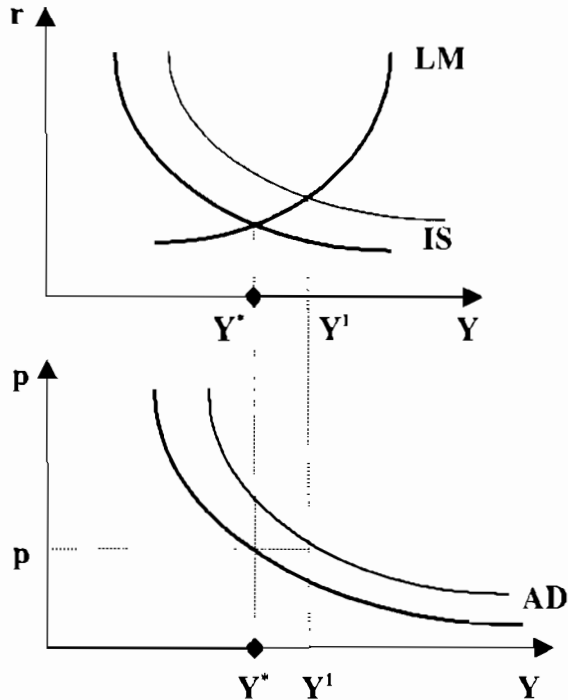
không phát hành thêm tiền (M_0 không đổi do đó $dM_0 = 0$), không tăng thuế để bù chi ngân sách ($dT = 0$) mà chỉ bù chi bằng cách phát hành trái phiếu (vay trong nước) hoặc vay nước ngoài thì bằng cách áp dụng (1.3) tương tự như trên ta có hệ phương trình:

$$\begin{pmatrix} 1 - E_Y & -E_r \\ -L_Y & -L_r \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial Y}{\partial G_0} \\ \frac{\partial r}{\partial G_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

Giải hệ trên đối với $\frac{\partial Y}{\partial G_0}$ ta được:

$$\frac{\partial Y}{\partial G_0} = \frac{L_r}{L_r(1 - E_Y) + E_r L_Y} \quad (3.67)$$

Do $L_r, E_r < 0$; $L_Y > 0$, $-1 < E_Y < 1$ nên $\partial Y / \partial G_0 > 0$. Ta có thể giải thích như sau: do M_0, p không đổi nên đường LM giữ nguyên, nếu G_0 tăng sẽ đẩy đường IS sang phải làm tăng thu nhập Y. Y tăng làm tăng nhu cầu giao dịch bằng tiền (do $L_Y > 0$). Do mức cung tiền M_0 không đổi, để tái lập cân bằng thị trường tiền tệ thì lãi suất r phải tăng. Lãi suất r tăng làm giảm đầu tư I (do $I_r < 0$) bù vào phần tăng chi tiêu của chính phủ. Tổng hợp lại nền kinh tế sẽ chuyển sang trạng thái cân bằng mới với thu nhập Y, chi tiêu của chính phủ G_0 , lãi suất r cao hơn nhưng mức đầu tư tư nhân I sẽ thấp hơn. Tác động này khi chính phủ tăng chi tiêu gọi là “hiệu ứng chèn lấn đầu tư”. Do Y tăng nên đường tổng cầu AD sẽ dịch chuyển sang phải. Hình 3-29 minh hoạ tình huống này.



HÌNH 3 - 29

Một cách tổng quát do chính phủ tăng chi tiêu trên thị trường hàng hoá dịch vụ nên ngoài việc làm giảm đầu tư tư nhân còn làm giảm cả xuất khẩu ròng NX, tức là còn gây ra chèn lấn xuất khẩu. Mặt khác do thu nhập Y tăng nên tiêu dùng của dân cư tăng nên tác động tổng cộng làm tăng tổng cầu ít hơn, thậm chí tổng cầu không tăng (chèn lấn hoàn toàn). Điều này có thể

thấy rõ qua việc so sánh nhân tử gia tăng chi tiêu $\frac{\partial Y}{\partial G_0}$ trong trường hợp có

và không có đề cập tới thị trường tiền tệ. Khi không đề cập tới thị trường tiền

tệ ta có $\frac{\partial Y}{\partial G_0} = \frac{1}{1 - E_Y}$ và khi có thị trường tiền tệ

$$\frac{\partial Y}{\partial G_0} = \frac{L_r}{L_r(1 - E_Y) + E_r L_Y} = \frac{1}{(1 - E_Y) + E_r \frac{L_Y}{L_r}} < \frac{1}{1 - E_Y}$$

sút này là do hiệu ứng chèn lấn. Để có sự phân tích đầy đủ hơn về hiệu ứng

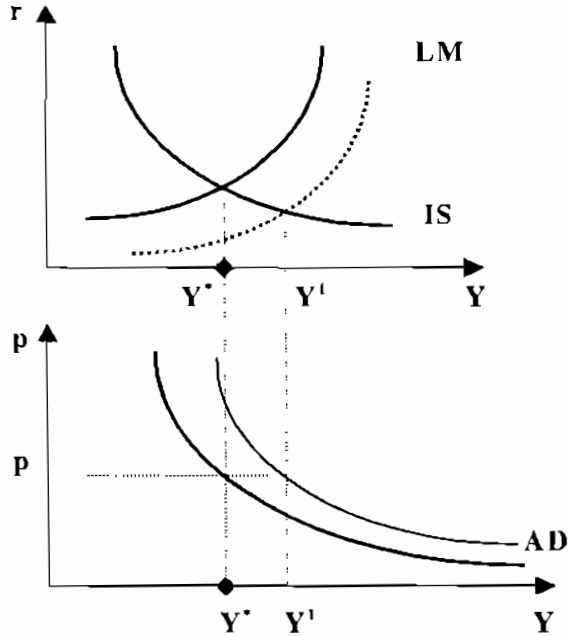
chèn lẫn ta có thể tính các vi phân dI , dC , dNX và so sánh với dG_0 . Độc giả có thể xem việc này như một bài tập.

b) Tác động của chính sách tiền tệ

Để phân tích tác động của việc nhà nước tăng (giảm) lượng tiền cung ứng M_0 (thực thi chính sách nới lỏng (thắt chặt) tiền tệ) ta cần tính *nhân tử gia tăng tiền tệ* $\partial Y / \partial (M_0/p)$. Bằng cách tính tương tự như trên ta có kết quả:

$$\frac{\partial Y}{\partial \left(\frac{M_0}{p} \right)} = \frac{E_I}{L_1(1 - E_Y) + E_1 L_Y} > 0 \quad (3.68)$$

Ta có thể giải thích hiện tượng: khi chính phủ tăng M_0 , do p cố định nên mức cung tiền thực tế M_0/p tăng đẩy đường LM sang phải. Để tái lập cân bằng thị trường tiền tệ lãi suất r phải giảm. Lãi suất giảm làm tăng đầu tư tư nhân I và xuất khẩu ròng NX do đó làm tăng mức cầu trên thị trường hàng hoá. Tác động cuối cùng sẽ đẩy đường AD sang phải. Ta có hình 3-30 minh hoạ tác động này.



HÌNH 3 - 30

5. Phân tích tính hiệu quả của chính sách tài khoá và tiền tệ

Để phân tích tính hiệu quả và so sánh ảnh hưởng của chính sách tài khoá và tiền tệ đối với tổng cầu AD ta cần phân tích các nhân tử $\partial Y/\partial G_0$ và $\partial Y/\partial(M_0/p)$ trong các trường hợp và so sánh chúng. Ta có:

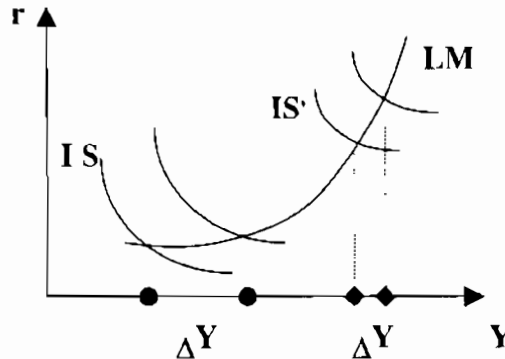
$$\frac{\partial Y}{\partial G_0} = \frac{1}{(1 - E_Y) + E_r \frac{L_Y}{L_r}}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \left(\frac{M_0}{p}\right)} = \frac{E_r}{L_r(1 - E_Y) + E_r L_Y}$$

Suy ra:

- Nhân tử chi tiêu của chính phủ thay đổi ngược chiều với $-L_Y/L_r$ (độ dốc của LM) vì vậy nếu đường LM ít dốc ($|-L_Y/L_r|$ nhỏ) thì $\partial Y/\partial G_0$ gần bằng với $\partial Y/\partial(M_0/p)$ khi không xét tới thị trường tiền tệ.

- Nếu đường IS và LM ít dốc ($|E_r|$ lớn, L_Y nhỏ) thì $\partial Y/\partial(M_0/p) > \partial Y/\partial G_0$ nên chính sách tiền tệ sẽ có hiệu quả hơn chính sách tài khoá. Ta có hình 3-31 minh hoạ.

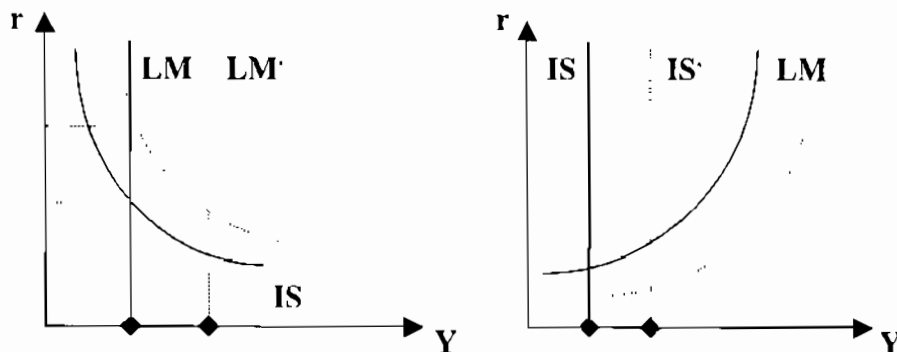


HÌNH 3 - 31

- Các trường hợp đặc biệt:

- Nếu cầu tiền tệ không bị ảnh hưởng bởi lãi suất ($L_r = 0$) hoặc thu nhập tác động cực lớn tới cầu tiền tệ ($L_Y = \infty$) thì đường LM thẳng đứng do đó chính sách tài khoá không ảnh hưởng tới Y còn chính sách tiền tệ làm thay đổi Y. Trong tình huống này chính sách tài khoá không hiệu quả. Nếu

đầu tư không phản ứng với lãi suất ($E_r = I_r = 0$) thì đường IS thẳng đứng do đó chính sách tiền tệ không có hiệu quả. Ta có minh hoạ trên hình 3-32.



HÌNH 3 - 32

Ảnh hưởng tương đối của hai chính sách là vấn đề thực nghiệm, tùy thuộc vào tình hình cụ thể của nền kinh tế. Chia (3.67) cho (3.68) ta có:

$$\frac{\frac{\partial Y}{\partial M_0/p}}{\frac{\partial Y}{\partial r}} = \frac{L_r}{E_r} \quad (3.69)$$

như vậy ảnh hưởng tương đối của hai chính sách phụ thuộc vào mức độ phản ứng của cầu tiền tệ và của đầu tư đối với biến động của lãi suất.

Thí dụ 3.8

Với các hàm hàm tiêu dùng C, đầu tư I, mức cầu tiền tệ L và xuất khẩu ròng NX cho ở ví dụ 3.7.

- a. Hãy tìm các nhân tử, phân tích chính sách tài khoá và tiền tệ, phân tích hiệu ứng chèn lấn đầu tư của chính sách tài khoá.
- b. Với $G_0 = 500$, $T = 500$, $M_0/p = 900$ hãy xác định thu nhập Y^* (tổng cầu AD), lãi suất r^* và các đường IS, LM.

Giải: a. Ta có $E_Y = 0,8$; $E_T = 0,9$; $E_r = -800$; $E_{G_0} = 1$; $L_Y = 1$; $L_r = -1000$

Thay vào các công thức (3.67), (3.68) và tính ta được: $\partial Y / \partial G_0 = 1$, $\partial Y / \partial (M_0/p) = 4/5$. như vậy chính sách tài khoá hiệu quả hơn chính sách tiền tệ.

Ta có $dY = dG_0$ nên sự gia tăng trong G_0 chỉ chèn lấn bộ phận.

b. Với $G_0 = 500$, $T = 500$, $M_0/p = 900$ ta có $Y = 370 + 0,8Y - 800r$ suy ra mô

hình IS - LM:

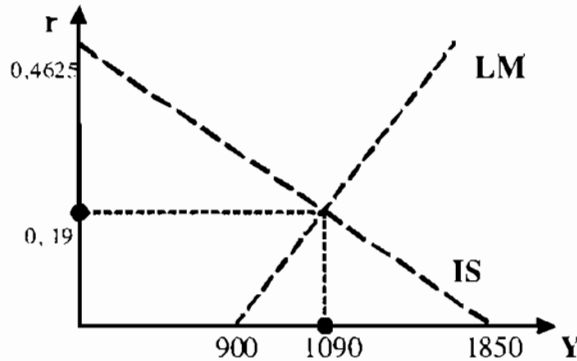
$$Y = 370 + 0,8Y - 800r$$

$$900 = Y - 1000r$$

Giải mô hình ta được đường IS: $Y = 1850 - 4000r$;

đường LM: $Y = 900 + 1000r$; tổng cầu $Y^* = 1090$ và $r^* = 0,19$.

Ta có hình 3-33 minh họa kết quả.



HÌNH 3 - 33

Chú ý rằng trong thực tế xây dựng chính sách có thể đề ra mục tiêu cần đạt (Y_0, r_0) và các nhà hoạch định chính sách cần chọn tổ hợp (G_0, M_0) để đạt mục tiêu. Nói cách khác cặp (Y, r) trong mô hình trở thành ngoại sinh và cặp (G_0, M_0) trở thành nội sinh đồng thời sử dụng (3.67), (3.68) để xác định. Đây là dạng đơn giản của vấn đề ổn định kinh tế bằng các chính sách vĩ mô.

c. Mô hình IS - LM dạng tuyến tính loga

Trong ứng dụng đối với các nền kinh tế, các hàm kinh tế trong mô hình IS - LM thường được lựa chọn có dạng Cobb - Douglas do đó có thể tuyến tính hóa mô hình nhờ phép logarit hóa. Nếu ký hiệu $x = \text{Ln}X$ (biến số có ký hiệu chữ thường là loga cơ số e của biến gốc có ký hiệu là chữ hoa), khi đó với hệ thống các biến trong mô hình IS - LM ta có thể viết mô hình IS-LM dạng tuyến tính loga như sau:

$$c = \alpha_0 + \alpha_1 y^D + \alpha_2 c_{-1}$$

$$i = \beta_0 + \beta_1 y + \beta_2 r + \beta_3 i_{-1}$$

$$r = \gamma_0 + \gamma_1 y + \gamma_2 (m - p) + \gamma_3 r_{-1}$$

$$t = \delta_0 + \delta_1 y + \delta_2 t_{-1}$$

$$y^D = y - t$$

$$y = c + i + nx + g$$

$$m - p = \gamma_0 + \gamma_1 y - \gamma_2 r$$

Các biến có chỉ số -1 là biến trễ một kỳ.

Để tính các nhân tử dùng trong phân tích chính sách, ta có thể coi hệ phương trình trên như mô hình kinh tế lượng. Sử dụng số liệu thực tế để ước lượng mô hình kinh tế lượng (hệ phương trình đồng thời) ta sẽ thu được ước lượng của các hệ số. Dùng các ước lượng này để ước lượng các nhân tử.

Chú ý rằng:

- Do các hàm trong mô hình có dạng Cobb - Douglas nên các nhân tử sẽ phản ánh tác động tương đối của biến ngoại sinh tới biến nội sinh, nói cách khác các nhân tử chính là hệ số co giãn.

- Do ta có thể xem mô hình như một dạng mô hình kinh tế lượng nên có thể sử dụng kỹ thuật phân tích, định dạng mô hình để lựa chọn số biến, các quan hệ một cách phù hợp.

6. Cân bằng trên thị trường lao động

Với mô hình IS - LM đảm bảo sự cân bằng đồng thời trên thị trường hàng hoá và tiền tệ đồng thời xác định tổng cầu AD. Tuy nhiên vấn đề đặt ra là mức giá p cũng như tổng cung AS được xác định như thế nào? Để giải đáp vấn đề này và đồng thời đóng kín mô hình ta cần đề cập tới thị trường lao động và sự cân bằng của nó. Nhiều học giả kinh tế cho rằng không giống như các thị trường khác, thị trường lao động có những đặc trưng khá riêng biệt. Trước hết là các loại hàng hoá giao dịch (các loại hình lao động) rất đa dạng và không dễ gì có thể gộp. Thứ hai là mức cung lao động không chỉ phụ thuộc vào tiền lương mà nhiều khi các yếu tố khác như thói quen, niềm say mê công việc, các mối quan hệ trong môi trường làm việc... lại đóng vai trò chính yếu trong việc lựa chọn việc làm. Từ các đặc thù này thị trường lao động có hai nét riêng:

- Giá cả (tiền lương) thường ít biến động hơn so với giá cả trên các thị trường khác.

- Các doanh nghiệp và chính phủ thường có những chính sách nhất định để điều tiết thị trường.

Vì những lý do này có khá nhiều quan điểm khác nhau khi tiếp cận thị trường lao động, đặc biệt là khi xem xét mức cung lao động. Trong khuôn khổ môn học ta sẽ đề cập tới 3 quan niệm tiêu biểu cho 3 trường phái kinh tế.

a. Mô tả cầu lao động - Hàm cầu lao động

Mức cầu lao động của các doanh nghiệp trên thị trường lao động chính là mức cung việc làm. Trong ngắn hạn, do vốn cố định, công nghệ không đổi nên mức cầu lao động của doanh nghiệp phụ thuộc vào công nghệ sản xuất của doanh nghiệp và mức giá cả.

Do vốn cố định không đổi nên ta sử dụng hàm sản xuất chỉ phụ thuộc vào lao động để mô tả công nghệ sản xuất của doanh nghiệp. Ta có hàm sản xuất (ngắn hạn): $Q = F(N, K_0)$ với Q là sản lượng, K_0 là vốn (cố định) và N là mức sử dụng lao động. Ta sẽ giả thiết $F_N > 0, F_{NN} < 0$. Mức cầu lao động của doanh nghiệp sẽ được xác định bởi việc doanh nghiệp chọn quyết định tối đa hóa lợi nhuận. Ta có lợi nhuận doanh của nghiệp: $\Pi(Q) = p \cdot F(N, K_0) - wN - rK_0$ trong đó p : mức giá cả, F : hàm sản xuất, w : suất lương danh nghĩa, r : chi phí sử dụng vốn. Bài toán tối đa hoá lợi nhuận của doanh nghiệp: Xác định Q sao cho $\Pi(Q) \rightarrow \text{Max}$. Điều kiện cần của cực trị:

- Đối với doanh nghiệp cạnh tranh hoàn hảo:

$$F_N = \frac{w}{p} \tag{3.70}$$

- Đối với Doanh nghiệp cạnh tranh không hoàn hảo:

$$\left(1 - \frac{1}{\epsilon_p^D}\right) F_N = \frac{w}{p} \tag{3.71}$$

với $\omega \equiv \frac{w}{p}$ là suất lương thực tế, ϵ_p^D là độ co giãn của cầu theo giá.

Có thể coi (3.70), (3.71) là phương trình hàm ẩn xác định mức cầu lao động n^D của doanh nghiệp. Rõ ràng n^D phụ thuộc suất lương thực tế ω nên có thể viết $n^D = n^D(\omega)$. Dễ dàng thấy rằng đối với doanh nghiệp cạnh tranh hoàn

hảo: $\frac{dn^D}{d\omega} = \frac{1}{F_{NN}} < 0$, đối với doanh nghiệp cạnh tranh không hoàn hảo:

$$\frac{dn^D}{d\omega} = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{\epsilon_p^D}\right) F_{NN}} < 0. \text{ Như vậy mức cầu lao động của từng doanh nghiệp}$$

có quan hệ âm với suất lương thực tế ω . Đối với toàn bộ nền kinh tế ta sẽ giả thiết:

Hàm cầu lao động: $N^D = N^D \left(\frac{w}{p} \right)$ với $\frac{dN^D}{d\left(\frac{w}{p}\right)} < 0$. Thông thường hàm cầu

lao động được cho dưới dạng hàm ngược:

$$\frac{w}{p} = \phi(N) \quad (3.72)$$

với giả thiết: $\phi_N < 0$ (3.73)

b. Mô tả cung lao động - Hàm cung lao động

Cung lao động của các cá nhân chính là nhu cầu về việc làm của họ. Cung lao động được xác định dựa trên việc người lao động lựa chọn giữa thời gian nghỉ ngơi và thời gian làm việc. Khi đi làm, người lao động được trả lương nên có thu nhập và do đó có thể chi tiêu, tức là có lợi ích nhất định. Khi người tiêu dùng tiêu thụ thời gian nghỉ ngơi cũng sẽ có lợi ích. Do thu nhập từ lao động phụ thuộc vào suất lương w , đồng thời mức chi tiêu của người lao động phụ thuộc vào suất lương thực tế. Do đó tùy thuộc vào quan niệm về sự biến động của lương w , về sự quan tâm của người lao động đối với lương danh nghĩa hay lương thực tế sẽ có các dạng khác nhau của hàm cung lao động tiêu biểu cho các trường phái.

1. Hàm cung lao động dạng cổ điển

Theo trường phái cổ điển, người lao động do không bị “áo tưởng về tiền tệ” nên họ sẽ căn cứ vào mức lương thực tế để quyết định mức cung lao động. Ta có mô hình sau:

Ký hiệu $u = u(M, \ell)$ là hàm lợi ích của người lao động trong đó M là thu nhập, ℓ là thời gian nghỉ ngơi. Để xác định mức cung lao động người lao động sẽ giải bài toán:

$$u(M, \ell) \rightarrow \text{Max}$$

với điều kiện: $M = \frac{w}{p} N$

$$N = \ell_0 - \ell$$

trong đó N : số ngày lao động (hoặc số giờ lao động), ℓ_0 : quỹ thời gian. Bài toán trên tương đương với $u\left(\frac{w}{p} N, \ell_0 - N\right) \rightarrow \text{Max}$. Điều kiện cần của cực trị:

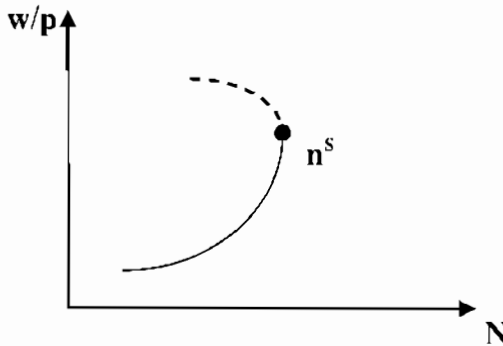
$$\frac{u_I}{u_M} = \frac{w}{p} \quad (3.74)$$

Có thể coi (3.74) như phương trình hàm ẩn xác định mức cung lao động n^s của các nhân. Ta có hình 3-34 minh họa. Do đặc thù trong lựa chọn công việc của người lao động như đã phân tích trong phần đầu, với các giả thiết chung về hàm lợi ích u của hộ gia đình đã nêu trong chương II chưa đủ để đảm bảo loại bỏ đoạn cong vào của đường n^s nên ta cần có thêm giả thiết:

$$\frac{dn^s}{d\left(\frac{w}{p}\right)} > 0$$

Do mỗi cá nhân đều có hành vi xác định mức cung như trên nên đối với tổng thể người lao động - đối với nền kinh tế ta sẽ giả thiết hàm cung lao động có dạng:

$$N^s = N^s\left(\frac{w}{p}\right) \text{ VỚI } \frac{dN^s}{d\left(\frac{w}{p}\right)} > 0$$



HÌNH 3 - 34

Thông thường hàm cung lao động được xét dưới dạng hàm ngược:

$$\frac{w}{p} = \psi(N) \quad (3.75)$$

với giả thiết: $\psi_N > 0$ (3.76)

Hàm cung lao động (3.75) gọi là *hàm cung lao động dạng cổ điển*.

2. Hàm cung lao động dạng Keynes

Trường phái Keynes cho rằng người lao động chỉ có thể thỏa thuận với giới chủ về mức lương danh nghĩa do đó sẽ quyết định mức cung lao động trên cơ sở lương danh nghĩa. Tuy nhiên do sự can thiệp của nhà nước thông qua chính sách tiền lương được quy định trong luật lao động và do hoạt động đấu tranh của công đoàn nên có một mức lương danh nghĩa tối thiểu w_0 . Ứng với w_0 có mức cung lao động N_0 (hoặc ít hơn). Khi mức lương danh nghĩa tăng thì cung lao động tăng.

Ta có hàm cung lao động dưới dạng hàm xuôi:

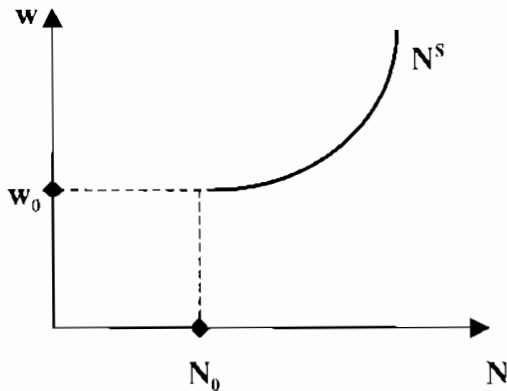
$$\begin{aligned} N^s(w) &= 0 \text{ nếu } w < w_0 \\ N^s(w) &= N_0 + N(w) \\ \text{với } N(w_0) &= N_0 \\ N(w) &> 0 \text{ nếu } w > w_0 \\ \text{và } N_w &> 0 \end{aligned}$$

Thông thường hàm được xét dưới dạng hàm ngược:

$$w = w^0 + \psi(N) \tag{3.77}$$

$$\begin{aligned} \text{với } \psi(N) &= 0 \text{ nếu } N \leq N_0 \\ \psi(N) &> 0 \text{ nếu } N > N_0 \text{ và } \psi_N > 0 \end{aligned} \tag{3.78}$$

Hàm cung lao động (3.77) với các giả thiết trên gọi là *hàm cung lao động dạng Keynes*. Ta có thể minh họa trên hình 3-35.



HÌNH 3 - 35

So với hàm cung lao động dạng cổ điển, trong hàm dạng Keynes suất lương w bị ràng buộc bởi cận dưới w_0 nên ta nói *tiền lương không linh hoạt*.

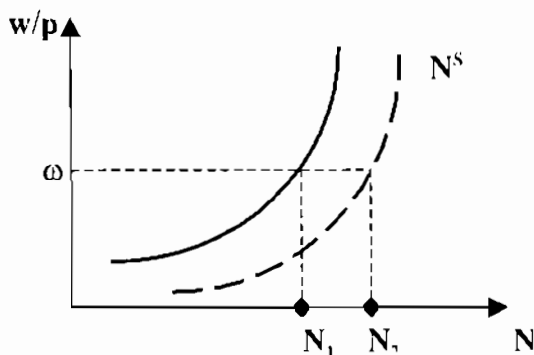
3. Hàm cung lao động dạng tổng quát

Trong thực tế do thiếu hiểu biết, thiếu thông tin người lao động quyết định cung lao động chỉ căn cứ vào suất lương danh nghĩa w . Do đó ta có hàm cung lao động dạng tổng quát:

$N^s = N^s(w)$ với $N^s_w > 0$ hoặc dưới dạng hàm ngược:

$$w = \psi(N) \quad \text{với } \psi_N > 0 \quad (3.79)$$

Giả thiết $\psi_N > 0$ được giải thích như sau: đại đa số người lao động thiếu thông tin nên bị “áo tưởng về tiền tệ” do đó khi tiền lương w (và giá cả) tăng cung lao động sẽ tăng. Ta có hình 3-36 minh hoạ.



HÌNH 3 - 36

c. Cân bằng trên thị trường lao động - Mô hình xác định tổng cung AS

Tùy thuộc vào quan niệm của các trường phái kinh tế về hàm cung lao động ta sẽ có cân bằng thị trường lao động dạng cổ điển, dạng Keynes và dạng tổng quát. Mỗi dạng cân bằng cho kết quả đặc thù riêng về đường tổng cung AS.

1. Cân bằng trên thị trường lao động dạng cổ điển

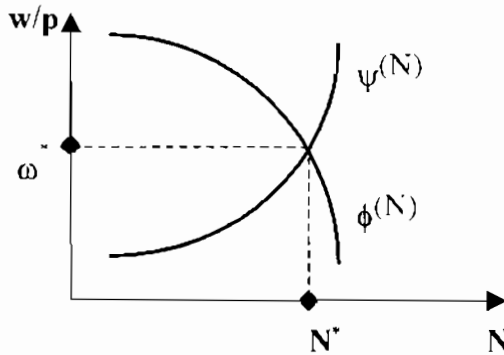
Ta có mô hình:

- Hàm cầu lao động: $\frac{w}{p} = \phi(N), \phi_N < 0 \quad (3.80)$

- Hàm cung lao động dạng cổ điển: $\frac{w}{p} = \psi(N), \psi_N > 0 \quad (3.81)$

- Cân bằng cung cầu: $\phi(N) = \psi(N)$ (3.82)

Từ phương trình (3.82) xác định N^* , với biến p là ngoại sinh, thay N^* vào (3.80) (hoặc (3.81)) ta xác định được suất lương danh nghĩa w^* và do đó suất lương thực tế ω^* . Ta có hình 3-37 minh hoạ.



HÌNH 3 - 37

Rõ ràng N^* và ω^* phụ thuộc mức giá p , tức là $N^* = N^*(p)$ và $\omega^* = \omega^*(p)$. N^* là mức công ăn việc làm đầy đủ (không có thất nghiệp không tình nguyện). Thay $N^* = N^*(p)$ vào hàm sản xuất ta được mức sản lượng tương ứng:

$$Q^* = F(N^*(p)) \quad (3.83)$$

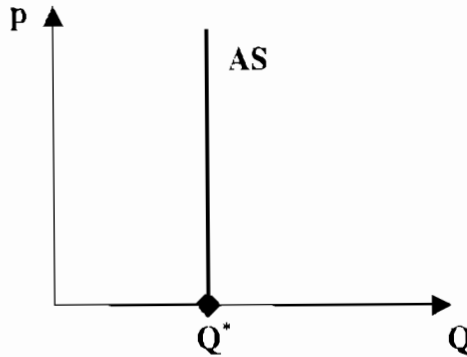
Phương trình (3.83) thể hiện mối quan hệ giữa sản lượng Q với mức giá p để đảm bảo cân bằng trên thị trường lao động. Q^* gọi là *tổng cung* và ký hiệu là AS . Biểu diễn tổng cung AS trên mặt phẳng tọa độ (Q, p) ta được đường tổng cung AS . Dễ dàng thấy rằng:

$$\frac{dQ^*}{dp} = F_N \cdot \frac{dN^*}{dp}$$

và
$$\frac{dN^*}{dp} = 0$$

Suy ra $\frac{dQ^*}{dp} = 0$ tức là *đường tổng cung theo trường phái cổ điển là đường thẳng* $AS = Q^* : \text{hằng số}$. Điều này có thể giải thích như sau: do giá cả p

và tiền lương w hoàn toàn linh hoạt nên khi p tăng (giảm) thì w sẽ tăng (giảm) cùng tỷ lệ để giữ cho lương thực tế ω^* không đổi. Kết quả là N^* , Q^* cũng không đổi. Thị trường lao động luôn điều chỉnh mức lương danh nghĩa w để đạt mức công ăn việc làm đầy đủ N^* . Ta có thể minh họa trên hình 3-38.



HÌNH 3 - 38

2. Cân bằng trên thị trường lao động dạng Keynes

Ta có mô hình:

- Hàm cầu lao động:
$$\frac{w}{p} = \phi(N), \phi_N < 0 \quad (3.84)$$

- Hàm cung lao động dạng Keynes: $w = w^0 + \psi(N)$

với

$$\psi(N) = 0 \text{ nếu } N \leq N_0$$

$$\psi(N) > 0 \text{ nếu } N > N_0 \text{ và } \psi_N > 0 \quad (3.85)$$

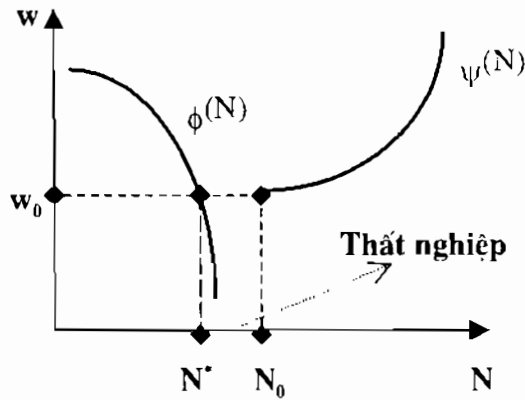
- Điều kiện cân bằng:
$$p\phi(N) - w^0 + \psi(N) = 0 \quad (3.86)$$

Giải phương trình (3.86) được nghiệm N^* . Rõ ràng N^* phụ thuộc vào hai biến ngoại sinh p và w_0 . Ta có thể viết $N^* = N^*(p, w_0)$. Ta có:

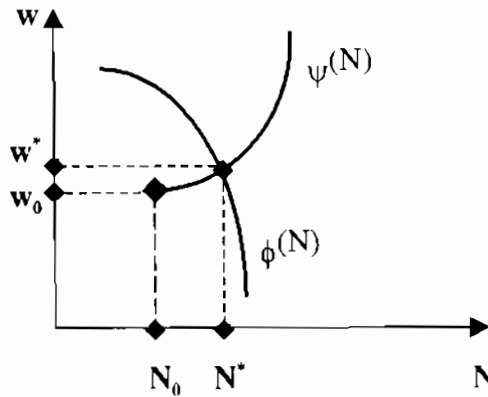
$$\frac{\partial N^*}{\partial p} = \frac{\phi(N^*)}{\psi_N(N^*) - p\phi_N(N^*)} > 0 \quad (3.87)$$

và
$$\frac{\partial N^*}{\partial w_0} = \frac{-1}{\psi_N(N^*) - p\phi_N(N^*)} < 0 \quad (3.88)$$

Ta có minh hoạ trên hình 3-39 và 3-40.



HÌNH 3 - 39



HÌNH 3 - 40

Nếu cân bằng ứng với hình 3-39 thì sẽ có thất nghiệp (không tìm được việc) với số lượng $N_0 - N^*$. Với trường hợp như trên hình 3-40 sẽ không có thất nghiệp, mức lương cân bằng $w^* > w_0$. Cũng tương tự như trường hợp cổ điển, thay $N^* = N^*(p, w_0)$ vào hàm sản xuất ta được mức sản lượng tương ứng: $Q^* = F(N^*(p, w_0))$. Q^* gọi là tổng cung và ký hiệu là AS. Biểu diễn tổng cung AS trên mặt phẳng tọa độ (Q, p) ta được đường tổng cung AS.

3. Cân bằng thị trường lao động tổng quát

Ta có mô hình:

- Hàm cầu lao động: $\frac{w}{p} = \phi(N), \phi_N < 0$ (3.89)

- Hàm cung lao động dạng tổng quát: $w = \psi(N), \psi_N > 0$ (3.90)

- Điều kiện cân bằng: $p \cdot \phi(N) = \psi(N)$ (3.91)

Giải phương trình (3.91) được nghiệm N^* . Rõ ràng N^* phụ thuộc vào biến ngoại sinh p . Ta có thể viết $N^* = N^*(p)$. Ta có mức sản lượng tương ứng: $Q^* = F(N^*(p)) = Q^*(p)$ và gọi là tổng cung AS.

Ta có:

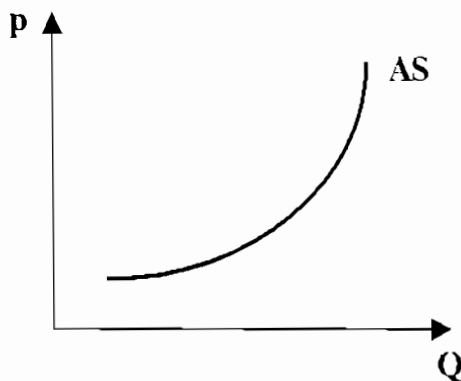
$$\frac{dQ^*}{dp} = F_N \cdot \frac{dN^*}{dp}$$

Dễ dàng thấy rằng:

$$\frac{dN^*}{dp} = \dots \frac{\phi(N^*)}{\psi_N(N^*) - p\phi_N(N^*)} > 0 \text{ và do } F_N(N^*) > 0 \text{ nên:}$$

$$\frac{dQ^*}{dp} > 0 \quad (3.92)$$

Như vậy trong trường hợp tổng quát độ dốc của đường AS là dương. Ta có hình 3-41 minh họa.



HÌNH 3 - 41

Từ việc phân tích cân bằng thị trường lao động trong cả ba trường hợp ta thấy:

- Các yếu tố làm dịch chuyển đường cung, đường cầu lao động sẽ làm dịch chuyển đường tổng cung AS.

- Yếu tố tác động đến đường cung lao động là sở thích của người lao động. Yếu tố tác động đến đường cầu lao động là vốn và công nghệ.

7. Mô hình cân bằng kinh tế vĩ mô

Kết hợp mô hình cân bằng riêng của 3 thị trường thành một chỉnh thể ta được mô hình cân bằng kinh tế vĩ mô.

a. Mô hình cân bằng kinh tế vĩ mô dạng cổ điển

1. Mô hình

- Cân bằng thị trường hàng hoá: $Y = E_0 + E(Y, r, T)$ (3.93)

- Cân bằng thị trường tiền tệ: $M_0/p = L(Y, r)$ (3.94)

- Cân bằng thị trường lao động: $\Phi(N) = \psi(N)$ (3.95)

$$\frac{w}{p} = \Phi(N) \quad (3.96)$$

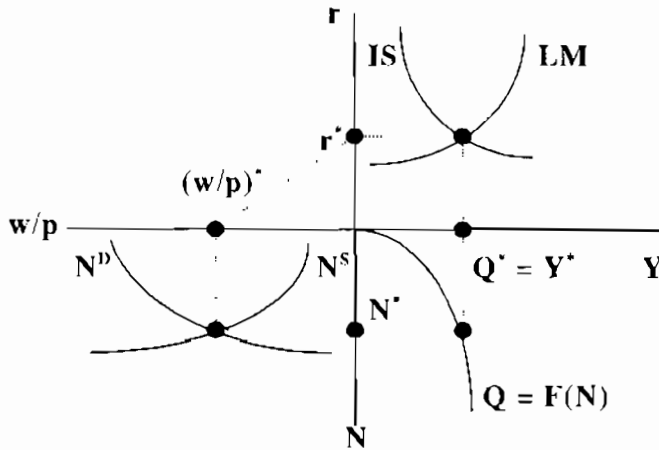
- Cân bằng tổng cung - tổng cầu: $Y = F(N)$ (3.97)

Mô hình có các biến nội sinh Y, r, N, p và w , các biến ngoại sinh là E_0, M_0, T .

2. Phân tích mô hình:

Về nguyên tắc mô hình có 5 phương trình sẽ xác định 5 biến nội sinh. Tuy nhiên đối với mô hình dạng cổ điển, các phương trình có dạng đệ quy nên có thể giải dễ dàng. Từ (3.95) giải được N^* . N^* không phụ thuộc vào các phương trình còn lại. Thay N^* vào (3.96) ta được $\omega^* = (\frac{w}{p})^*$. Thay N^* vào

hàm sản xuất xác định được mức sản lượng Q^* (xác định được tổng cung AS). Từ điều kiện cân bằng tổng cung - tổng cầu (3.97) xác định thu nhập Y^* . Với Y^* , từ (3.93) sẽ xác định lãi suất r^* . Từ (3.94) và r^* xác định mức giá p^* . Với ω^*, p^* sẽ xác định suất lương w^* và đóng mô hình. Ta có vector $(Y^*, r^*, N^*, p^*, w^*)$ đặc trưng cho trạng thái cân bằng của nền kinh tế. Ta có hình 3-42 minh hoạ sự vận hành của mô hình.



HÌNH 3 - 42

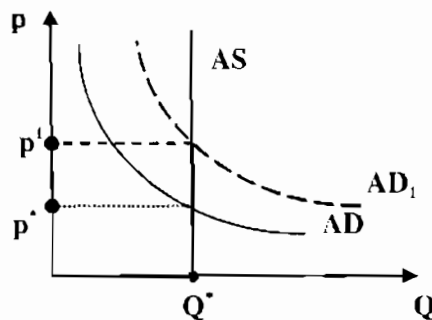
Do giá cả p và tiền lương w hoàn toàn linh hoạt các biến này tự điều chỉnh sao cho tiền lương thực tế (w/p) luôn bằng ω^* . Như vậy:

- Mức công ăn việc làm N^* , mức sản lượng Q^* chỉ do điều kiện cân bằng thị trường lao động xác định và hoàn toàn độc lập với các phương trình còn lại do đó độc lập với tổng cầu AD.

- Phía cung hoàn toàn xác định trạng thái cân bằng của toàn hệ thống, phía cầu chỉ điều chỉnh một cách thụ động cho phù hợp.

- Ở trạng thái cân bằng, N^* là mức công ăn việc làm đầy đủ (không có thất nghiệp không tự nguyện)

- Do $AS = Q^*$ cố định nên chính sách tài khoá và chính sách tiền tệ chỉ tác động tới giá cả mà không tác động tới số lượng Q^* và mức công ăn việc làm. Ta có hình 3-43 minh hoạ.



HÌNH 3 - 43

Trên hình 3- 43 ta thấy nếu chính phủ tăng chi tiêu hoặc tăng cung tiền tệ làm đường AD dịch chuyển sang phải thành AD_1 và kết quả là giá tăng từ p^0 đến p^1 . Chính sách tài khoá và tiền tệ không có hiệu quả trong kích cầu và trong việc tạo công ăn việc làm. Điều này có thể giải thích như sau:

- Nếu chính phủ tăng chi tiêu G_0 , để cân bằng thị trường hàng hoá, lãi suất r phải tăng dẫn đến đầu tư I giảm (hiệu ứng chèn lấn), đồng thời để cân bằng thị trường tiền tệ mức giá p phải tăng. Do p tăng, để cân bằng thị trường lao động suất lương w phải tăng cùng tỷ lệ.

- Nếu chính phủ tăng lượng tiền cung ứng M_0 , để cân bằng thị trường tiền tệ mức giá p phải tăng và do vậy suất lương w cũng tăng cùng tỷ lệ.

b. Mô hình cân bằng kinh tế vĩ mô dạng Keynes

1. Mô hình

- Cân bằng thị trường hàng hoá: $Y = E_0 + E(Y, r, T)$ (3.98)

- Cân bằng thị trường tiền tệ: $M_0/p = L(Y, r)$ (3.99)

- Cân bằng thị trường lao động: $\Phi(N) = w_0 + \psi(N)$ (3.100)

$w/p = \Phi(N)$ (3.101)

- Cân bằng tổng cung - tổng cầu: $Y = F(N)$ (3.102)

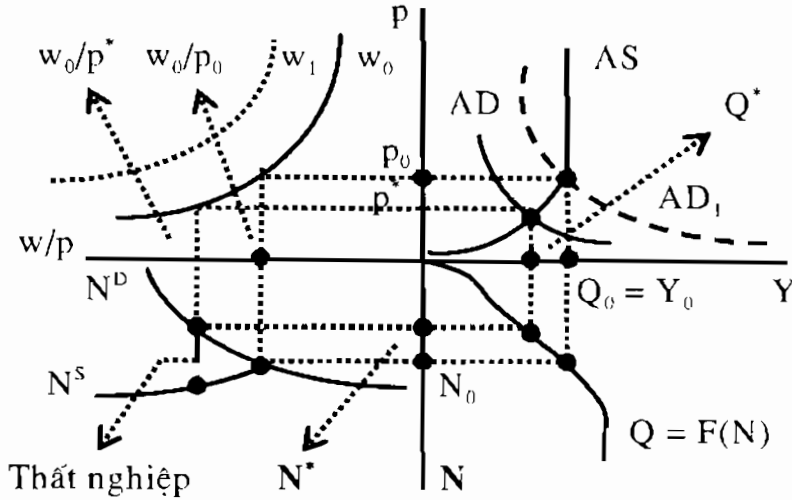
Mô hình có các biến nội sinh Y, r, N, w và p , các biến ngoại sinh là E_0, M_0, T, w_0 .

2. Phân tích mô hình

Rõ ràng (Y^*, r^*, N^*, p^*, w^*) phải được xác định từ cả 5 phương trình trên và có thể $N^* < N_0$. Ta có hình 3- 44 minh hoạ. Trạng thái cân bằng trong mô hình Keynes xác định phức tạp hơn mô hình cổ điển. Ta có thể giải thích như sau:

- Giả sử với suất lương sẵn w_0 , thay vào mô hình ta tính được (Q_0, N_0, p_0). Nếu cân bằng đạt được là (Y^*, r^*, N^*, p^*, w^*) mà $w^* < w_0$ thì $N^* < N_0$ do đó sẽ có thất nghiệp và khi này mức sản lượng $Q^* < Q_0$ (Q_0 là mức sản lượng tiềm năng ứng với mức công ăn việc làm đầy đủ N_0).

- Chính phủ quyết định sử dụng chính sách tài khoá, tiền tệ để kích cầu làm đường AD chuyển sang phải thành AD_1 . Kết quả là tăng mức công ăn việc làm và sản lượng. Tuy nhiên hiệu quả của chính sách chỉ còn cho đến khi mức sản lượng bằng Q_0 . Tại mức này đường cung AS bắt đầu thẳng đứng nên nếu tiếp tục thực hiện chính sách thì không còn hiệu quả.



HÌNH 3 - 44

- Có thể thay đổi mức lương sàn w_0 để cải thiện tình hình thất nghiệp, nhưng trong thực tế sẽ xảy ra đình công, bãi công nếu giới chủ hạ mức w_0 .

Tóm lại qua phân tích mô hình Keynes ta thấy chính sách tài khoá và tiền tệ có thể điều tiết được tổng cầu trong những điều kiện nhất định.

c. Mô hình cân bằng kinh tế vĩ mô tổng quát

1. Mô hình

- Cân bằng thị trường hàng hoá: $Y = E_0 + E(Y, r, T)$ (3.103)

- Cân bằng thị trường tiền tệ: $M_0/p = L(Y, r)$ (3.104)

- Cân bằng thị trường lao động: $p \Phi(N) = \psi(N)$ (3.105)

$w/p = \Phi(N)$ (3.106)

- Cân bằng tổng cung - tổng cầu: $Y = F(N)$ (3.107)

Mô hình có các biến nội sinh Y, r, N, w và p , các biến ngoại sinh là E_0, M_0, T .

2. Phân tích mô hình

- Việc xác định mức công ăn việc làm N^* , mức sản lượng Q^* (và do đó là thu nhập Y^*) không chỉ riêng trên thị trường lao động mà toàn hệ thống. Thị trường lao động chỉ xác định tổng cung AS . Từ 3 phương trình (3.105) - (3.107) xác định ω^*, N^* và Q^* . Với điều kiện $Q^* = Y^*$, từ (3.103) xác định

r^* và cuối cùng từ (3.104) xác định p^* .

- Do giá cả p và tiền lương w hoàn toàn linh hoạt nên tại cân bằng sẽ không có thất nghiệp.

- Có thể coi 3 phương trình (3.105) - (3.107) là hệ phương trình xác định hàm ẩn $AS = Q^*$ do vậy có thể tính độ dốc của đường tổng cung AS. Ta có:

$$\frac{\partial Q^*}{\partial p} = \frac{F_N(N^*) \phi(N^*)}{\psi_N(N^*) - p\phi_N(N^*)} > 0 \quad (3.108)$$

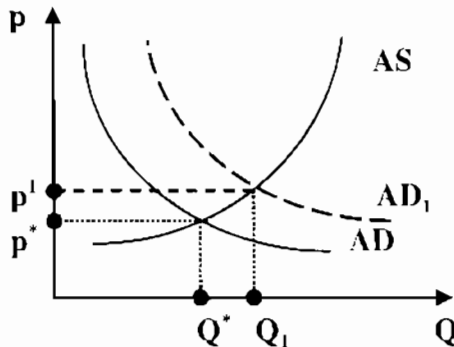
Như vậy đường tổng cung AS có độ dốc dương.

- Các chính sách tài khoá và tiền tệ có tác động tới mức công ăn việc làm và sản lượng. Nếu coi cả 5 phương trình trong mô hình là hệ phương trình xác định hàm ẩn $AD = Y^*$, ta có thể tính nhân tử gia tăng chi tiêu của chính phủ. Ta có:

$$\frac{\partial Y}{\partial G_0} = \frac{1}{(1 - E_Y) + E_r \frac{I_Y}{L_r} - M_0 E_r (p\phi_N - \psi_N) / (L_r \phi_N p^2)} > 0 \quad (3.109)$$

(biểu thức được tính tại (Y^*, N^*)).

So với nhân tử trong mô hình IS - LM, nhân tử (3.109) giảm (hạng tử thứ 3 ở mẫu số có dấu dương). Điều này có thể giải thích như sau: do G_0 tăng làm tăng giá p . Vì M_0 cố định nên giảm cân đối tiền tệ thực. Để tái lập cân bằng thị trường tiền tệ lãi suất r phải tăng, do đó đầu tư I giảm. Tuy nhiên mức tăng của lãi suất không đủ để thu hẹp đầu tư bằng mức tăng của G_0 . Do đó thu nhập Y , sản lượng và giá tăng. Ta có minh hoạ trên hình 3-45.



HÌNH 3 - 45

Do đường AS có độ dốc dương nên khi G_0 tăng đẩy đường AD sang phải, thu nhập tăng từ Y^* ($=Q^*$) đến Y_1 ($=Q_1$) đồng thời giá tăng từ p^* đến p_1 .

Tác động của chính sách tiền tệ cũng có thể phân tích tương tự. Độ dốc giá có thể xem như một bài tập.

BÀI TẬP CHƯƠNG III

1. Cho mô hình cân bằng thị trường:

$$Q_d = Q_s$$

$$Q_d = D(P, M) \quad (Q_d > 0), \left(\frac{\partial D}{\partial P} < 0; \frac{\partial D}{\partial M} > 0 \right)$$

$$Q_d \rightarrow +\infty \text{ khi } P \rightarrow +0, Q_d \rightarrow 0 \text{ khi } P \rightarrow +\infty$$

$$Q_s = S(P) \quad (Q_s > 0), \left(\frac{\partial S}{\partial P} > 0 \right)$$

$$Q_s \rightarrow 0 \text{ khi } P \rightarrow +0, Q_s \rightarrow \infty \text{ khi } P \rightarrow +\infty$$

trong đó:

Q_d, Q_s là mức cầu và mức cung một loại hàng,

P là giá.

M là thu nhập.

a. Giải thích mô hình và các điều kiện.

b. Chứng tỏ rằng luôn tồn tại duy nhất giá cân bằng P^* . Khi M tăng thì giá cân bằng sẽ biến động như thế nào? giải thích ý nghĩa kinh tế.

c. Gọi Q^* là lượng cân bằng và hãy cho biết khi M tăng thì lượng cân bằng thay đổi như thế nào. Viết biểu thức mô tả sự thay đổi đó.

2. Cho mô hình cân bằng thị trường:

$$Q_d = D(P, M_0) \quad (D_P < 0; D_{M_0} > 0)$$

$$Q_s = S(P, T_0) \quad (S_P > 0; S_{T_0} < 0)$$

$$Q_s = Q_d$$

trong đó:

M_0 là thu nhập.

T_0 là thuế hàng hóa. Giả sử tất cả các đạo hàm riêng đều liên tục.

a- Tính đạo hàm riêng của giá cân bằng theo Y_0 và T_0 , nêu ý nghĩa kinh tế. (Sử dụng cách tìm đạo hàm của hàm ẩn).

- b- Phân tích tác động của thu nhập, của thuế tới giá cân bằng.
 c- Bằng cách sử dụng hàm cung tính đạo hàm của lượng cân bằng theo M_0 ; sử dụng hàm cầu tính đạo hàm của lượng cân bằng theo T_0 .
 3. Thực hiện các yêu cầu của bài 2. với:

$$Q_d = 100 - 2P + 0,3M_0$$

$$Q_s = \frac{-12 + 0,2P^2}{1 + T_0}$$

4. Cho mô hình cân bằng thị trường:

$$Q_d = 10 + 0,1M - 0,2P$$

$$Q_s = -14 + 0,6P$$

trong đó:

Q_s, Q_d là cung và cầu một loại hàng;

M là thu nhập dân cư (theo đầu người); P là giá cả.

- a. Tìm giá cân bằng.
 b. Tính hệ số co giãn của giá cân bằng theo M tại $M=80$. Giải thích ý nghĩa kinh tế của kết quả tính được.
 5. Hàm cầu (D), hàm cung (S) về một loại hàng hóa có dạng như sau:

$$D = 100 - 0,3p$$

$$S = -50 + 0,2(p - t)$$

trong đó:

p là giá hàng,

t là thuế đánh vào một đơn vị hàng bán ra.

Với mô hình trên:

- a. Tính độ co giãn của giá cân bằng theo thuế t ở mức $t=10$ và cho biết ý nghĩa.
 b. Nếu chính phủ muốn giá cân bằng ở mức $p=280$ và trợ cấp cho phía cầu thì số trợ cấp cần thiết là bao nhiêu?
 c. Chính phủ muốn lượng cân bằng là 10, và để đạt mục tiêu đó có thể hoặc giảm thuế cho phía cung hoặc trợ cấp cho phía cầu. Cách làm nào sẽ có lợi hơn nếu xét trên quan điểm thu - chi ngân sách?
 d. Hãy phân tích tác động của thuế t tới phía cung và phía cầu.
 6. Hàm cầu (D), hàm cung (S) về một loại hàng hóa có dạng như sau:

$$D = 0,2 p^{-0,1} M^{0,2}$$

$$S = 0,1 p^{0,4} q^{-0,05}$$

trong đó:

p là giá hàng,

M là thu nhập của người tiêu dùng,

q là mức giá chung của các yếu tố sản xuất được sử dụng để sản xuất hàng hóa.

Với mô hình trên:

- a. Có ý kiến cho rằng hàng hóa trên là hàng thông thường. Hãy nhận xét ý kiến này.
- b. Có ý kiến cho rằng khi giá hàng và thu nhập tăng cùng tỷ lệ thì mức cầu không đổi. Hãy nhận xét ý kiến này.
- c. Hãy phân tích tác động của thu nhập, của mức giá chung của các yếu tố sản xuất tới mức giá cân bằng.
- d. Nếu Nhà nước đánh thuế vào việc sản xuất và tiêu thụ loại hàng trên, hãy phân tích tác động của thuế đối với người sản xuất và người tiêu dùng.

7. Trong thị trường cạnh tranh hoàn hảo

có hàm cầu là: $P = 80 - 2Q^2$

và hàm cung là: $P = -2 + 0,5 Q^2$

- a. Hãy xác định giá và lượng cân bằng. Hãy xác định phúc lợi xã hội, thặng dư sản xuất và tiêu dùng.
- b. Nếu Nhà nước đánh thuế t (ngàn đồng) trên 1 đơn vị sản phẩm bán ra thì với t bằng bao nhiêu doanh thu thuế của Nhà nước sẽ lớn nhất?
- c. Với kết quả ở b. hãy xác định khoản mất trong phúc lợi khi có thuế.

8. Trong thị trường cạnh tranh hoàn hảo

có hàm cầu: $P = 180 - 0,5 Q^2$

và hàm cung: $P = 30 + 2 Q^2$

- a. Hãy xác định giá và lượng cân bằng. Hãy xác định phúc lợi xã hội, thặng dư sản xuất và tiêu dùng.
- b. Nếu Nhà nước đánh thuế t (ngàn đồng) trên 1 đơn vị sản phẩm bán ra thì với t bằng bao nhiêu doanh thu thuế của Nhà nước sẽ lớn nhất? Phải chăng thuế t tăng 2% thì giá bán sản phẩm trên thị trường tăng 2%?
- c. Với kết quả ở b. hãy xác định khoản mất trong phúc lợi khi có thuế.

9. Mức cầu về tiền (MD) của một quốc gia có liên quan tới mức giá cả (p), lãi suất (r), mức sản lượng (GDP) của quốc gia đó và có dạng:

$$MD = 0,5 p^{1,2} r^{-0,5} GDP^{0,8}$$

Mức cung về tiền (MS) của quốc gia đó là $MS = M_0$.

a. Hãy xác định mức cầu, mức cung thực tế về tiền của của quốc gia trên. Tính độ co giãn của mức cầu tiền tệ theo lãi suất và cho biết ý nghĩa.

b. Mức sản lượng ứng với tình huống cân bằng trên thị trường tiền tệ liên quan tới những nhân tố nào? Hãy xem xét tác động của chính sách tiền tệ (tác động của mức cung tiền tệ) đối với mức sản lượng.

10. Mức cầu (D) và mức cung (S) về một loại hàng có dạng như sau:

$$D = 0,6M - 0,2p + 30.$$

$$S = - 50 + 0,2 (p - t)$$

trong đó:

M: thu nhập,

p: giá hàng,

t: thuế

a. Hàng hoá trên có phải là hàng cấp thấp không? Hàng thiết yếu? Vì sao?

b. Nếu thu nhập và giá hàng cùng tăng một lượng (tuyệt đối) như nhau thì mức cầu sẽ biến động như thế nào?

c. Hãy phân tích tác động của thu nhập M, của thuế t tới giá cân bằng và lượng cân bằng. Nếu chính phủ muốn ổn định giá thì có những cách nào?

11. Mức cầu về ngoại tệ (MD) và mức cung ngoại tệ (MS) của một quốc gia có liên quan tới tỉ giá hối đoái (p), lãi suất (r), lượng vốn đầu tư của nước ngoài FI, mức sản lượng (GDP) của quốc gia đó và có dạng:

$$MD = 0,5 p^{1,2} r^{0,5} GDP^{0,8}$$

$$MS = 2,1 p^{-0,8} r^{0,4} FI^{0,7} GDP^{0,5}$$

a. Tính độ co giãn của mức cầu ngoại tệ theo tỉ giá hối đoái, theo lãi suất và cho biết ý nghĩa.

b. Có ý kiến cho rằng nếu nhà nước muốn ổn định mức cầu ngoại tệ và mức sản lượng thì có thể cho phá giá nội tệ 10% (tăng tỉ giá hối đoái 10%) đồng thời tăng lãi suất 15%. Hãy nhận xét ý kiến này.

c. Hãy phân tích tác động của chính sách tỉ giá hối đoái, của chính sách tài chính tới tăng trưởng kinh tế và đầu tư của nước ngoài.

12. Số thu về thuế của một quốc gia có dạng $T = 0,54 K^{0,3} L^{0,1} NX^{0,04}$; trong đó T: số thuế thu, K: vốn đầu tư, L: thu nhập, NX: xuất khẩu ròng. Chi tiêu của chính phủ G có dạng $G = 1,2 K^{0,1} L^{0,15}$

a. Có ý kiến cho rằng nếu mức xuất khẩu ròng tăng 5% thì mặc dù vốn đầu tư giảm 10% nhưng số thuế thu vẫn không đổi, cho biết điều đó đúng hay sai?

b. Cho nhịp tăng trưởng của $NX=2\%$, $K=4\%$, $L=-10\%$. Xác định nhịp tăng trưởng của T .

c. Hãy phân tích tác động của vốn đầu tư tới cân cân thương mại.

13. Mức cung (S) và mức cầu (D) về một loại hàng có dạng như sau:

$$S = 0,6p^{2,5} t^{-1,5}$$

$$D = 2,2 p^{-0,8} M^{0,5}$$

trong đó:

p : giá hàng,

t : thuế suất thuế VAT,

M là thu nhập của người tiêu dùng.

a. Có ý kiến cho rằng do lạm phát, giá cả tăng 10% nên để ổn định mức cung, nhà nước cần hạ thuế suất 10%. Hãy nhận xét ý kiến này.

b. Nếu giá p lại phụ thuộc vào thuế suất t và có dạng: $p = 0,2 t^{0,2}$, đồng thời thu nhập phụ thuộc giá và có dạng $M = M(p)$ với $dM/dp < 0$. Hãy phân tích tác động (tuyệt đối) của thuế suất t tới mức cung, tới giá cân bằng và lượng cân bằng.

14. Tiết kiệm của dân cư (S) và đầu tư (I) phụ thuộc vào thu nhập (Y) và lãi suất (r) có dạng sau: $S = a Y^{0,03} r^{0,3}$, $I = b Y^{0,1} r^{-0,5}$ trong đó $a, b > 0$.

a. Có ý kiến cho rằng nếu thu nhập và lãi suất tăng cùng tỉ lệ thì tiết kiệm không đổi. Hãy nhận xét ý kiến này.

b. Trong trường hợp thu nhập không thay đổi, nếu muốn tăng 10% đầu tư thì phải điều chỉnh lãi suất như thế nào?

c. Hãy phân tích tác động của chính sách tài chính (thông qua việc thay đổi lãi suất) đối với thu nhập ở trạng thái cân bằng đầu tư - tiết kiệm.

15. Hàm cung (S) và hàm cầu (D) về một loại hàng có dạng như sau:

$$D = 0,2M - 0,3 p + 8$$

$$S = 0,7p - 15$$

trong đó:

M : thu nhập của người tiêu dùng,

p : giá hàng.

a. Có ý kiến cho rằng lượng cân bằng không phụ thuộc vào thu nhập M , hãy nhận xét ý kiến này.

b. Tính hệ số co giãn của giá cân bằng theo M tại $M=60$ và giải thích ý nghĩa kinh tế của kết quả.

c. Nếu chính phủ đánh thuế thu nhập với thuế suất t như nhau với mọi khoản thu nhập. Hãy phân tích tác động của thuế thu nhập tới giá cân bằng.

16. Giả sử có 2 tác nhân và 2 hàng hóa với các hàm lợi ích có dạng $U^1(x,y) = U^2(x,y)=xy$. Cho vectơ nguồn ban đầu của tác nhân $e^1=(2,1)$; $e^2=(1,2)$.

a. Hãy sử dụng mô hình hộp Edgeworth để mô tả sự trao đổi: tác nhân 1 đổi 1/2 đơn vị hàng hóa 1 lấy 1/2 đơn vị hàng hóa 2 của tác nhân 2. Sự trao đổi này có phải là tối ưu Pareto? Hãy tính giá cân bằng của 2 hàng hóa (cho hàng hóa 2 là đơn vị hạch toán).

b. Giả sử có tác nhân thứ 3 đề nghị trao đổi 2 đơn vị hàng hóa 1 lấy 1 đơn vị hàng hóa 2. hãy tính thu nhập và vectơ tiêu dùng tối ưu đối với tác nhân 1, 2 theo mức giá này. Nếu vectơ nguồn ban đầu của tác nhân là $e^1=(1,5;1,5)$; $e^2=(1,5;1,5)$, khi đó các tác nhân có thực hiện trao đổi?

17. Giả sử có 2 tác nhân 1, 2 với các hàm lợi ích (hoặc hàm lợi ích gián tiếp) và véc tơ nguồn cho trước, hãy xác định điểm cân bằng Walras trong các trường hợp sau:

a. $U_1(x_1, x_2) = a \ln x_1 + (1-a) \ln x_2$

với $0 < a < 1$; $U_2 = \text{Min}(x_1, x_2)$; $e_1 = (0,1)$; $e_2 = (1,0)$

b. $v_1(p, M) = \ln M - a \ln p_1 - (1-a) \ln p_2$

$v_2(p, M) = \ln M - b \ln p_1 - (1-b) \ln p_2$ với $0 < a, b < 1$;

M : thu nhập, p_1, p_2 : giá hàng hoá 1,2

$e_1 = (1,1)$; $e_2 = (1,1)$

18. Xét mô hình thu nhập quốc dân:

$$Y = C + I + G + X - M$$

$$C = \beta Y_d \quad (0 < \beta < 1)$$

$$M = \rho Y_d \quad (0 < \rho < 1)$$

$$Y_d = (1 - t) Y$$

trong đó Y : thu nhập quốc dân, C : tiêu dùng, I : đầu tư, G : chi tiêu của chính phủ, X : xuất khẩu, M : nhập khẩu, t : thuế suất thuế thu nhập, β, ρ : các tham số.

a. Vẽ sơ đồ hệ thống của mô hình. Với $\beta = 0,80$; $\rho = 0,2$; $G = 400$; $I = 250$; $X = 250$; $t=0,1$, hãy xác định thu nhập quốc dân và tình trạng ngân sách ở tình huống cân bằng.

b. Với các chỉ tiêu ở câu a, có ý kiến cho rằng nếu giảm 10% xuất khẩu thì chính phủ có thể tăng chi tiêu 10% mà không ảnh hưởng tới thu nhập quốc dân ở tình huống cân bằng. Hãy nhận xét ý kiến này.

c. Hãy phân tích và so sánh tác động của các công cụ trong chính sách tài khóa của chính phủ tới tăng trưởng kinh tế.

19. Xét mô hình thu nhập quốc dân:

$$Y = C + I + G + X - M$$

$$C = \beta Y_d \quad (0 < \beta < 1)$$

$$M = \rho Y_d \quad (0 < \rho < 1)$$

$$Y_d = (1 - t) Y$$

trong đó:

Y: thu nhập quốc dân,

C: tiêu dùng, I: đầu tư,

G: chi tiêu của chính phủ,

X: xuất khẩu,

M: nhập khẩu,

t: thuế suất thuế thu nhập,

β, ρ : các tham số.

a. Với $\beta = 0,85$; $\rho = 0,3$; $G = 500$; $I = 200$; $X = 150$; $t = 0,1$, hãy xác định thu nhập quốc dân, cán cân thương mại ở tình huống cân bằng.

b. Với các chỉ tiêu ở câu a, có ý kiến cho rằng nếu chính phủ tăng thuế suất 10% thì có thể tăng chi tiêu 10% mà không ảnh hưởng tới thu nhập quốc dân ở tình huống cân bằng. Hãy nhận xét ý kiến này.

c. Hãy phân tích tác động của chính sách thuế tới cán cân thương mại.

20. Xét mô hình IS:

$$Y = C + I + G$$

$$C = 0,75 Y_d + 50$$

$$I = 300 - 1000r$$

$$Y_d = Y - T$$

trong đó:

Y: thu nhập quốc dân,

C: tiêu dùng của dân cư,

Y_d : thu nhập khả dụng,

I: đầu tư, G: chi tiêu của chính phủ,

T: thuế,

r: mức lãi suất. Với $G = 550$;

$T = 500$, hãy:

- a. Vẽ sơ đồ hệ thống của mô hình. Xác định mối quan hệ Y và mức lãi suất để đảm bảo trạng thái cân bằng (xác định đường IS).
- b. Phân tích chủ trương “kích cầu” của chính phủ thông qua chính sách giảm lãi suất.
- c. Phân tích chủ trương “kích cầu” của chính phủ thông qua chính sách giảm thuế và so sánh với biện pháp ở câu b.

21. Cho mô hình:

$$Y = C + I + G + NX$$

$$C = 20 + 0,75 Y_d$$

$$G = 20 + 0,1 Y$$

$$Y_d = (1 - t) Y$$

trong đó:

Y : thu nhập quốc dân,

C : tiêu dùng của dân cư,

Y_d : thu nhập khả dụng,

I : đầu tư (độc lập),

G : chi tiêu của chính phủ,

NX : xuất khẩu ròng,

t : thuế suất thuế thu nhập. Với $NX=15$; $I=25$:

- a. Vẽ sơ đồ hệ thống của mô hình. Nếu nhà nước muốn cân đối ngân sách thì phải định thuế suất là bao nhiêu?
- b. Có ý kiến cho rằng việc gia tăng đầu tư I không ảnh hưởng tới tình huống cân đối ngân sách ở câu a, hãy nhận xét ý kiến này.
- c. Phân tích tác động của chính sách thuế, của cán cân thương mại tới đầu tư.

22. Cho mô hình:

$$Y = C + I + G$$

$$C = 0,85 Y_d + 70$$

$$Y_d = Y - T$$

trong đó:

Y : thu nhập quốc dân,

C : tiêu dùng của dân cư,

Y_d : thu nhập khả dụng,

I : đầu tư,

G: chi tiêu của chính phủ,

T: thuế. Với $I = 200$, $G = 550$; $T = 500$. Hãy:

- Xác định thu nhập quốc dân ở trạng thái cân bằng.
- Phân tích chủ trương “ kích cầu “ của chính phủ thông qua chính sách giảm thuế.
- Phân tích chủ trương “ kích cầu “ của chính phủ thông qua chính sách tăng chi tiêu và so sánh với câu b.

23. Xét mô hình kinh tế vĩ mô (đóng):

$C = 100 + 0,8 Y_d$, $Y_d = Y - T$, $I = 200 - 1000r$, $L = Y - 10000r$ trong đó Y : thu nhập quốc dân, C : tiêu dùng của dân cư, Y_d : thu nhập khả dụng, I : đầu tư, G : chi tiêu của chính phủ, T : thuế, r : lãi suất, L : mức cầu tiền thực tế. Cho $G = 550$, $T = 500$, mức cung tiền thực tế $M_0/p = 900$.

- Vẽ sơ đồ hệ thống của mô hình. Viết các phương trình đường IS, LM.
- Xác định giá trị của các biến nội sinh tại trạng thái cân bằng.
- Nếu đầu tư tự định giảm 90 đơn vị thì khi đó:
 - các chỉ tiêu ở b. sẽ biến động như thế nào?
 - để đưa Y về mức cân bằng ban đầu cần điều chỉnh lượng cung tiền thực tế như thế nào?

24. Xét mô hình kinh tế vĩ mô (đóng):

$C = 90 + 0,9 Y_d$, $Y_d = Y - tY$, $I = 200 - 1000r$, $L = Y - 10000r$. trong đó Y : thu nhập quốc dân, C : tiêu dùng của dân cư, Y_d : thu nhập khả dụng, I : đầu tư, G : chi tiêu của chính phủ, t : thuế suất, r : lãi suất, L : mức cầu tiền thực tế. Cho $G = 700$, $t = 20\%$, mức cung tiền thực tế $M_0/p = 500$.

- Tính đầu tư I và thâm hụt ngân sách ở trạng thái cân bằng.
- Nếu muốn giữ cân bằng ngân sách thì lượng cung tiền thực tế phải thay đổi như thế nào?

25. Cho mô hình cân bằng thu nhập quốc dân:

$$S(Y) + T(Y) = I(Y) + G_0 \quad \text{với } S', T', I' > 0; S' + T' > I'$$

trong đó:

- S là tiết kiệm;
- T là thuế;
- I là đầu tư G_0 là tiêu dùng của chính phủ.

- Vẽ sơ đồ hệ thống của mô hình. Giải thích ý nghĩa kinh tế của mô hình và ý nghĩa kinh tế của các đạo hàm bậc nhất S', T', I' .

b. Phân tích tác động của các công cụ trong chính sách tài khóa tới thu nhập cân bằng \bar{Y} và so sánh.

26. Xét mô hình cân bằng vĩ mô:

$$Y = C(Y) + I(r) + G_0$$

$$kY + L(r) = M_0$$

trong đó Y: TNQD, C: tiêu dùng, I: đầu tư, G_0 : chi tiêu của chính phủ, L: cầu đầu cơ về tiền tệ, M_0 : mức cung tiền tệ, $k > 0$ là hằng số, đồng thời có các giả thiết: $0 < C_Y < 1$, $I_r < 0$, $L_r < 0$.

a. Vẽ sơ đồ hệ thống của mô hình. Hãy giải thích ý nghĩa của các phương trình, các giả thiết.

b. Xác định các đường IS - LM.

c. Phân tích tác động của chính sách tài khóa, tiền tệ tới tổng cầu và so sánh.

27. Xét mô hình cân bằng vĩ mô:

$$I(r) + EX_0 = S(Y, r) + IM(Y)$$

$$L(Y, r) = M_0$$

trong đó Y: TNQD, S: tiết kiệm, I: đầu tư, EX_0 : xuất khẩu, IM: nhập khẩu, L: mức cầu về tiền tệ, M_0 : mức cung tiền tệ, r: lãi suất; đồng thời có các giả thiết: $0 < S_Y < 1$, $S_r > 0$, $I_r < 0$, $L_Y > 0$, $L_r < 0$, $0 < IM_Y < 1$.

a. Hãy giải thích ý nghĩa của các phương trình, các giả thiết.

b. Xác định các đường IS - LM.

c. Phân tích tác động của xuất khẩu, của chính sách tiền tệ tới tổng cầu và so sánh.

28. Xét mô hình cân bằng vĩ mô:

$$Y = C(Y_d, r) + I(r) + G_0 + NX$$

$$NX = EX(Y, p) - IM(Y_d, p)$$

$$Y_d = (1 - t)Y$$

$$k(p).Y + L(r) = M_0$$

trong đó Y: TNQD, C: tiêu dùng, I: đầu tư, G_0 : chi tiêu của chính phủ, L: cầu đầu cơ về tiền tệ, M_0 : mức cung tiền tệ, EX: xuất khẩu, IM: nhập khẩu, p: mức giá cả chung, t: thuế suất, đồng thời có các giả thiết: $0 < C_Y < 1$, $C_r < 0$, $I_r < 0$, $EX_Y > 0$, $EX_p < 0$, $IM_Y > 0$, $IM_p > 0$, $L_r < 0$, $k_p > 0$, $0 < t < 1$.

a. Vẽ sơ đồ hệ thống của mô hình. Hãy giải thích ý nghĩa của các phương trình, các giả thiết.

- b. Xác định các đường IS - LM.
 - c. Phân tích tác động của chính sách tài khóa, tiền tệ tới tổng cầu và so sánh.
29. Xét mô hình IS - LM dạng tuyến tính loga.
- a. Vẽ sơ đồ hệ thống của mô hình.
 - b. Xác định các nhân tử ứng với mô hình IS, LM và IS - LM.
 - c. *Thực hành* ước lượng mô hình với số liệu của Việt nam (có thể định dạng lại mô hình cho phù hợp).
30. *Bài tập thực hành*: sử dụng số liệu của Việt nam để ước lượng mô hình IS - LM theo các cách:
- Ước lượng riêng rẽ các hàm tiêu dùng, đầu tư, xuất, nhập khẩu, chi tiêu, cầu tiền.
 - Ước lượng đồng thời các phương trình trong mô hình.
 - Ước lượng mô hình VAR tương ứng với mô hình.
 - Hãy so sánh và phân tích các kết quả.

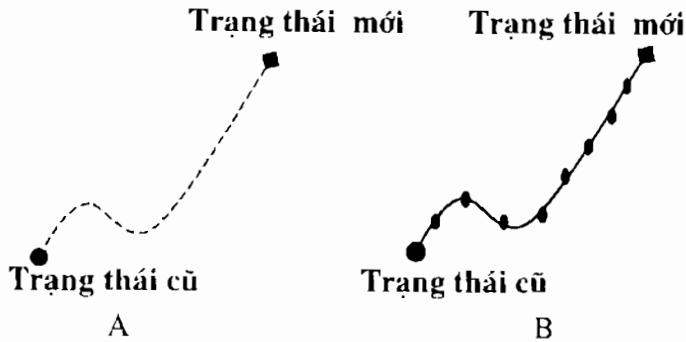
Chương IV

MÔ HÌNH KINH TẾ ĐỘNG

§1. GIỚI THIỆU CHUNG VỀ MÔ HÌNH ĐỘNG VÀ PHÂN TÍCH ĐỘNG THÁI

I. ĐỘNG THÁI CỦA CÁC QUÁ TRÌNH HOẠT ĐỘNG KINH TẾ

Trong các chương II, III các đối tượng: hộ gia đình, doanh nghiệp, thị trường đã được mô hình hoá và hoạt động của chúng được phân tích tại một thời điểm cố định. Như vậy các phân tích so sánh tĩnh đều được ngầm định rằng: trạng thái tối ưu (trong các mô hình tối ưu), trạng thái cân bằng (trong các mô hình cân bằng) sẽ được tái lập khi các biến ngoại sinh của mô hình thay đổi. Phân tích so sánh tĩnh về thực chất chỉ là phân tích sự khác biệt về mặt định lượng giữa trạng thái mới và cũ mà không đề cập tới *quá trình vận động, chuyển biến* từ trạng thái cũ đến trạng thái mới. Trong thực tế, các hoạt động kinh tế của tác nhân diễn ra thường xuyên theo thời gian và theo thời gian các điều kiện của bản thân tác nhân, của môi trường liên quan đều biến động và thay đổi dẫn tới sự thay đổi không ngừng trong các quyết định của tác nhân. Như vậy hoạt động kinh tế của tác nhân sẽ diễn ra theo thời gian, tạo thành các *quá trình hoạt động*. Sự vận động, biến đổi của các quá trình hoạt động kinh tế theo thời gian gọi là “*động thái của quá trình*”. Để phản ánh xác thực hơn đối tượng - tác nhân kinh tế - trong sự vận động và phát triển chúng ta cần xây dựng các *mô hình kinh tế động* trong đó yếu tố thời gian (biến thời gian) sẽ xuất hiện một cách tường minh hoặc ẩn với tư cách là biến ngoại sinh của mô hình. Có thể coi việc xây dựng và phân tích các mô hình tĩnh như việc ta “chụp ảnh” đối tượng còn đối với mô hình động tương tự như việc “quay phim”. Ta có thể minh hoạ quan niệm này qua hình 4-1.



HÌNH 4 - 1

Như trên hình vẽ minh họa, trường hợp A ứng với việc xét mô hình tĩnh, ta chỉ quan tâm tới trạng thái cũ và mới của đối tượng. Trường hợp B ứng với mô hình động, ta không những quan tâm tới các trạng thái cũ và mới mà cả quá trình biến đổi (liên tục hoặc rời rạc) giữa hai trạng thái này.

II. CẤU TRÚC MÔ HÌNH ĐỘNG

Như ta đã biết trong §6.I.1 của chương I, muốn tìm hiểu và phân tích đối tượng trong quá trình vận động theo thời gian ta cần xác định các *biến trạng thái* của mô hình mô tả đối tượng. Biến trạng thái tại mỗi thời điểm t - ký hiệu là $y(t)$ - có thể coi là một điểm trong không gian pha (không gian trạng thái) và đặc trưng cho đối tượng tại một *vị trí* trong không gian pha. Trong mỗi mô hình cụ thể, ta có thể nhận biết biến trạng thái bằng cách xét biến nội sinh ‘đặc biệt’ theo nghĩa: nếu biết giá trị của biến này ta sẽ xác định giá trị của các biến nội sinh khác. Chú ý rằng có thể $y(t)$ là một vectơ nếu như mô hình có nhiều biến trạng thái.

Cũng giống như trong cơ học, việc xác định trạng thái của đối tượng tại mỗi thời điểm - vị trí của đối tượng trong không gian pha - đòi hỏi các thông tin về:

- trạng thái ban đầu (điểm xuất phát) của đối tượng
- quy luật vận động của đối tượng.

Nếu cho $t = 0$ là thời điểm bắt đầu xem xét đối tượng, khi đó điều kiện $y(0) = y_0$ với y_0 cho trước sẽ xác định trạng thái xuất phát. Điều kiện này gọi là “điều kiện ban đầu”.

Quy luật vận động của đối tượng có thể được đặc trưng bởi xu hướng,

quy luật biến đổi theo thời gian của biến trạng thái. Xu hướng này bao gồm thông tin về tốc độ biến động, gia tốc... Để mô tả tốc độ biến động tức thời và các đặc tính khác của quy luật vận động có thể sử dụng đạo hàm cấp 1, cấp 2 của biến trạng thái theo thời gian t . Một cách quy ước ta sẽ ký hiệu \dot{y} , \ddot{y} là đạo hàm (hoặc vectơ các đạo hàm) cấp 1, cấp 2 của $y(t)$ theo t . Các biến \dot{y} , \ddot{y} liên hệ với y và các biến khác có trong mô hình tạo thành các phương trình vi phân nếu xét thời gian t liên tục, hoặc phương trình sai phân nếu t rời rạc. Như vậy việc đưa thêm vào mô hình phương trình vi phân (hoặc sai phân) với điều kiện ban đầu (còn gọi là điều kiện biên) sẽ mô tả bản thân đối tượng cùng sự vận động của nó theo thời gian. Xét về mặt cấu trúc, mô hình động khác mô hình tĩnh ở chỗ sẽ có thêm các hệ thức toán học dưới dạng phương trình vi phân (hoặc sai phân) của các biến trạng thái.

III. PHÂN TÍCH MÔ HÌNH ĐỘNG - PHÂN TÍCH ĐỘNG THÁI

Việc phân tích mô hình kinh tế động - phân tích động thái của các quá trình kinh tế bao gồm các nội dung:

1. Giải mô hình

Trong mô hình kinh tế động có các phương trình vi phân của các biến trạng thái vì vậy để giải mô hình cần tìm nghiệm của phương trình vi phân với điều kiện ban đầu cho trước. Sau khi tìm được nghiệm $y(t)$ - xác định được quỹ đạo theo thời gian của biến trạng thái. Từ các hệ thức khác có trong mô hình ta sẽ xác định được quỹ đạo của các biến nội sinh khác. Trong số các quỹ đạo biến trạng thái y có thể có quỹ đạo $y^*(t)$ có những đặc điểm riêng liên quan tới mục đích sử dụng mô hình, ví dụ như tính chất cân bằng, tính chất tối ưu, hiệu quả... và ta cần phải tìm quỹ đạo có đặc tính này và xác định các đặc trưng của nó.

2. Phân tích tính ổn định của quỹ đạo

Khái niệm tính ổn định của đối tượng cũng giống như khái niệm cân bằng, đối với mỗi người nghiên cứu rất dễ hiểu và cảm nhận về mặt trực giác. Tuy nhiên khái niệm này cần phải được xác định trong từng trường hợp cụ thể tùy thuộc vào nội dung thực tiễn của mô hình liên quan và mục đích nghiên cứu. Phân trên ta đã đề cập tới quỹ đạo đặc biệt y^* , trong các mô hình kinh tế, quỹ đạo này thường được gọi là *quỹ đạo cân bằng*. Nếu y^* là hằng số (không phụ thuộc thời gian t) thì nó được gọi là *quỹ đạo cân bằng liên thời*. Nếu y^* phụ thuộc thời gian t thì $y^*(t)$ được gọi là *quỹ đạo cân bằng động*.

Quy đạo cân bằng y^* thường có nhiều đặc tính đáng quan tâm trong nhiều ứng dụng kinh tế vì vậy vấn đề ổn định của các quy đạo khác và do đó là vấn đề ổn định của mô hình được quan niệm như sau:

- Nếu đối tượng đang vận động theo quy đạo $y(t)$ khác với quy đạo cân bằng y^* thì với thời gian trôi đi đủ lớn đối tượng có chuyển sang quy đạo y^* ? Nói cách khác nếu đối tượng đang ở trạng thái khác với trạng thái ta mong muốn, liệu trong quá trình tự thân vận động đối tượng có hướng về trạng thái mong muốn hay không?. Về mặt toán học có nghĩa là quy đạo $y(t)$ có hội tụ tới y^* khi $t \rightarrow +\infty$? Nếu $y(t)$ hội tụ tới y^* khi $t \rightarrow +\infty$ thì quy đạo y^* gọi là *quy đạo ổn định*. Nếu với điều kiện ban đầu $y(0) = y_0$ bất kỳ, mọi quy đạo $y(t)$ của mô hình đều hội tụ tới y^* khi $t \rightarrow +\infty$ thì mô hình (hệ thống) gọi là *ổn định (toàn cục)*.

Nếu $y(t)$ là hàm số, y^* là hằng số thì sự hội tụ được quan niệm là:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = y^* .$$

Nếu $y(t)$ và $y^*(t)$ là hàm số của t thì sự hội tụ được quan niệm là:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |y(t) - y^*(t)| = 0 .$$

Nếu $y(t)$ và $y^*(t)$ là vectơ hàm số thì sự hội tụ được quan niệm là:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|y(t) - y^*(t)\| = 0 .$$

Thí dụ 4.1

Giả sử trên thị trường ta có hàm cung S , hàm cầu D và giá hàng hoá p như sau:

$$D = a - bp \quad (a, b > 0)$$

$$S = -c + dp \quad (c, d > 0)$$

Từ điều kiện cân bằng: $D = S$ ta có giá cân bằng: $p^* = \frac{a+c}{b+d}$ (4.1)

Nếu tại thời điểm xuất phát $t = 0$ ta đã có $p(0) = p^*$ thì thị trường ở trạng thái cân bằng. Nếu $p(0) \neq p^*$ thì thị trường sẽ điều chỉnh mức giá và do đó cả mức cung và mức cầu. Như vậy p, S và D đều thay đổi theo thời gian t . Mức giá $p(t)$ điều chỉnh như thế nào theo t ? và trải qua thời gian quy đạo giá $p(t)$ có hội tụ tới giá cân bằng p^* ?

Giả sử mức dư cầu tại t quyết định sự thay đổi của giá cả p và quan hệ này có dạng:

$$\dot{p} = k(D - S) \text{ với } k > 0 \quad (4.2)$$

Để ý rằng $\dot{p} = 0$ khi và chỉ khi $D = S$ tức là $p(t) \equiv p^*$. Nói cách khác giá p sẽ không còn biến động khi và chỉ khi thị trường ở trạng thái cân bằng, quỹ đạo giá đặc biệt $p(t) \equiv p^*$ của giá $p(t)$ gọi là *giá cân bằng liên thời*.

Thay các hàm cung cầu vào phương trình vi phân (4.2) ta có:

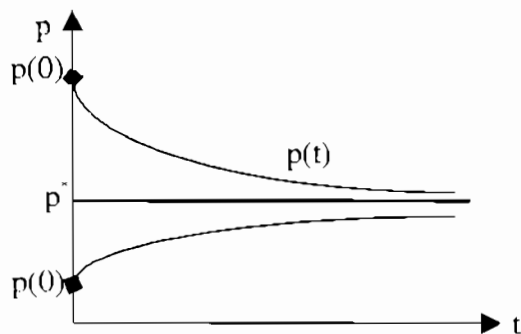
$$\dot{p} + k(b + d)p = k(a + c)$$

Phương trình trên là phương trình vi phân tuyến tính với hệ số là hằng số nên có thể dễ dàng giải và cho nghiệm:

$$p(t) = (p(0) - p^*)e^{-k(b+d)t} + p^* \quad (4.3)$$

Biểu thức (4.3) là quỹ đạo giá thị trường tại thời điểm t .

Rõ ràng p^* là mức giá đặc biệt vì nếu giá thị trường ở mức này thì cung, cầu cân đối. Do $k(b+d) > 0$ nên khi $t \rightarrow \infty$, $p(t)$ hội tụ tới giá cân bằng p^* . Ta có hình 4-2 minh hoạ.



HÌNH 4 - 2

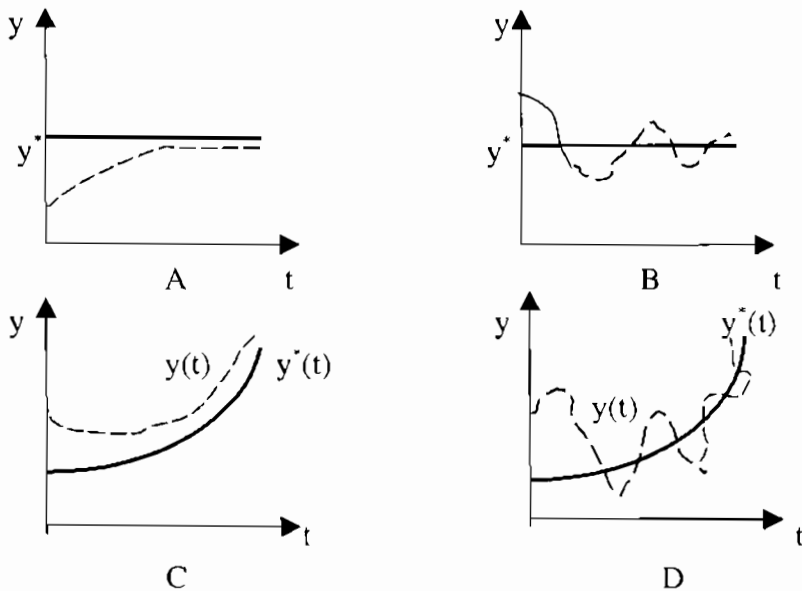
Nếu $p(0) > p^*$ thì quỹ đạo giá $p(t)$ sẽ hội tụ tới p^* theo hướng từ trên xuống (giá giảm liên tục).

Nếu $p(0) < p^*$ thì quỹ đạo giá $p(t)$ sẽ hội tụ tới p^* theo hướng từ dưới lên (giá tăng liên tục).

Như vậy mô hình cân bằng thị trường với phương trình (4.2) là ổn định.

3. Đặc điểm của quá trình hội tụ

Từ thí dụ trên ta thấy $p(t) - p^* = (p(0) - p^*)e^{-k(b+d)t}$ và đó chính là sự sai lệch giữa quỹ đạo $p(t)$ và quỹ đạo cân bằng p^* . Điều kiện hội tụ của quỹ đạo $p(t)$ tới p^* là theo thời gian sự sai lệch này phải giảm dần tới không và điều này liên quan tới hệ số $k(b+d)$. Trong thực tế có thể sự sai lệch giữa quỹ đạo $y(t)$ và y^* - hiệu số $y(t) - y^*$ chỉ mang một loại dấu do đó nếu $y(t)$ hội tụ đến y^* thì sự hội tụ này không có dao động. Nếu $y(t) - y^*$ có thay đổi dấu theo t thì sự hội tụ (nếu có) sẽ là hội tụ có dao động. Ta có thể minh họa trên hình 4-3.



HÌNH 4 - 3

Trên hình 4-3 các trường hợp A,C là sự ổn định không có dao động, trường hợp B,D là có dao động

IV. MỘT SỐ CÔNG CỤ TOÁN SỬ DỤNG PHÂN TÍCH ĐỘNG THÁI

Trong quá trình phân tích động thái của mô hình động, công việc chủ yếu là giải phương trình vi phân (hoặc sai phân) và xét tính ổn định của nghiệm. Mặt khác trong các ứng dụng kinh tế của mô hình động, thông thường chỉ có phương trình vi phân thường, tuyến tính cấp 1, 2 với hệ số hằng sẽ xuất hiện nên ta sẽ tóm tắt một số kết quả của lý thuyết phương trình

vi phân liên quan sẽ sử dụng trong các phần sau.

1. Một số công thức tìm nghiệm của phương trình vi phân và sai phân dạng đơn giản

Trong phần này ta sẽ tóm tắt một số công thức tính nghiệm của phương trình (vi, sai phân) tuyến tính cấp 1,2 với hệ số hằng. Trong các ứng dụng thực tế, *ng nghiệm riêng* y^* của phương trình gọi là *ng nghiệm cân bằng*.

a. Phương trình vi phân cấp 1

Xét phương trình vi phân có dạng:

$$\dot{y} + ay = b \tag{4.4}$$

với điều kiện ban đầu $y(0) = y_0$.

+ Nếu $a \neq 0$ thì nghiệm của (4.4) là:

$$y(t) = \left[y_0 - \frac{b}{a} \right] e^{-at} + \frac{b}{a} \tag{4.5}$$

trong đó $y^* = b/a$ là nghiệm riêng của phương trình.

+ Nếu $a = 0$ thì nghiệm của (4.4) là:

$$y(t) = y_0 + bt \tag{4.6}$$

b. Phương trình sai phân cấp 1

Trong thực tế, việc đo lường và phân tích các biến số được thực hiện rời rạc theo thời gian: theo giờ, ngày, tháng, năm, kỳ, phiên...với các chu kỳ đều đặn. Bởi vậy khi đề cập tới sự biến động theo thời gian (theo từng chu kỳ) của biến số ta sẽ có phương trình sai phân. Phương trình sai phân tuyến tính cấp 1 với hệ số hằng có dạng:

$$y_{t+1} + ay_t = b \tag{4.7}$$

Với điều kiện ban đầu $y(0) = y_0$:

+ Nếu $a \neq -1$ thì nghiệm là:

$$y(t) = \left[y_0 - \frac{b}{1+a} \right] (-a)^t + \frac{b}{1+a} \tag{4.8}$$

trong đó $y^* = \frac{b}{1+a}$ là nghiệm riêng của (4.7)

+ Nếu $a = -1$ thì nghiệm là:

$$y(t) = y_0 + bt \tag{4.9}$$

c. Phương trình vi phân cấp 2

Xét phương trình vi phân cấp 2:

$$\ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = b \tag{4.10}$$

với các điều kiện ban đầu $y(0) = y_0, \dot{y}(0) = y_{01}$.

Nghiệm tổng quát của phương trình (4.10) có dạng:

$y(t) = y_p + y_c$ với y_p là nghiệm riêng của (4.10) và y_c là nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất liên kết với (4.10). Ta sẽ tóm tắt các công thức tìm y_p và y_c .

1. Xác định nghiệm riêng y_p

- Nếu $a_0 \neq 0$ thì
$$y_p(t) = -\frac{b}{a_0} \tag{4.11}$$

- Nếu $a_0 = 0, a_1 \neq 0$ thì
$$y_p(t) = \frac{b}{a_1} t \tag{4.12}$$

- Nếu $a_0 = 0, a_1 = 0$ thì
$$y_p(t) = \frac{b}{2} t^2 \tag{4.12'}$$

2. Xác định nghiệm y_c

- Giải phương trình đặc trưng: $r^2 + a_1 r + a_0 = 0 \tag{4.13}$

- Nếu (4.13) có 2 nghiệm thực riêng biệt r_1, r_2 (nếu $a_1^2 > 4a_0$):

$$y_c(t) = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t} \tag{4.14}$$

các hằng số A_1, A_2 được tính từ 2 điều kiện ban đầu.

- Nếu (4.13) có nghiệm kép r (nếu $a_1^2 = 4a_0$):

$$y_c(t) = A_1 e^{rt} + A_2 e^{rt} t \tag{4.15}$$

các hằng số A_1, A_2 được tính từ 2 điều kiện ban đầu.

- Nếu (4.13) có nghiệm phức (nếu $a_1^2 < 4a_0$):

Ký hiệu các nghiệm: $r_1, r_2 = h \pm v i$

với:
$$h = -\frac{1}{2} a_1$$

$$v = \frac{1}{2} \sqrt{4a_0 - a_1^2}$$

Khi đó
$$y_c(t) = e^{ht} (A_1 \cos vt + A_2 \sin vt) \quad (4.16)$$

d. Phương trình sai phân cấp 2

Xét phương trình
$$y_{t+2} + a_1 y_{t+1} + a_0 y_t = b \quad (4.17)$$

với điều kiện ban đầu $y(0) = y_0, y(1) = y_1$.

Nghiệm tổng quát của phương trình (4.17) có dạng: $y(t) = y_p + y_c$ với y_p là nghiệm riêng của (4.17) và y_c là nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất liên kết với (4.17). Ta sẽ tóm tắt các công thức tìm y_p và y_c .

1. Xác định nghiệm riêng y_p

- Nếu $1 + a_1 + a_0 \neq 0$:
$$y_p(t) = \frac{b}{1 + a_1 + a_0} \quad (4.18)$$

- Nếu $a_1 + a_0 = -1, a_1 \neq -2$:
$$y_p(t) = \frac{b}{a_1 + 2} t \quad (4.19)$$

- Nếu $a_1 + a_0 = -1, a_1 = -2$:
$$y_p(t) = \frac{b}{2} t^2 \quad (4.20)$$

2. Xác định nghiệm y_c

- Giải phương trình đặc trưng: $r^2 + a_1 r + a_0 = 0$

- Nếu phương trình có 2 nghiệm thực riêng biệt r_1, r_2 (nếu $a_1^2 > 4a_0$):

$$y_c(t) = A_1 r_1^t + A_2 r_2^t \quad (4.21)$$

các hằng số A_1, A_2 được tính từ 2 điều kiện ban đầu.

- Nếu có nghiệm kép $r = -\frac{a_1}{2}$ (nếu $a_1^2 = 4a_0$):

$$y_c(t) = A_1 r^t + A_2 r^t t \quad (4.22)$$

các hằng số A_1, A_2 được tính từ 2 điều kiện ban đầu.

- Nếu có nghiệm phức (nếu $a_1^2 < 4a_0$):

Ký hiệu các nghiệm: $r_1, r_2 = h \pm v i$

với:
$$h = -\frac{1}{2} a_1$$

$$v = \frac{1}{2} \sqrt{4a_0 - a_1^2} \quad \text{và } i \text{ là đơn vị ảo } (i^2 = -1)$$

Khi đó
$$y_c(t) = A_1 r_1^t + A_2 r_2^t \tag{4.23}$$

các hằng số A_1, A_2 được tính từ 2 điều kiện ban đầu.

2. Tính ổn định của quỹ đạo cân bằng

a. Quỹ đạo của phương trình cấp 1

1. Trường hợp phương trình vi phân

Nếu $a \neq 0$, quỹ đạo $y^*(t) = \frac{b}{a}$ gọi là quỹ đạo cân bằng liên thời (y^* là nghiệm riêng của (4.4)). Như vậy từ (4.5) suy ra y^* ổn định khi và chỉ khi $a > 0$.

Nếu $a = 0$, quỹ đạo $y^*(t) = bt$ gọi là quỹ đạo cân bằng (động). Từ (4.6) suy ra y^* ổn định khi và chỉ khi $y_0 = 0$.

2. Trường hợp phương trình sai phân

+ Nếu $a \neq -1$, do $y^*(t) = \frac{b}{1+a}$ là quỹ đạo cân bằng (liên thời) nên từ (4.8) suy ra y^* ổn định khi và chỉ khi $|a| < 1$.

Như vậy điều kiện ổn định của y^* chỉ phụ thuộc vào trị tuyệt đối của hệ số a . Dấu của a chỉ chi phối cách thức hội tụ (hoặc phân kỳ) của quỹ đạo $y(t)$ tới y^* . Nếu $-1 < a < 0$ thì $y(t)$ luôn nằm về một phía của y^* và hội tụ tới y^* . Nếu $0 < a < 1$ thì $y(t)$ hội tụ tới y^* dao động lên xuống quanh y^* qua mỗi chu kỳ.

+ Nếu $a = 0$, quỹ đạo $y^*(t) = bt$ là quỹ đạo cân bằng (động). Từ (4.9) suy ra y^* ổn định khi và chỉ khi $y_0 = 0$.

b. Quỹ đạo của phương trình cấp 2

1. Trường hợp phương trình vi phân

Nếu phương trình đặc trưng có các nghiệm thực âm hoặc phân thực của các nghiệm phức âm thì nghiệm cân bằng $y^* = y_p$ là ổn định.

2. Trường hợp phương trình sai phân

Điều kiện cần và đủ để nghiệm cân bằng $y^* = y_p$ ổn định là các nghiệm của phương trình đặc trưng (dù là nghiệm thực hay nghiệm phức) phải có trị tuyệt đối nhỏ hơn 1.

c. Phân tích ổn định khi không biết nghiệm tường minh

Trong trường hợp phương trình vi phân (hoặc hệ phương trình) cấp 1 có

dạng phi tuyến khá phức tạp mà ta không thể hoặc không cần thiết giải để tìm nghiệm tường minh nhưng vẫn muốn phân tích tính ổn định của nghiệm cân bằng thì có thể sử dụng phương pháp hàm Ljapunov hoặc sử dụng sơ đồ pha.

1. Sử dụng hàm Ljapunov

Xét phương trình $\dot{y} = f(t, y)$ với $f(t, 0) = 0$.

Định lý Ljapunov

Nếu tồn tại hàm $V(y)$ khả vi trong lân cận gốc tọa độ mà:

(i) $V(y) \geq 0$ với $y \neq 0$, $V(0) = 0$.

(ii) $\dot{V} \leq 0$ với $t \geq 0$.

Khi đó quỹ đạo $y(t) \equiv 0$ là ổn định.

Hàm $V(y)$ ở trên gọi là hàm Ljapunov.

Chú ý:

+ Định lý trên có thể áp dụng cả trong trường hợp hệ phương trình vi phân.

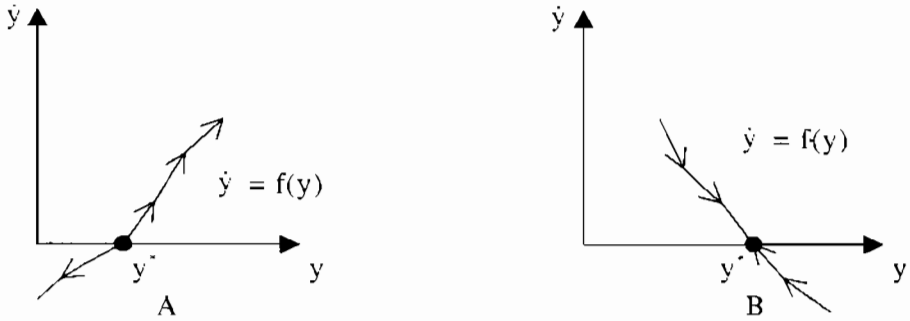
+ Nếu phương trình có nghiệm cân bằng là y^* khi đó bằng phép biến đổi $z = y - y^*$, việc xét tính ổn định của y^* tương đương với xét tính ổn định của $z \equiv 0$.

2. Sử dụng sơ đồ pha

a) Trường hợp phương trình vi phân

Xét phương trình $\dot{y} = f(y)$. Nếu coi đó như một hàm số với biến độc lập là y và vẽ đồ thị của hàm này ta được “sơ đồ pha”. Quỹ đạo cân bằng của phương trình vi phân (nếu có) sẽ thoả mãn điều kiện $\dot{y} = 0$, tức là sẽ ứng với một giao điểm của đồ thị với trục hoành. Phân tích vị trí tương đối của đồ thị (sơ đồ pha) ta có thể phân tích tính ổn định của nghiệm cân bằng. Ta có thể minh hoạ cách phân tích này trên hình 4-4.

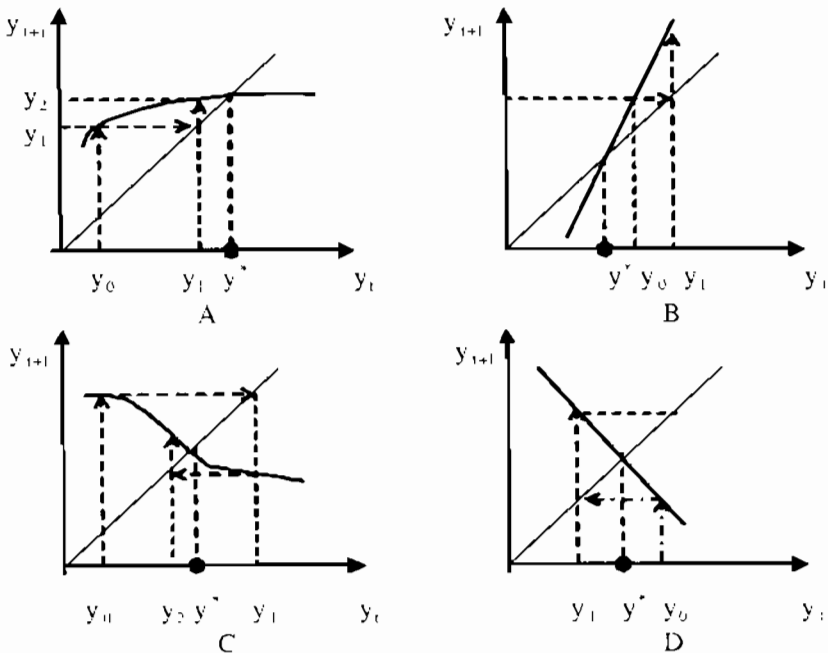
Nếu đồ thị ở phía trên trục hoành tức là $\dot{y} > 0$, $y(t)$ sẽ tăng theo t do đó y sẽ di chuyển từ trái sang phải; nếu đồ thị ở phía dưới trục hoành tức là $\dot{y} < 0$, $y(t)$ sẽ giảm theo t do đó y sẽ di chuyển từ phải sang trái. Sự di chuyển này được minh hoạ bởi hướng mũi tên trên hình vẽ. Theo phân tích sơ đồ pha ta thấy quỹ đạo y^* trong hình 4-4 A là không ổn định, trong hình B là ổn định.



HÌNH 4 - 4

b) Trường hợp phương trình sai phân

Xét phương trình sai phân có dạng $y_{t+1} = f(y_t)$. Ta vẽ đồ thị hàm số $y_{t+1} = f(y_t)$. Quỹ đạo cân bằng của phương trình sai phân (nếu có) sẽ thoả mãn điều kiện $y_{t+1} = y_t$, tức là sẽ ứng với một giao điểm của đồ thị với đường phân giác thứ nhất. Phân tích vị trí tương đối của đồ thị (sơ đồ pha) ta có thể phân tích tính ổn định của nghiệm cân bằng. Ta có thể minh hoạ cách phân tích này trên hình 4-5.



HÌNH 4 - 5

Từ hình vẽ minh hoạ ta có các kết luận:

Ký hiệu f' là đạo hàm của f theo y_t , ta có:

- Nếu $0 < f' < 1$ thì nghiệm cân bằng y^* là ổn định (ứng với hình 4-5 A).
- Nếu $f' > 1$ thì nghiệm cân bằng y^* là không ổn định (ứng với hình 4-5 B).
- Nếu $-1 < f' < 0$ thì nghiệm cân bằng y^* là ổn định, quỹ đạo y_t hội tụ tới y^* có dao động (ứng với hình 4-5 C).
- Nếu $f' < -1$ thì nghiệm cân bằng y^* là không ổn định (ứng với hình 4-5 D).

3. Mối liên hệ giữa phương trình sai phân và mô hình kinh tế lượng

a. Phương trình sai phân và mô hình kinh tế lượng dạng AR

Xét phương trình sai phân cấp 1,2:

$$y_{t+1} + ay_t = b$$

$$y_{t+2} + a_1y_{t+1} + a_0y_t = b$$

Ta có thể viết lại các phương trình trên:

$$y_{t+1} = -ay_t + b \tag{4.24}$$

$$y_{t+2} = -a_1y_{t+1} - a_0y_t + b \tag{4.25}$$

Với biến y ta xét mô hình kinh tế lượng dạng AR(1), AR(2) tương ứng:

$$y_{t+1} = \beta_1 y_t + \beta_0 + u_{t+1} \tag{4.24'}$$

$$y_{t+2} = \beta_2 y_{t+1} + \beta_1 y_t + \beta_0 + u_{t+2} \tag{4.25'}$$

Sử dụng số liệu và kỹ thuật ước lượng chuỗi thời gian y_t ta thu được các ước lượng $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$.

Về mặt thực hành tính toán có thể sử dụng $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ để ước lượng hệ số b, a, a_0 và a_1 trong các phương trình (4.24) và (4.25)

b. Sử dụng mô hình AR trong phân tích động thái

1. Ước lượng nghiệm cân bằng

Theo trên ta đã biết $y^* = \frac{b}{1+a}$ và $y^* = \frac{b}{1+a_1+a_0}$ là nghiệm cân bằng liên thời của phương trình (4.24) và (4.25). Từ kết quả ước lượng mô hình

(4.24') ta có:

$$y^* \approx \frac{\hat{\beta}_0}{1 - \hat{\beta}_1} \quad (4.26)$$

Tương tự đối với (4.25') ta thu được:

$$y^* \approx \frac{\hat{\beta}_0}{1 - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2} \quad (4.27)$$

2. Phân tích ổn định

Đối với phương trình (4.24) nghiệm cân bằng y^* ổn định khi và chỉ khi $|a| < 1$ tương đương với điều kiện $|\beta_1| < 1$ trong (4.24'). Ta có thể sử dụng ước lượng $\hat{\beta}_1$ để kiểm định điều kiện ổn định. Với phương trình (4.25) ta có thể sử dụng các ước lượng $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ để kiểm định điều kiện ổn định của nghiệm cân bằng y^* .

Trong mục trên ta đã đề cập tới những vấn đề chung liên quan tới mô hình kinh tế động. Phần còn lại của chương sẽ xét một số mô hình động cụ thể, bao gồm các mô hình cân bằng thị trường (cân bằng động), mô hình cân bằng vĩ mô động và mô hình tăng trưởng kinh tế.

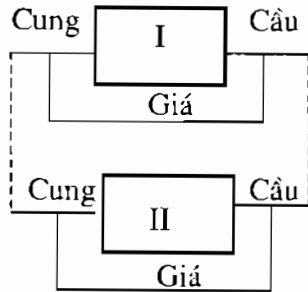
§2. MÔ HÌNH CÂN BẰNG THỊ TRƯỜNG VỚI CƠ CHẾ GIÁ CẢ - PHÂN TÍCH SỰ ỔN ĐỊNH CỦA THỊ TRƯỜNG

I. MÔ HÌNH CƠ CHẾ GIÁ CẢ

1. Quy luật cung- cầu và cơ chế giá cả

Dưới dạng tổng quát, quy luật cung cầu khẳng định rằng giá cả thị trường của hàng hóa phụ thuộc vào mức cung và mức cầu hàng hóa đó và các loại hàng hóa khác. Các mối liên hệ phụ thuộc này là mối liên hệ ngược. Nếu xét sự vận động của các mối liên hệ trên tức là xét tác động của chúng theo thời gian thì những tác động này chẳng những phụ thuộc vào từng loại hàng hóa cụ thể mà còn phụ thuộc vào khối lượng hàng hóa đã và đang lưu thông trên thị trường. Bởi vậy việc nghiên cứu tác động của quy luật cung cầu đối với sự vận động của tổng thể các thị trường dưới dạng chi tiết như

bản thân quy luật là cực kỳ phức tạp nếu ta không muốn nói là không được. Ta có thể minh họa trên hình 4-6 với hai thị trường.



HÌNH 4 - 6

Trong nhiều trường hợp chúng ta phải “gộp” các tác động của các mối liên hệ ngược trên bằng cách giả định rằng:

- Giả sử hệ thống thị trường gồm n thị trường, quan hệ cung cầu về loại hàng hóa thứ j được thể hiện bằng chênh lệch cung cầu về loại hàng hóa đó - mức dư cầu - ký hiệu là z_j . Quan hệ này phụ thuộc vào các mối quan hệ cung cầu của các loại hàng hóa khác được biểu hiện, được gộp lại trong vectơ mặt bằng giá cả p . Tức là ta giả định:

$$z_j = z_j(p) \quad \text{với } j = 1 \div n \quad (4.28)$$

- Sự biến động giá cả p_j của hàng hóa cá biệt j trong mặt bằng giá cả p phụ thuộc vào các mối quan hệ cung- cầu. Với giả định trên thì sự biến động này phụ thuộc vào $z_j(p)$. Để đặc trưng cho sự biến động giá cả theo thời gian, chúng ta xét đạo hàm của chúng theo thời gian. Ký hiệu \dot{p}_j là đạo hàm của giá cả hàng hóa thứ j theo thời gian t , như vậy ta có các mối liên hệ:

$$\dot{p}_j = G_j[z_j(p(t))] \quad (j = 1 \div n) \quad (4.29)$$

trong đó G_j là một hàm số nào đó.

Hệ (4.29) là một hệ phương trình vi phân cấp 1. Hệ trên mô tả tác động của quy luật cung cầu đối với sự vận động của tổng thể các thị trường thông qua sự vận động của mặt bằng giá cả, tức là mô tả *động thái giá cả* trên các thị trường. Một hệ phương trình vi phân như vậy được gọi là *cơ chế giá cả* hoặc *cơ chế điều chỉnh giá cả*.

Với điều kiện ban đầu nhất định, nghiệm $p(t)$ của hệ phương trình vi phân (4.29) gọi là *quỹ đạo giá*. Như vậy quỹ đạo giá mô tả sự vận động của mặt bằng giá cả theo thời gian.

Chú ý rằng trong trường hợp tổng quát cơ chế điều chỉnh giá không chỉ đề cập tới quy luật điều chỉnh của tốc độ mà còn của giá tốc. Như vậy ta sẽ có các phương trình vi phân cấp cao hơn. Ngoài ra cơ chế giá còn có thể được thể hiện bởi các phương trình sai phân nếu xét thời gian rời rạc.

2. Một số tính chất của cơ chế giá

a. Các định nghĩa và giả thiết

Chúng ta giả định rằng hệ thống kinh tế có thể sản xuất và tiêu thụ n hàng hóa. Giá cả thị trường của loại hàng hóa thứ i là p_i . Như vậy tại mỗi thời điểm t ta sẽ có mặt bằng giá cả:

$$p(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t))$$

- Mức dư cầu hàng hóa j và ký hiệu là z_j , trong thực tế, giá cả vận động cùng chiều với mức dư cầu, bởi vậy ta có thể giả định:

$$(i) \quad G_j(z_j) > 0 \text{ nếu } z_j > 0$$

$$G_j(z_j) < 0 \text{ nếu } z_j < 0$$

$$G_j(z_j) = 0 \text{ nếu } z_j = 0$$

Hàm G_j có đặc điểm như trên gọi là *hàm bảo toàn dấu*.

$$(ii) \quad G_j \text{ khả vi theo } z_j \text{ và } G_j' > 0$$

- Đối với một hàng hóa thứ j nào đó, nếu tại mặt bằng giá cả p cung đã vượt cầu ($z_j(p) < 0$) và giá cả của hàng hóa đó đã giảm xuống mức thấp nhất ($p_j = 0$), tức là việc tiêu dùng hàng hóa đó hoàn toàn miễn phí thì khi ấy giá cả p_i sẽ không thay đổi do p_j không giảm được nữa. Bởi vậy ta có thể giả định:

$$(iii) \quad G_j(z_j) = 0 \text{ nếu } p_j = 0 \text{ và } z_j(p) < 0$$

(iv) Hộ gia đình *biểu lộ sự ưa thích* của họ trong lựa chọn gói hàng, tức là:

- Với ký hiệu $D^i(p^i, M^i)$ ($i=1,2$) là gói hàng hộ gia đình chọn ứng với vectơ giá p^i , thu nhập M^i nếu:

$$D^1(p^1, M^1) \neq D^2(p^2, M^2) \text{ và } (p^1, D^2(p^2, M^2)) \leq M^1 \text{ thì } (p^2, D^1(p^1, M^1)) > M^2$$

Do $(p^1, D^1(p^1, M^1)) = M^1$ ($i = 1, 2$) nên điều kiện trên có thể viết lại:

Nếu $(p^1, D^2(p^2, M^2)) \leq (p^1, D^1(p^1, M^1))$ thì $(p^2, D^1(p^1, M^1)) > (p^2, D^2(p^2, M^2))$

Giả thiết này có thể giải thích như sau:

- với điều kiện $(p^1, D^2(p^2, M^2)) \leq M^1$ (gói hàng $D^2(p^2, M^2)$ thoả mãn ràng buộc ngân sách M^1) nhưng hộ gia đình chọn mua $D^1(p^1, M^1)$ chứng tỏ lợi ích $U(D^1(p^1, M^1)) > U(D^2(p^2, M^2))$.

- giá sử $(p^2, D^1(p^1, M^1)) \leq M^2$ thì gói hàng $D^1(p^1, M^1)$ thoả mãn ràng buộc ngân sách M^2 , nhưng hộ gia đình chọn mua $D^2(p^2, M^2)$ chứng tỏ lợi ích $U(D^2(p^2, M^2)) > U(D^1(p^1, M^1))$ như vậy có mâu thuẫn.

Từ giả thiết “biểu lộ ưa thích” của hộ gia đình ta có kết quả sau liên quan đến mức dư cầu:

Ký hiệu $S_j(p)$, $D_j(p)$ là mức cung, mức cầu hàng hoá j của nền kinh tế, *mức dư cầu về hàng hoá j* :

$$z_j(p) = D_j(p) - S_j(p) \text{ với } j = 1 \div n \quad (4.30)$$

Ký hiệu $D(p)$, $S(p)$ (= e vectơ nguồn ban đầu của các tác nhân), $Z(p)$ là vectơ mức cầu, mức cung và mức dư cầu của nền kinh tế.

Tính chất: Nếu có giả thiết về “biểu lộ ưa thích” của hộ gia đình, p^* là vectơ giá cân bằng Walras thì:

$$(p^*, Z(p)) > 0 \text{ với mọi vectơ giá } p \neq p^* \quad (4.31)$$

Chứng minh: Vì giả thiết về “biểu lộ ưa thích” đúng với mọi hộ gia đình nên sẽ đúng với toàn bộ nền kinh tế, tức là nếu:

$$(p^1, D(p^2)) \leq (p^1, D(p^1)) \text{ thì } (p^2, D(p^1)) > (p^2, D(p^2)) \text{ với mọi } p^1 \neq p^2 \quad (4.32)$$

Sử dụng (4.32) với $p^1 = p$, $p^2 = p^*$ ta có:

$$\text{Nếu } (p, D(p)) \geq (p, D(p^*)) \text{ thì } (p^*, D(p)) > (p^*, D(p^*))$$

$$\text{Suy ra } (p, D(p)) - (p, e) \geq (p, D(p^*)) - (p, e)$$

kéo theo $(p^*, D(p)) - (p^*, e) > (p^*, D(p^*)) - (p^*, e)$, tức là:

$$\text{Nếu } (p, Z(p)) \geq (p, Z(p^*)) \text{ thì } (p^*, Z(p)) > (p^*, Z(p^*)).$$

Do p^* là giá cân bằng nên theo luật Walras ta có $(p^*, Z(p^*)) = 0$, suy ra (4.31).

b. Các tính chất của cơ chế giá

Ta hãy xét cơ chế giá cả (4.29):

$$\dot{p}_j = G_j [z_j(p(t))] \quad (j = 1 \div n)$$

a) Tính chất 1

Với các giả định (i), (iii) thì:

1) Giá cả p không thay đổi khi và chỉ khi $p = p^*$, tức là hệ thống thị trường chưa ở trạng thái cân bằng thì giá còn biến động.

2) Nếu $p(0) > 0$ thì với mọi t (hữu hạn) $p(t) > 0$, tức là với điều kiện ban đầu giá cả dương thì quỹ đạo giá sẽ dương.

Chứng minh:

1) Nếu $p \neq p^*$ suy ra tồn tại $z_j(p) > 0$, tức là $\dot{p}_j = G_j [z_j(p(t))] > 0$ vì vậy p sẽ thay đổi. Nếu $p = p^*$, do giả thiết (i), (iii) suy ra $\dot{p}_j = 0$ ($j = 1 \div n$) nên p^* không đổi.

2) Cho $p_j(0) > 0$ ($j = 1 \div n$), giả sử tồn tại $t' > 0$ và $p_j(t') < 0$. Do $p_j(t)$ liên tục, $p_j(0) > 0$ suy ra tồn tại $t: 0 < t < t'$ sao cho $p_j(t) = 0$. Gọi t'' là giá trị t gần t' nhất mà $p_j(t'') = 0$. Nếu $z_j(p(t'')) = 0$ hoặc $z_j(p(t'')) < 0$ thì theo giả thiết, $\dot{p}_j(t'') = 0$ do đó $p_j(t)$ sẽ là hằng số (bằng 0) trong lân cận có chứa t' của t'' tức là $p_j(t') = 0$. Nếu $z_j(p(t'')) > 0$ thì $\dot{p}_j(t'') > 0$ nên $p_j(t)$ sẽ tăng trong lân cận có chứa t' của t'' tức là $p_j(t') > 0$. Như vậy luôn có mâu thuẫn.

b) Tính chất 2

Nếu $\lim_{t \rightarrow +\infty} p(t) = p^*$ thì p^* là giá cân bằng.

Chứng minh:

Giả sử p^* không phải là giá cân bằng, như vậy tồn tại $z_j(p^*) > 0$. Gọi $g_j(p) = G_j [z_j(p)]$, ta có:

$$g_j(p^*) > 0 \tag{4.33}$$

Do G_j, z_j liên tục nên:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} g_j[p(t)] = g_j[\lim_{t \rightarrow +\infty} p(t)] = g_j(p^*) \equiv g_j^* \tag{4.34}$$

Do (4.32) nên với $\varepsilon > 0$ đủ nhỏ, t đủ lớn ta có:

$$g_j(p^*) - \varepsilon > 0 \text{ và } |g_j(p(t)) - g_j^*| < \varepsilon$$

Suy ra $g_j(p(t)) > g_j^* - \varepsilon$. Do $\dot{p}_j = g_j(p(t))$ nên:

$$\dot{p}_j > g_j^* - \varepsilon \quad (4.34')$$

Với $t' > t$, lấy tích phân cả hai vế (4.34') ta được:

$$p_j(t') > p_j(t) + (g_j^* - \varepsilon)(t' - t)$$

Như vậy $p_j(t') \rightarrow +\infty$ khi $t' \rightarrow +\infty$, mâu thuẫn với việc $p(t)$ hội tụ.

3. Tính ổn định của quỹ đạo giá cân bằng Walras

Ta xét mô hình cân bằng tổng thể Walras đã đề cập trong §4 chương 3. Chúng ta quan tâm tới tính ổn định của quỹ đạo giá cân bằng Walras p^* vì việc nghiên cứu sự ổn định của tổng thể các thị trường sẽ dựa vào sự phân tích tính ổn định của nghiệm này. Hệ (4.29) hình thức thể hiện một cách trừu tượng động thái thị trường, bởi vậy không thể phân tích tính ổn định của nghiệm bằng cách tính nghiệm tường minh mà phải sử dụng phương pháp hàm Ljapunov. Để làm việc đó ta hãy xét chi tiết hơn hệ phương trình vi phân (4.29).

Theo quy luật Walras, tại mặt bằng giá cân bằng p^* nếu $z_i(p^*) < 0$ sẽ dẫn tới $p_i^* = 0$. Bởi vậy nếu $p_i^* > 0$ thì tất yếu ta sẽ có $z_i(p^*) = 0$ ($i = 1 \div n$). Tức là sẽ có sự cân đối hoàn toàn cung- cầu trên tổng thể các thị trường. Như vậy, nếu giá p^* ổn định thì cơ chế giá (4.29) sẽ tự động điều chỉnh các mối quan hệ cung- cầu trên các thị trường nhằm thiết lập và duy trì sự cân bằng thị trường.

a. Định lý về tính ổn định của cơ chế giá

Ta xét cơ chế giá:

$$\dot{p}_j = k_j z_j(p(t)) \text{ với } k_j > 0 \text{ (hằng số)} \quad (j = 1 \div n) \quad (4.35)$$

Với cơ chế này giá cả trên thị trường j sẽ điều chỉnh theo tỷ lệ k_j phụ thuộc vào mức dư cầu. Mức dư cầu càng lớn thì tốc độ điều chỉnh (tăng) giá càng cao và ngược lại.

Định lý sau đây sẽ đưa ra các điều kiện đủ để đảm bảo tính ổn định của cơ chế giá cả trên.

Định lý: Nếu vectơ mức dư cầu $Z(p)$ thỏa mãn luật Walras, sở thích của hộ gia đình được biểu lộ khi đó giá cân bằng p^* sẽ ổn định.

Chứng minh:

Các quỹ đạo giá $p(t)$ bị chặn vì:

$$\frac{d}{dt} \left(\sum_{j=1}^n \frac{p_j^2(t)}{k_j} \right) = \sum_{j=1}^n \frac{2p_j(t)\dot{p}_j(t)}{k_j} = 2 \sum_{j=1}^n p_j(t)z_j(p(t)) = 0 \text{ theo luật Walras.}$$

Gọi p^* là giá cân bằng, với vectơ giá p ta định nghĩa hàm $V(p)$ như sau:

$$V(p) = \sum_{j=1}^n \frac{(p_j - p_j^*)^2}{k_j}$$

Ta có:

$$+ V(p) \geq 0 \text{ với mọi } p \text{ và } V(p^*) = 0$$

$$+ \frac{dV(p)}{dt} < 0 \text{ vì:}$$

$$\frac{dV(p)}{dt} = \sum_{j=1}^n \frac{2\dot{p}_j(t)(p_j(t) - p_j^*)}{k_j} = 2 \sum_{j=1}^n z_j(p(t))[p_j(t) - p_j^*] = 2[(Z(p), p) - (Z(p), p^*)] = -2(Z(p), p^*)$$

Do giả thiết về sự ưa thích được biểu lộ nên ta có $(Z(p), p^*) > 0$ và ta có kết quả cần chứng minh.

Như vậy $V(p)$ là hàm Ljapunov do đó p^* là ổn định

b. Một số nhận xét

- Các điều kiện nêu trên định lý đều là những điều kiện đủ, bởi vậy khi xem xét một hệ thống kinh tế, nếu thiếu vắng các điều kiện đó ta không thể đơn giản phủ định tính ổn định của cơ chế giá cả.

- Từ sự hoạt động của cơ chế giá cả, chúng ta thấy muốn ổn định thị trường, ổn định giá cả cân phải ổn định mức chênh lệch cung-cầu. Mức chênh lệch này lại phụ thuộc vào quyết định của vô số tác nhân. Bởi vậy trong một số trường hợp, sự đấu cơ hàng hóa có thể tác dụng làm ổn định thị trường nếu như mức đấu cơ không quá lớn làm mất hiệu lực của cơ chế giá cả. Trong trường hợp ngược lại, đấu cơ làm lũng đoạn cơ chế thị trường lại là nguyên nhân gây mất ổn định. Như vậy trên phương diện vĩ mô chính phủ phải trực tiếp can thiệp nhằm mục tiêu ổn định thị trường. Để giảm sự chênh lệch cung-cầu chính phủ phải dùng biện pháp trợ giá, thu mua tạm trữ, khuyến khích hoặc ngăn cấm xuất nhập khẩu...

II. ÁP DỤNG MÔ HÌNH CƠ CHẾ GIÁ TRONG PHÂN TÍCH CÂN BẰNG THỊ TRƯỜNG RIÊNG

1. Mô hình phân tích quan niệm của C.Mác về ổn định thị trường

a. Quan niệm của C. Mác về tính ổn định của thị trường TBCN

Theo C. Mác thì: “*Nếu cung và cầu không ăn khớp với nhau trong một trường hợp cụ thể nào, thì những sự chênh lệch của chúng lại cứ tiếp tiếp nhau - nếu xét kết quả của cuộc vận động trong một thời gian tương đối dài - một cách khiến cho cung và cầu bao giờ cũng ăn khớp với nhau, bởi vậy sự chênh lệch theo chiều này sẽ gây nên hiệu quả là có ngay một sự chênh lệch theo chiều ngược lại. Nhưng kết quả đó chỉ là con số trung bình của sự vận động đã qua và chỉ là sự vận động không ngừng của mâu thuẫn của chúng. Chính bằng cách đó mà giá cả thị trường chênh lệch với giá trị thị trường, san bằng nhau thành giá trị thị trường nếu xét lượng trung bình của chúng, vì những sự chênh lệch với giá trị thị trường sẽ triệt tiêu lẫn nhau như cộng và trừ vậy.*” (C.Mác: Tư bản - Q3 - T1 NXB Sự thật- Hà nội 1978).

Và “*cung và cầu có thể xóa bỏ được tác động do sự không ngang nhau của chúng gây ra bằng những hình thức rất khác nhau. Ví dụ: nếu cầu giảm đi, giá cả thị trường giảm xuống, thì tình hình đó sẽ dẫn đến chỗ tư bản sẽ rút ra khỏi ngành đó, và như vậy cung sẽ giảm đi. Nhưng từ đó sẽ dẫn tới kết quả mà nhờ có những phát minh làm giảm thời gian lao động cần thiết mà bản thân giá trị thị trường giảm xuống và ngang với giá cả thị trường. Ngược lại, nếu cầu tăng lên làm cho giá cả thị trường cao hơn giá trị thị trường, thì việc đó dẫn tới tình trạng là một khối lượng tư bản quá lớn sẽ được hút vào lĩnh vực sản xuất đó, dẫn đến chỗ sản xuất mở rộng đến mức bản thân giá cả thị trường lại giảm xuống thấp hơn giá trị thị trường; hay là một mặt khác, việc đó có thể dẫn tới trường hợp giá cả hàng hoá tăng lên đến mức làm chính ngay cầu giảm xuống.*” (Sách đã dẫn).

Cuối cùng C. Mác kết luận: “*Nếu cung và cầu quyết định giá cả thị trường thì mặt khác giá cả thị trường, và nếu phân tích hơn, giá trị thị trường lại quyết định cung và cầu*”.

Như vậy theo quan điểm của C.Mác thì:

- Giữa sự chênh lệch cung - cầu và sự chênh lệch giữa giá cả và giá trị

trị trường của một loạt hàng hoá có mối liên hệ mật thiết và mối liên hệ này là mối liên hệ ngược.

- Xét về lượng tuyệt đối thì sự chênh lệch giữa giá cả và giá trị thị trường tỉ lệ với sự chênh lệch cung và cầu.

- Xét về sự vận động của chúng thì hướng vận động ngược chiều nhau.

- Do sự cạnh tranh nên trong một thời gian tương đối dài các sự chênh lệch trên sẽ bị triệt tiêu, tức là thị trường sẽ ở trạng thái cân bằng.

b. Mô hình giải thích quan niệm của C.Mác

1. Mô hình

Gọi mức cung hàng hoá là x^S và mức cầu hàng hoá là x^D , khi đó chênh lệch cung cầu sẽ là:

$$s = x^S - x^D \quad (4.36)$$

Gọi giá cả thị trường là p và giá trị thị trường của hàng hoá là p^* , khi đó chênh lệch giữa giá cả và giá trị thị trường sẽ là:

$$\Delta p = p - p^* \quad (4.37)$$

Nếu cung vượt cầu ($s > 0$) thì giá cả thấp hơn giá trị ($\Delta p < 0$); khi cung bằng cầu ($s = 0$) thì giá cả bằng giá trị ($\Delta p = 0$). Như vậy ta có:

$$\Delta p \cdot s \leq 0 \quad (4.38)$$

Và $\Delta p \cdot s = 0$ khi và chỉ khi $s = 0$ (và do đó $\Delta p = 0$)

Khi xét sự vận động của chênh lệch cung - cầu s theo thời gian thì bản thân s lại phụ thuộc vào mức chênh lệch giữa giá cả và giá trị hàng hóa, tức là $s = s(\Delta p)$. Mức độ chênh lệch cung - cầu càng lớn (xét lượng tuyệt đối) thì gây ra sự biến động càng lớn của giá cả quanh giá trị. Tức là tốc độ phản ứng, tốc độ biến động của chênh lệch giá cả - giá trị tỷ lệ với chênh lệch cung-cầu. Nếu ký hiệu $\dot{\Delta p}$ là đạo hàm của Δp theo thời gian thì ta sẽ có mối quan hệ:

$$\dot{\Delta p} = \mu s(\Delta p) \quad (4.39)$$

với $\mu > 0$ và là hằng số.

Phương trình vi phân (4.39) mô tả động thái của mối quan hệ cung cầu và giá cả, giá trị, tức là mô tả động thái của thị trường.

2. Phân tích mô hình

Xét phương trình vi phân (4.39), khi đó $\Delta p(t) = 0$ là nghiệm của

phương trình trên. Nghiệm này ứng với trạng thái cân bằng của thị trường bởi khi đó $p = p^*$, giá cả thị trường bằng đúng giá trị thị trường. Ta sẽ chứng minh rằng $\Delta p(t) = 0$ là nghiệm ổn định.

Thật vậy, xét hàm
$$V(\Delta p) = 1/2 (\Delta p)^2 \tag{4.40}$$

Khi đó:

- (i) $V(\Delta p) \geq 0$ với mọi Δp
- (ii) $V(\Delta p) = 0$ khi và chỉ khi $\Delta p = 0$
- (iii) $V(\Delta p)$ khả vi liên tục và $V' = \Delta p$. $\Delta p' = \Delta p \cdot \mu \cdot s(\Delta p)$

Do (4.38) và $\mu > 0$ nên $V' < 0$ với mọi $\Delta p \neq 0$. Như vậy $V(\Delta p) = 1/2 \cdot (\Delta p)^2$ là một hàm Ljapunov thành thử nghiệm $\Delta p(t) = 0$ ổn định.

Từ đây có thể thấy *trong quá trình vận động, cung và cầu có xu hướng ăn khớp với nhau và giá cả thị trường xoay quanh giá trị thị trường sẽ có xu hướng phù hợp với giá trị thị trường.*

2. Phân tích mô hình cân bằng riêng với cơ chế giá

Trong thí dụ 4.1 ta đã xét mô hình cân bằng thị trường riêng với cơ chế giá (4.2), một trường hợp riêng của cơ chế (4.29). Trong thực tế có nhiều cơ chế giá khác nhau đối với các thị trường tùy thuộc vào mối quan hệ giữa cung-giá, cầu-giá và phương thức tác động qua lại giữa các yếu tố này (tác động tức thời, tác động có trễ). Trong phần tiếp theo ta sẽ xét một số mô hình với các cơ chế giá khác nhau thể hiện các tình huống diễn biến thị trường. Trong phạm vi giới hạn của môn học ta sẽ xét cơ chế giá ứng với quan hệ tuyến tính của các yếu tố cung, cầu, giá và dưới dạng rời rạc theo thời gian bởi vậy cơ chế giá sẽ là các phương trình sai phân.

a. Mô hình mạng nhện

1. Mô hình

a. Giá thiết

- Hàm cầu: giả định rằng người tiêu dùng có thể điều chỉnh ngay mức cầu căn cứ vào mức giá hiện hành trên thị trường nên hàm cầu sẽ có dạng $D_t = a - bp_t$ ($a, b > 0$).

- Hàm cung: đối với một số hàng hoá, việc sản xuất đòi hỏi phải có thời gian nhất định nên trong quá trình điều chỉnh mức cung người sản xuất sẽ dựa vào mức giá ở thời kỳ trước. Nếu giá cao họ sẽ cung ứng nhiều hàng hoá hơn và ngược lại và hàng hoá được bán ở thời kỳ tiếp theo. Với tình huống này ta có hàm cung: $S_t = -c + dp_{t-1}$ ($c, d > 0$).

b. Mô hình

Ta có mô hình

$$D_t = a - bp_t \quad (a, b > 0)$$

$$S_t = -c + dp_{t-1} \quad (c, d > 0)$$

$$D_t = S_t \quad (\text{điều kiện cân bằng})$$

trong đó D_t, S_t, p_t là mức cầu, mức cung, mức giá ở thời điểm t ; p_{t-1} là mức giá ở thời điểm $(t-1)$ (thời điểm trước đó). Mô hình trên có tên gọi là mô hình “mạng nhện” vì khi ta vẽ quỹ đạo giá (trong trường hợp ổn định) sẽ có hình giống như một mạng nhện.

2. Phân tích mô hình

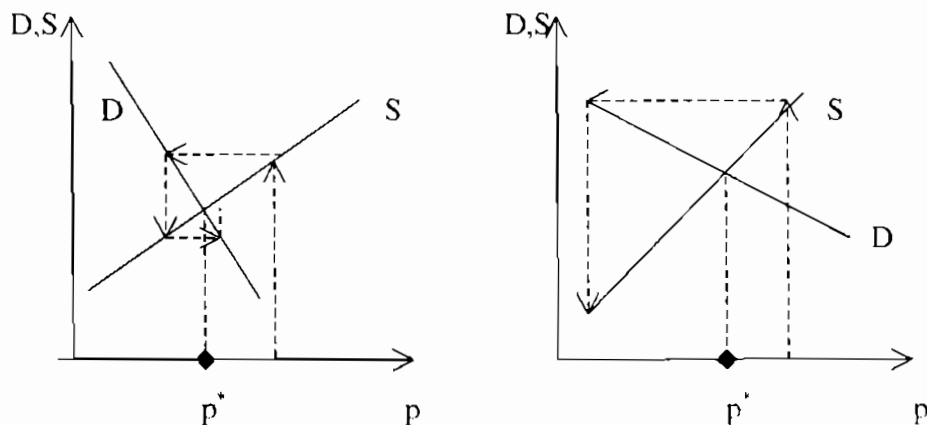
Từ điều kiện cân bằng ta có:

$$p_{t+1} + \frac{d}{b} p_t = \frac{a+c}{b} \quad (4.41)$$

Cơ chế giá (4.41) là phương trình sai phân cấp một với hệ số hằng, nghiệm của phương trình này với điều kiện ban đầu $p(0)=p_0$ cho trước theo (4.8) là:

$$p_t = \left(\frac{a+c}{b+d} \right) + \left(p_0 - \frac{a+c}{b+d} \right) \left(-\frac{d}{b} \right)^t \quad (4.42)$$

với $p^* = \frac{a+c}{b+d}$ là giá cân bằng liên thời. Điều kiện để p^* ổn định là $d < b$, tức là đường cung phẳng hơn đường cầu. Nếu $d \geq b$ thì giá p^* sẽ không ổn định. Ta có thể minh hoạ trên hình 4-7.



HÌNH 4 - 7

Thí dụ 4.2

Trên thị trường hàm cầu, hàm cung có dạng: $D_t = 180 - 0,9p_t$; $S_t = -24 + 0,8p_{t-1}$.

- a. Hãy xác định cơ chế giá, giá cân bằng (dài hạn), mức giá này có ổn định?
- b. Nếu tại thời điểm bắt đầu xem xét có cú sốc làm mức cung giảm còn 117. Hãy tính giá thị trường sau 3 kỳ.

Giải: tương ứng với mô hình mạng nhện ta có $a = 180$, $b = 0,9$, $c = 24$ và $d = 0,8$

a. Theo (4.41) ta có cơ chế giá (phương trình sai phân):

$$p_{t+1} + \frac{8}{9}p_t = \frac{204}{0,9} = \frac{680}{3}$$

$$\text{Giá cân bằng } p^* = \frac{a+c}{b+d} = \frac{204}{1,7} = 120$$

$$\text{Do } \frac{d}{b} = \frac{0,8}{0,9} < 1 \text{ nên giá } p^* \text{ là ổn định.}$$

b. Tại $t = 0$ ta có $S_0 = 117$, để tìm giá p_0 ta thay 117 vào D_0 : $117 = 180 - 0,9p_0$. Suy ra $p_0 = 70$.

$$\text{Quỹ đạo giá } p_t = 120 - 50 \left(-\frac{8}{9}\right)^t \text{ nên } p_3 = 120 - 50 \left(-\frac{8}{9}\right)^3 \approx 84,884.$$

3. Liên hệ với mô hình kinh tế lượng

Giá sử từ các chuỗi thời gian D_t , S_t , p_t qua phân tích ta nhận thấy D_t phụ thuộc p_t , S_t phụ thuộc p_{t-1} như vậy có thể sử dụng mô hình mạng nhện để mô tả cơ chế giá. Theo phân tích về mối liên hệ giữa phương trình sai phân và mô hình kinh tế lượng dạng AR ta có thể sử dụng mô hình AR(1) đối với chuỗi p_t . Ta có theo (4.26') $p_{t+1} = \beta_1 p_t + \beta_0 + u_{t+1}$. Sau khi kiểm định sự phù hợp của mô hình ta có thể dùng ước lượng các hệ số để ước lượng giá cân bằng dài hạn và khảo sát tính ổn định. Ta có:

$$p^* \approx \frac{\hat{\beta}_0}{1 - \hat{\beta}_1}$$

và p^* ổn định khi $|\hat{\beta}_1| < 1$.

Thí dụ 4.3

Giả sử từ chuỗi giá p_t gồm 150 quan sát ta ước lượng được mô hình hồi quy:

$$p_t = 13.7612 - 0.6947 p_{t-1}$$

$$Se: 0,082 \quad 0,029$$

Ta có $p^* \approx \frac{\hat{\beta}_0}{1 - \hat{\beta}_1} = \frac{13,7612}{1 + 0,6947} \approx 8,120139$ và để dàng kiểm định thấy

rằng $|\beta_1| < 1$. Vậy mức giá cân bằng dài hạn xấp xỉ là 8,12 và ổn định.

b. Mô hình cân bằng với dự tính về giá

1. Mô hình

a. Giả thiết

- Hàm cầu: cũng giống như trong mô hình mạng nhện ta giả định hàm cầu sẽ có dạng $D_t = a - bp_t$ ($a, b > 0$).

- Mức giá dự tính: người sản xuất dự đoán mức giá thị trường, mức giá này gọi là mức *giá dự tính*. Mức giá dự tính của người sản xuất được hình thành theo kiểu “thích nghi”: giá dự tính ở kỳ này sẽ bằng giá dự tính kỳ trước cộng phần điều chỉnh. Phần điều chỉnh phụ thuộc vào sự chênh lệch giữa giá dự tính và giá thực tế của kỳ trước. Nếu ký hiệu Ep_t là giá dự tính kỳ t , theo giả thiết về giá dự tính ở trên ta có:

$$Ep_t = Ep_{t-1} + g(p_{t-1} - Ep_{t-1}) \text{ với } 1 \geq g > 0 \text{ (hằng số)} \quad (4.43)$$

Hệ số g gọi là hệ số điều chỉnh giá dự tính.

- Hàm cung: người sản xuất quyết định mức cung căn cứ vào giá họ dự tính, với tình huống này ta có hàm cung:

$$S_t = -c + dEp_t \quad (c, d > 0).$$

b. Mô hình

Với các giả thiết trên ta có mô hình:

$$D_t = a - bp_t \quad (a, b > 0)$$

$$S_t = -c + dEp_t \quad (c, d > 0)$$

$$D_t = S_t$$

trong đó D_t, S_t, p_t, Ep_t là mức cầu, mức cung, mức giá và mức giá dự tính ở thời điểm t .

2. Phân tích mô hình

Sử dụng điều kiện cân bằng $S_t = D_t$ và (4.43), biến đổi ta được cơ chế giá ứng với mô hình:

$$p_{t+1} - \left(1 - g - \frac{gd}{b}\right)p_t = \frac{g(a+c)}{b} \quad (4.44)$$

(4.44) là phương trình sai phân cấp một với hệ số hằng, nghiệm của phương trình này với điều kiện ban đầu $p(0) = p_0$ cho trước theo (4.8) là:

$$p_t = \left(\frac{a+c}{b+d}\right) + \left(p_0 - \frac{a+c}{b+d}\right)\left(1 - g - \frac{dg}{b}\right)^t \quad (4.45)$$

với $p^* = \frac{a+c}{b+d}$ là giá cân bằng liên thời. Điều kiện để p^* ổn định là

$||1 - g - (dg/b)|| < 1$, tức là:

$$\frac{g(1+d)}{b} < 2 \quad (4.46)$$

3. Chú ý

- Ta có thể lập mô hình kinh tế lượng dạng AR(1) tương ứng với cơ chế giá và tiến hành phân tích tương tự như trong mô hình mạng nhện. Bạn đọc có thể coi như một bài tập.

- Từ phương trình mô tả quỹ đạo giá (4.45) dễ dàng thấy rằng nếu $\frac{g(1+d)}{b} < 1$ thì quỹ đạo giá ổn định không có dao động, quỹ đạo giá sẽ ổn

định nhưng có dao động nếu $\frac{g(1+d)}{b} > 1$.

Thí dụ 4.4

Cho mô hình:

$$D_t = 120 - 20p_t$$

$$S_t = -50 + 15Ep_t$$

$$Ep_t = Ep_{t-1} + 0,2(p_{t-1} - Ep_{t-1})$$

a. Hãy xác định cơ chế giá, giá cân bằng dài hạn, quỹ đạo giá và tính ổn định.

b. Nếu tại thời điểm bắt đầu xem xét thị trường mức cung là 20 và được bán hết, tối thiểu sau bao nhiêu kỳ, chênh lệch giữa giá thị trường và giá cân bằng dài hạn sẽ nhỏ hơn 1,5%?

Giải:

a. Theo ký hiệu trong mô hình ta có $a = 120, b = 20, c = 50, d = 15$ và $g = 0,2$.

$$\text{Cơ chế giá } p_{t+1} - \left(1 - g - \frac{gd}{b}\right)p_t = \frac{g(a+c)}{b} = p_{t+1} - 0,65p_t = 1,7$$

$$\text{Giá cân bằng dài hạn } p^* = \frac{a+c}{b+d} = \frac{34}{7} \approx 4,86$$

Quy đạo giá $p_t = 4,86 + (p_0 - 4,86)(0,65)^t$. Do $\frac{g(b+d)}{b} = 0,35$ nên quy đạo giá ổn định không có dao động.

b. Ta có $S_0 = 20$, từ điều kiện $S_0 = D_0$ suy ra $p_0 = 5$. Tỷ lệ chênh lệch giữa giá kỳ t so với giá cân bằng là $0,14 \times (0,65)^t / 4,86$.

Với $t=1$ tỷ lệ trên là $0,018724 \approx 1,9\%$, với $t=2$ tỷ lệ là $0,012171 \approx 1,2\%$ vậy tối thiểu sau 2 kỳ chênh lệch giữa giá thị trường và giá cân bằng dài hạn sẽ nhỏ hơn 1,5%.

c. Mô hình cân bằng thị trường có dự trữ

1. Mô hình

a. Giá thiết

- Hàm cầu: cũng giống như trong các mô hình trên ta giả định hàm cầu sẽ có dạng $D_t = a - bp_t$ ($a, b > 0$).

- Hàm cung: giá thiết có dạng $S_t = -c + dp_t$ ($c, d > 0$)

- Giá cả được điều chỉnh theo quy luật sau: phía cung căn cứ vào giá cả và lượng dự trữ (tồn đọng) ở thời kỳ trước để định giá. Nếu với mức giá của kỳ trước mà còn tồn đọng hàng thì phía cung hạ giá và ngược lại, tức là ta có cơ chế giá:

$$p_{t+1} = p_t - k(S_t - D_t) \text{ với } k > 0 \text{ (hằng số)} \tag{4.47}$$

b. Mô hình

Từ các giá thiết ta có mô hình:

$$D_t = a - bp_t \text{ (} a, b > 0\text{)}$$

$$S_t = -c + dp_t \quad (c, d > 0)$$

$$p_{t+1} = p_t - k(S_t - D_t) \quad \text{với } k > 0$$

Vì $(S_t - D_t)$ là mức dư cung nên mô hình trên còn gọi là mô hình *cơ chế giá phụ thuộc mức dư cung*, hệ số k cũng được gọi là hệ số điều chỉnh giá. Để ý rằng trong mô hình không có điều kiện cân bằng do cơ chế giá (4.47) được xác lập trực tiếp theo quy luật cung-cầu.

2. Phân tích mô hình

Thay S_t và D_t vào (4.47) và biến đổi ta được:

$$p_{t+1} - [1 - k(b+d)] p_t = k(a + c) \quad (4.48)$$

(4.48) là phương trình sai phân cấp một với hệ số hằng, nghiệm của phương trình này với điều kiện ban đầu $p(0) = p_0$ cho trước theo (4.8) là:

$$p_t = \left(\frac{a+c}{b+d} \right) + \left(p_0 - \frac{a+c}{b+d} \right) (1 - k(b+d))^t \quad (4.49)$$

với $p^* = \frac{a+c}{b+d}$ là giá cân bằng liên thời. Điều kiện để p^* ổn định là $||1 - k(b+d)|| < 1$, tức là:

$$0 < k < \frac{2}{b+d} \quad (4.50)$$

Cũng giống như các mô hình trên ta có thể thiết lập và phân tích mô hình kinh tế lượng tương ứng.

§ 3. MÔ HÌNH CÂN BẰNG VĨ MÔ ĐỘNG

Trong mô hình cân bằng vĩ mô tĩnh được giới thiệu trong chương III, ta thấy rằng việc chính phủ áp dụng chính sách tài khoá và tiền tệ trong nhiều trường hợp có thể làm tăng sản lượng, công ăn việc làm và việc cố gắng giảm tỷ lệ thất nghiệp có thể làm tăng giá (có lạm phát). Tuy nhiên hoạt động của nhiều nền kinh tế trên thế giới trong những năm 60 - 70 của thế kỷ 20 và trong thời gian gần đây có xu hướng vừa *suy thoái* (sản lượng giảm) vừa có *lạm phát* và *tỷ lệ thất nghiệp cao* (khoảng 10%/năm trong những năm 70). Hiện tượng này kéo dài ở nhiều nước đã có nền kinh tế phát triển khiến nhiều nhà kinh tế thường ví rằng “thất nghiệp” và “lạm phát” như hai “con quỷ” sinh đôi trong kinh tế thị trường. Lạm phát theo quan niệm của các học giả kinh tế là “ *tình trạng mức giá cả chung của nền kinh tế tăng thường xuyên theo thời gian* ”. Để có thể giải thích rõ mối liên hệ giữa tình trạng thất

nghiệp và lạm phát ta cần xem xét *toàn bộ quá trình hoạt động* của hệ kinh tế, tức là phải đề cập tới *mô hình động*. Trong phần này của chương ta sẽ mở rộng mô hình cân bằng vĩ mô bằng cách thêm một số phương trình mô tả động thái của một số biến.

I. ĐƯỜNG CONG PHILLIPS - ĐỘNG THÁI CỦA THỊ TRƯỜNG LAO ĐỘNG

1. Đường cong Phillips - Mối quan hệ giữa thất nghiệp và lạm phát

a. Khái niệm về đường cong Phillips

Mối liên hệ giữa thất nghiệp và lạm phát được A.W. Phillips tiến hành phân tích lần đầu tiên vào năm 1958. Trên cơ sở phân tích số liệu thực tế về tỷ lệ thất nghiệp và tỷ lệ tăng tiền lương của nước Anh giai đoạn 1861 - 1957, Phillips nhận thấy có mối quan hệ âm giữa hai đại lượng này.

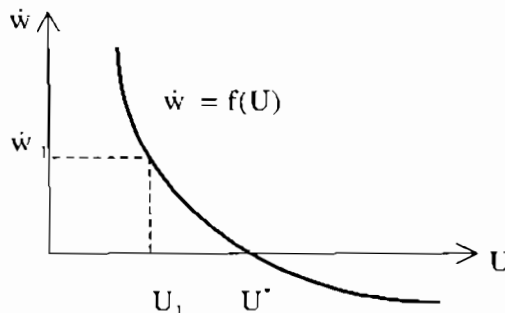
Ta ký hiệu U là tỷ lệ thất nghiệp và W là tiền lương danh nghĩa trên thị trường lao động, khi đó:

$$\dot{w} = \frac{\dot{W}}{W}, \text{ như vậy } \dot{w} \text{ chính là tỷ lệ tăng tiền lương (} \dot{w} \text{ là tỷ lệ tăng}$$

trường theo thời gian của W). Mối quan hệ giữa U và \dot{w} do Phillips phát hiện bằng phân tích thực nghiệm có thể biểu thị bởi quan hệ hàm:

$$\dot{w} = f(U) \text{ với } f' < 0$$

Đồ thị của hàm trên gọi là đường cong Phillips. Ta có hình 4-8 minh họa.



HÌNH 4 - 8

Với mức thất nghiệp U^* , $\dot{w}(U^*) = 0$ như vậy trên thị trường lao động mức lương W sẽ không có biến động. Tỷ lệ U^* được gọi là tỷ lệ “*thất nghiệp*”

tự nhiên” của nền kinh tế. Với tỷ lệ thất nghiệp $U_1 < U^*$ thì $\dot{w}(U_1) = \dot{w}_1 > 0$, tiền lương W sẽ tăng dần tới “*lạm phát tiền lương*” (một dạng của lạm phát chi phí - đẩy). Đường cong Phillips ban đầu hoàn toàn được xác lập trên cơ sở thực nghiệm. Nhiều nhà kinh tế muốn xây dựng cơ sở lý thuyết của đường cong này. Năm 1960 Lipsey đề xuất ý kiến cho rằng nên coi đường Phillips là sự biểu hiện của *quá trình điều chỉnh cung - cầu trên thị trường lao động*, một hình thức tồn tại của cơ chế giá. Ta sẽ đưa ra các mô hình động thái của thị trường lao động để làm sáng tỏ căn cứ lý thuyết của đường Phillips và quan hệ giữa thất nghiệp và lạm phát. Để thuận tiện trong sử dụng ký hiệu và đơn giản trong các phép biến đổi, trong phần còn lại của mục §3 này ta sẽ dùng các ký hiệu quy ước như sau:

- Các biến gốc ban đầu sẽ được ký hiệu bằng chữ hoa, chữ thường dùng để chỉ logarit cơ số tự nhiên của biến gốc. Thí dụ: nếu W là tiền lương danh nghĩa thì $w \equiv \text{Ln } W$.

- Vì ta xét mô hình động nên lẽ ra phải ký hiệu đầy đủ biến gốc với cả biến thời gian t , tuy nhiên ta sẽ quy ước chỉ viết biến gốc, biến thời gian t coi như ngầm định.

- Với quy ước ở trên thì đạo hàm theo thời gian của biến x : \dot{x} sẽ là tỷ lệ tăng trưởng của biến gốc X , hơn nữa tỷ lệ tăng trưởng của X/Y sẽ là $\dot{x} - \dot{y}$.

- Các hàm số biểu thị quan hệ giữa các biến sẽ được thể hiện dưới dạng *tuyến tính loga*, đây là dạng hàm dùng phổ biến trong phân tích kinh tế (do dạng hàm Cobb - Douglas giữa các biến gốc với các tham số thích hợp thường được dùng để mô tả quan hệ giữa các biến).

b. Hàm cung và hàm cầu thị trường lao động

Việc phân tích động thái của thị trường lao động cũng tương tự như phân tích động thái của thị trường hàng hoá (phân tích cân bằng động trên thị trường riêng) với mục đích là phân tích tính ổn định và một số đặc điểm của quỹ đạo giá. Chú ý rằng yếu tố giá trên thị trường lao động là mức lương (suất lương) danh nghĩa, ký hiệu là W và w là $\text{Ln } W$.

Trong chương 3 mục §4 phân II.6.a,b ta đã dẫn xuất hàm cầu và hàm cung lao động của nền kinh tế. Trong phần này ta sẽ biểu diễn các hàm này dưới dạng hàm tuyến tính loga.

1. Hàm cầu lao động

Trong ngắn hạn có thể giả thiết hàm sản xuất của nền kinh tế có dạng

$Y = N^a$ với N là mức lao động sử dụng, $0 < a < 1$ (ứng với giả thiết công nghệ sản xuất có hiệu quả giảm theo quy mô). Theo (3.70) và (3.71) mức cầu lao động N^D được xác định từ điều kiện: *năng suất biên của lao động bằng tiền lương thực tế*. Áp dụng với hàm sản xuất trên, với mức giá cả chung của nền kinh tế là P và tiền lương trên thị trường lao động là W ta được:

$$a \left(\frac{Y}{N} \right) = \left(\frac{W}{P} \right) \quad (4.51)$$

Chuyển dạng loga hệ thức trên và giải đối với n ta được hàm cầu lao động:

$$n^D = \frac{1}{(1-a)} (p - w + Ln a) \quad (4.52)$$

Hàm cầu này có thể viết dưới dạng:

$$p = d + (1 - a) n^D + w \quad (4.53)$$

trong đó $d = -Ln a$, với giả thiết $0 < a < 1$ thì $d > 0$.

2. Hàm cung lao động

a. Hàm cung lao động dạng Keynes

Theo quan điểm của trường phái Keynes, nếu tiền lương danh nghĩa cố định ở mức w_0 thì mức cung lao động sẽ cố định ở n_0 . Tuy nhiên do người lao động bị “ảo tưởng về tiền tệ” nên nếu tiền lương danh nghĩa tăng thì mức cung lao động sẽ tăng. Mức lương tăng, giảm phụ thuộc vào chênh lệch cung, cầu trên thị trường và theo xu hướng: nếu cung lớn hơn cầu thì tiền lương sẽ giảm và ngược lại. Quá trình lương điều chỉnh theo cách này sẽ được mô hình hoá bởi hàm:

$$\dot{w} = -c(n^S - n^D) \quad (4.54)$$

với \dot{w} là tỷ lệ tăng lương, n^S, n^D là cung, cầu lao động, $0 < c$ (hằng số). Như vậy phương trình vi phân trên thể hiện cơ chế giá trên thị trường lao động.

Nếu ký hiệu $n^S - n^D = U$ thì U chính là tỷ lệ thất nghiệp.

Theo (4.54) ta có thể viết:

$$\dot{w} = -c U \quad (4.55)$$

Đồ thị hàm trên chính là đường cong Phillips. Vì đường này dẫn xuất từ giả thiết của trường phái Keynes nên được gọi là “*đường cong Phillips dạng Keynes*”. Rõ ràng đường này có độ dốc âm giống như đường cong ban đầu thu được từ phân tích số liệu thực tế.

b. Hàm cung lao động theo trường phái tiền tệ

Trường phái tiền tệ cho rằng người lao động điều chỉnh mức cung lao động theo tiền lương thực tế. Tuy nhiên do không biết được sự biến động của mức giá p (không biết trước được có hay không có lạm phát và ở mức nào) nên họ *dự tính* mức biến động này theo cách “dự tính thích nghi” và thay đổi mức cung lao động căn cứ vào *tiền lương được điều chỉnh theo lạm phát dự tính*. Với cách dự tính lạm phát theo kiểu thích nghi, người lao động sẽ quan sát sự biến động của mức giá p trong quá khứ và để dự tính biến động của p (dự tính \hat{p}) họ gẽ gán cho mỗi biến động của p trong từng chu kỳ của quá khứ một trọng số và các trọng số này sẽ giảm theo độ trễ của chu kỳ. Một cách hình thức nếu ta gọi π là mức giá dự tính của người lao động thì π là mức lạm phát dự tính. Nếu lạm phát dự tính được xác định theo kiểu thích nghi thì mức biến động của chỉ tiêu này - ký hiệu: $\dot{\pi}$ - sẽ phụ thuộc vào chênh lệch giữa lạm phát thực tế và lạm phát dự tính và nếu chênh lệch càng lớn thì biến động càng lớn và ngược lại. Như vậy ta có phương trình sau mô tả động thái lạm phát dự tính:

$$\dot{\pi} = -e(\hat{p} - \pi) \quad \text{với } e > 0 \quad (4.56)$$

Ta có hàm cung lao động theo trường phái tiền tệ sẽ có dạng:

$$n^S = g(w - \pi) \quad \text{với } g > 0 \quad (4.57)$$

Sự biến động của tiền lương ngoài yếu tố chênh lệch cung cầu lao động còn do sức ép đòi tăng lương của người lao động khi họ nhận thấy có lạm phát dự tính. Quá trình lương điều chỉnh theo cách này sẽ được mô hình hoá bởi hàm:

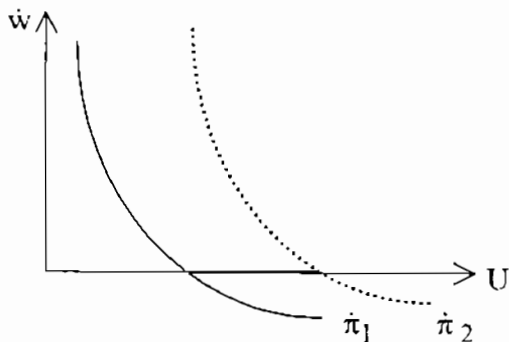
$$\dot{w} = -c(n^S - n^D) + \dot{\pi} \quad (4.58)$$

với \dot{w} là tỷ lệ tăng lương, n^S , n^D là cung, cầu lao động, $0 < c$ (hằng số). Như vậy phương trình vi phân trên thể hiện cơ chế giá trên thị trường lao động theo quan điểm của trường phái tiền tệ.

Ta có đường cong Phillips tương ứng:

$$\dot{w} = -cU + \dot{\pi} \quad (4.59)$$

và gọi là “*đường Phillips theo trường phái tiền tệ*” hay “*đường Phillips mở rộng*”. Thực chất ta có một họ đường Phillips vì ứng với các mức lạm phát dự tính π khác nhau ta có các đường khác nhau mặc dù chúng đều có độ dốc âm. Ta có hình 4-9 minh hoạ.



HÌNH 4 - 9

2. Động thái của thị trường lao động

a. Động thái của thị trường lao động theo trường phái Keynes

Ta có mô hình cân bằng thị trường lao động theo trường phái Keynes:

- Hàm cầu lao động: $p = d + (1 - a)n^D + w$ với $0 < a < 1, d > 0$
- Hàm cung lao động: $n^S = n_0$
- Động thái tiền lương: $\dot{w} = -c(n^S - n^D)$ với $c > 0$

trong mô hình này p và n_0 là các biến ngoại sinh.

Thay n^D, n^S từ các phương trình trên vào phương trình cuối ta được phương trình vi phân mô tả động thái tiền lương (động thái giá cả của thị trường lao động):

$$\dot{w} + \frac{c}{1-a} w = \frac{c}{1-a} [p - (1-a)n_0 - d] \quad (4.60)$$

Đây là phương trình vi phân cấp 1 với hệ số hằng của w . Nghiệm cân bằng liên thời của phương trình là:

$$w^* = \frac{c}{1-a} [p - (1-a)n_0 - d] : \frac{c}{1-a} = p - (1-a)n_0 - d \quad (4.61)$$

Do $c / (1-a) > 0$ nên quỹ đạo w^* là ổn định, tức là khi $t \rightarrow +\infty$ mọi quỹ đạo $w(t)$ đều hội tụ tới w^* .

Vì a, d, n_0 là các hằng số nên ta có $\dot{w}^* = \dot{p}$. Từ (4.55) suy ra:

$$\dot{p} = -cU \quad (4.62)$$

Như vậy theo quan niệm của trường phái Keynes, từ phương trình trên ta thấy có thể “đánh đổi” giữa thất nghiệp và lạm phát; nếu muốn giảm tỷ lệ

thất nghiệp (thất nghiệp không tự nguyện) - giảm U - thì p phải tăng, tức là có lạm phát và sự đánh đổi này xảy ra cả trong dài hạn.

b. Động thái của thị trường lao động theo trường phái tiền tệ

Ta có mô hình cân bằng thị trường lao động theo trường phái tiền tệ:

- Hàm cầu lao động: $p = d + (1 - a)n^D + w$ với $0 < a < 1, d > 0$

- Hàm cung lao động $n^S = g(w - \pi)$ với $g > 0$

- Động thái tiền lương: $\dot{w} = -c(n^S - n^D) + \pi$ với $c > 0$

- Động thái lạm phát dự tính: $\dot{\pi} = -e(p - \pi)$ với $e > 0$

trong mô hình này chỉ có p là biến ngoại sinh.

Lấy đạo hàm của 3 phương trình đầu theo thời gian t ta được:

$$\dot{p} = (1 - a)\dot{n}^D + \dot{w} \tag{4.63}$$

$$\dot{n}^S = g(\dot{w} - \dot{\pi}) \tag{4.64}$$

$$\ddot{w} = -c(\dot{n}^S - \dot{n}^D) + \dot{\pi} \tag{4.65}$$

Thay $\dot{n}^S, \dot{n}^D, \dot{\pi}$ từ các phương trình trên và nhóm các biến lại ta được hệ phương trình vi phân cấp hai đối với w và π :

$$\ddot{w} + \left[\frac{[(1-a)g + 1]c}{(1-a)} \right] \dot{w} - \dot{\pi} - cg\dot{\pi} = \frac{c}{1-a} \dot{p} \tag{4.66}$$

$$\dot{\pi} + e\dot{\pi} = e\dot{p} \tag{4.67}$$

Đặt $A = \left[\frac{[(1-a)g + 1]c}{(1-a)} \right], B = \frac{c}{1-a}$ với các giả thiết về a, g, c ta có $A, B > 0$.

Đặt $z = \dot{w}, v = \dot{\pi}$ ta có thể hạ cấp của hệ phương trình trên:

$$\dot{z} + Az - \dot{v} - cgv = B\dot{p} \tag{4.68}$$

$$\dot{v} + ev = e\dot{p} \tag{4.69}$$

Ta có thể biểu diễn hệ trên dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A & -cg \\ 0 & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B\dot{p} \\ e\dot{p} \end{bmatrix} \tag{4.70}$$

Để tìm nghiệm cân bằng liên thời ta giải hệ:

$$\begin{bmatrix} A & -cg \\ 0 & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B\dot{p} \\ e\dot{p} \end{bmatrix}$$

Để thấy rằng nghiệm của hệ trên là:

$$z^* = \dot{p} \text{ và } v^* = \dot{p} \quad (4.71)$$

Với các giả thiết đối với các tham số, người ta chứng minh được rằng các quỹ đạo z^* và v^* là ổn định. Gọi \dot{w}^* và $\dot{\pi}^*$ là các quỹ đạo của tỷ lệ tăng lương và tỷ lệ lạm phát dự tính tương ứng với nghiệm z^* , v^* . Theo kết quả trên ta có:

$$\dot{w}^* = \dot{p} \quad (4.72)$$

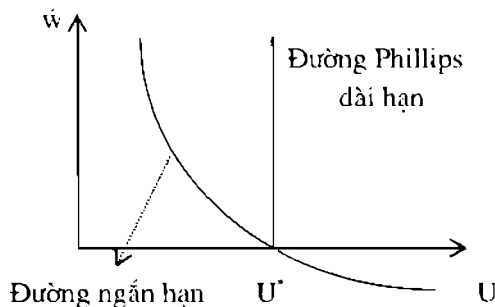
$$\dot{\pi}^* = \dot{p} \quad (4.73)$$

Như vậy khi $t \rightarrow +\infty$, mọi quỹ đạo của tỷ lệ tăng lương \dot{w} đều hội tụ tới \dot{w}^* và mọi quỹ đạo lạm phát dự tính $\dot{\pi}$ cũng hội tụ tới $\dot{\pi}^*$ và cả hai họ quỹ đạo này đều hội tụ cùng tới \dot{p} , tức là tới tỷ lệ lạm phát thực tế. Thay kết quả này vào (4.55) ta thấy trong dài hạn ($t \rightarrow +\infty$) đường Phillips sẽ thẳng đứng. Ta có thể minh hoạ trên hình 4-10.

Bằng cách phân tích động thái của thị trường lao động, ta đã chứng tỏ được quan điểm của trường phái tiền tệ về đường Phillips:

- Do dự tính về lạm phát của người lao động theo kiểu thích nghi nên trong dài hạn người lao động sẽ dự tính đúng tỷ lệ lạm phát thực tế ($\dot{\pi}^* = \dot{p}$).

- Nếu ban đầu, thị trường lao động cân bằng ở mức tỷ lệ thất nghiệp tự nhiên U^* thì do người lao động điều chỉnh mức cung lao động theo tiền lương có hiệu chỉnh theo lạm phát dự tính, trong dài hạn lạm phát dự tính và lạm phát thực tế là như nhau nên tiền lương thực tế không thay đổi và như vậy mức cung lao động lại trở về trạng thái ban đầu. Như vậy sẽ không có sự "đánh đổi" giữa thất nghiệp và lạm phát, sự "đánh đổi" này nếu có chỉ là hiện tượng ngắn hạn; về dài hạn thất nghiệp sẽ luôn ở mức U^* .



HÌNH 4 - 10

II. MÔ HÌNH CÂN BẰNG VĨ MÔ ĐỘNG

1. Mô hình theo trường phái Keynes

a. Mô hình

Ta có các phương trình sau mô tả cân bằng trên 3 thị trường: hàng hoá, tiền tệ và lao động:

$$(i) \quad y = a_0 - a_1 r \quad \text{với } a_0, a_1 > 0$$

$$(ii) \quad y = (m - p) / b_0 + b_1 r \quad \text{với } b_0, b_1 > 0$$

$$(iii) \quad \dot{m} = k \quad \text{với } k > 0$$

$$(iv) \quad \dot{w} = -c(n^S - n^D) \quad \text{với } c > 0$$

$$(v) \quad n^S = n_0$$

$$(vi) \quad y = a n^D \quad \text{với } 0 < a < 1$$

$$(vii) \quad p = d + (1 - a) n^D + w \quad \text{với } d > 0$$

(i) là phương trình đường IS, (ii) là đường LM, (iii) là giả thiết về chính sách mở rộng tiền tệ của nhà nước với tỷ lệ tăng trưởng của mức cung tiền tệ $\dot{m} = k$ là hằng số (ngoại sinh), (iv) là đường Phillips, (v) là cung lao động (ngoại sinh), (vi) là hàm sản xuất của nền kinh tế với giả thiết hiệu quả giảm theo quy mô, (vii) là hàm cầu lao động.

b. Phân tích mô hình

1. Giải mô hình

Ta xác định đường tổng cầu AD và tổng cung AS:

Giải hệ (i), (ii) để xác định AD:

$$y = \frac{a_0 b_0 b_1 + a_1 (m - p)}{b_0 (a_1 + b_1)} \quad (4.74)$$

Từ (vi), (vii) ta xác định đường AS:

$$y = \frac{a}{(1 - a)} (p - d - w) \quad (4.75)$$

trong biểu thức trên còn chứa w nên cần phải xác định quỹ đạo của w .

Từ (vi) ta có $n^D = y/a$, thay y từ đường AD, thay p từ (vii), thực hiện việc nhóm các số hạng ta được:

$$\dot{n}^D = \frac{a_0 b_0 b_1 + a_1 (m - d - w)}{a b_0 (a_1 + b_1) + a_1 (1 - a)} \quad (4.76)$$

Ký hiệu $M = ab_0(a_1 + b_1) / a_1 + (1 - a)$, với các giả thiết đã cho về các tham số ta có $M > 0$ và mẫu số của biểu thức trên sẽ bằng $a_1 M$. Như vậy:

$$n^D = \frac{a_0 b_0 b_1 + a_1 (m - d - w)}{a_1 M} \quad (4.77)$$

Thay n^D vào (iv) ta được:

$$\dot{w} = -cn^S + \frac{c}{M}(m - w) - \frac{c}{M} \left(\frac{a_0 b_0 b_1}{a_1} - d \right)$$

Lấy đạo hàm hai vế theo t ta được:

$$\ddot{w} = \frac{c}{M}(\dot{m} - \dot{w}) \quad (4.78)$$

Thay $\dot{m} = k$ phương trình trở thành:

$$\ddot{w} + \frac{c}{M}\dot{w} = -\frac{c}{M}k \quad (4.79)$$

Đó là phương trình vi phân cấp 2 đối với w . Nghiệm cân bằng liên thời sẽ có dạng:

$$w^* = k t \quad (4.80)$$

Do hệ số của \dot{w} dương ($c/M > 0$) nên quỹ đạo w^* ổn định và ta có $\dot{w}^* = k$.

2. Giải thích động thái của mô hình

- Giả sử ban đầu hệ kinh tế mô ta bởi hệ thống các phương trình (i) → (vii) đạt cân bằng tại mức tiền lương w^* ứng với sản lượng y^* và mức thất nghiệp U^* .

- Chính phủ muốn giảm mức thất nghiệp còn là $U_1 (< U^*)$ bằng chính sách tăng cung tiền tệ (hoặc tăng chi tiêu, giảm thuế...) để đường tổng cầu AD bị đẩy sang phải do đó làm tăng cầu lao động (n^D tăng) để đạt mức U_1 . Tuy nhiên khi cầu lao động tăng làm mất cân bằng trên thị trường lao động (có dư cầu $n^S - n^D$), khi này cơ chế giá (iv) (đường Phillis) bắt đầu hoạt động đòi hỏi tiền lương w phải tăng với nhịp độ \dot{w}_1 . Khi tiền lương tăng, theo phương trình đường AS, sẽ làm đường này bị kéo về phía trái.

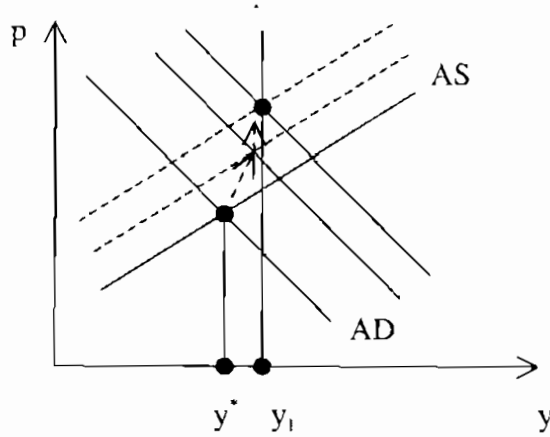
- Tại điểm cân bằng cân bằng mới ta có $\dot{w}_1 = \dot{w}^* = k$. Mặt khác theo (vii) ta có:

$$\dot{p} = (1 - a)n^D + \dot{w}_1 \quad (4.81)$$

như vậy, tại cân bằng mới, do $\dot{n}^D = 0$ nên ta có:

$$\dot{p} = \dot{w}_l = k \quad (4.82)$$

tức là có lạm phát. Ta có hình 4-11 minh hoạ.



HÌNH 4 - 11

2. Mô hình theo trường phái tiền tệ

a. Mô hình

Ta có các phương trình sau mô tả cân bằng trên 3 thị trường: hàng hoá, tiền tệ và lao động:

- (i) $y = a_0 - a_1 r$ với $a_0, a_1 > 0$
- (ii) $y = (m - p) / b_0 + b_1 r$ với $b_0, b_1 > 0$
- (iii) $\dot{m} = k$ với $k > 0$
- (iv) $\dot{w} = -c(n^S - n^D) + \pi$ với $c > 0$
- (v) $\dot{\pi} = -e(\dot{p} - \pi)$ với $e > 0$
- (vi) $n^S = g(w - \pi)$ với $g > 0$
- (vii) $y = a n^D$ với $0 < a < 1$
- (viii) $\dot{p} = d + (1 - a) n^D + w$ với $d > 0$

Các phương trình (i), (ii), (iii), (vii) và (viii) có thể giải thích tương tự như trong mô hình Keynes. (iv) là đường Phillips mở rộng với lạm phát dự tính được điều chỉnh theo (v), (vi) là hàm cung lao động.

b. Phân tích mô hình

1. Giải mô hình

Ta xác định đường tổng cầu AD và tổng cung AS:

Vì thị trường hàng hoá và tiền tệ giống như trong mô hình Keynes nên ta có đường AD:

$$y = \frac{a_0 b_0 b_1 + a_1 (m - p)}{b_0 (a_1 + b_1)} \quad (4.83)$$

Ta xác định đường AS:

Thay w từ (viii) vào (vi) để xác định n ($= n^S = n^D$) sau đó thay vào (vii):

$$y = y^* + B (p - \pi) \quad (4.84)$$

với
$$y^* = \frac{adg}{[1 + g(1-a)]}$$

và
$$B = \frac{ag}{[1 + g(1-a)]}$$

Có thể coi y^* là mức sản lượng “tự nhiên” theo nghĩa tại mức sản lượng này ta có $p = \pi$, tức là mức giá dự kiến bằng mức giá thực tế.

Từ phân tích động thái của thị trường lao động cho ta kết quả:

$$\dot{w}^* = \dot{p} \quad (4.85)$$

$$\dot{\pi}^* = \dot{p} \quad (4.86)$$

Theo (4.84) ta có nhịp tăng trưởng của sản lượng:

$$\dot{y} = B(\dot{p} - \dot{\pi}) \quad (4.87)$$

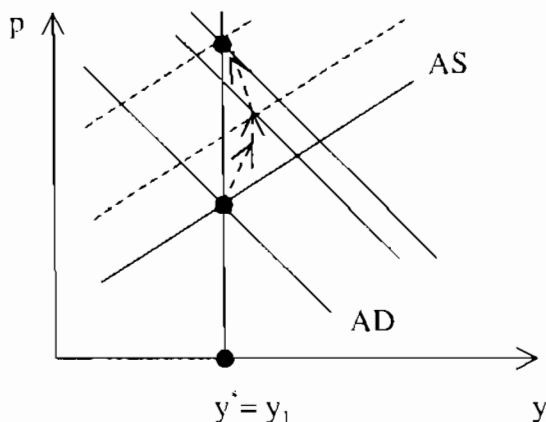
Về dài hạn (khi $t \rightarrow +\infty$), do các quỹ đạo đều hội tụ tới quỹ đạo cân bằng liên thời của các biến tương ứng nên ta có $\dot{y} = B(\dot{p} - \dot{\pi}) = 0$ suy ra $y = y^*$.

2. Giải thích động thái của mô hình

- Giả sử ban đầu hệ kinh tế mô ta bởi hệ thống các phương trình (i) \rightarrow (viii) đạt cân bằng tại mức tiền lương w^* ứng với sản lượng y^* và mức thất nghiệp U^* .

- Tương tự như trong mô hình Keynes, nếu Chính phủ muốn giảm mức thất nghiệp còn là $U_1 (< U^*)$ bằng chính sách tăng cung tiền tệ (hoặc tăng chi tiêu, giảm thuế...). Tác động của chính sách ban đầu giống như trước. Tuy

nhiên trong dài hạn ta có $\pi = \pi^*$, $\dot{w} = \dot{w}^*$ và theo (4.85) \rightarrow (4.87) ta có $y_1 = y^*$. Như vậy sẽ chỉ có lạm phát do p tăng còn sản lượng vẫn ở mức y^* . Ta có hình 4-12 minh hoạ.



HÌNH 4 - 12

Từ việc phân tích hai mô hình tương ứng với quan điểm của hai trường phái chúng ta thấy:

- Theo trường phái Keynes, bằng chính sách tài khoá hoặc tiền tệ chính phủ có thể “kích cầu” do đó làm tăng số công ăn việc làm nhưng cũng phải chấp nhận lạm phát. Vấn đề là ở chỗ chính phủ sẽ “đánh đổi” ở mức độ nào giữa hai chỉ tiêu mức công ăn việc làm và lạm phát.

- Theo trường phái tiền tệ, chính phủ sử dụng chính sách tài khoá hay tiền tệ trên thực tế sẽ làm thay đổi lượng cung tiền, và tác động “kích cầu” nếu có cũng chỉ trong ngắn hạn. trong dài hạn nền kinh tế sẽ trở về mức sản lượng, mức công ăn việc làm “tự nhiên”. Tác động của chính sách chỉ gây ra lạm phát. Vì lý do này M. Friedman - một trong những nhà kinh tế đứng đầu trường phái tiền tệ - đã nói: “Lạm phát ở bất cứ đâu, bất cứ khi nào cũng là hiện tượng của tiền tệ”.

Đối với nền kinh tế của một quốc gia, mức độ phù hợp của các mô hình còn phụ thuộc vào rất nhiều yếu tố khác và nhiều khi không chỉ thuần tuý là kinh tế. Bởi vậy việc kiểm chứng mô hình với hiện thực là điều kiện tiên quyết khi cần áp dụng. Bước đầu ứng dụng mô hình cân bằng vĩ mô động vào thực tế người ta thường sử dụng một số dạng rời rạc, đơn giản dưới đây.

II. MỘT SỐ MÔ HÌNH CÂN BẰNG VĨ MÔ ĐỘNG DẠNG ĐƠN GIẢN

1. Mô hình IS dạng Keynes

a. Giả thiết của mô hình

Mô hình đề cập tới trạng thái cân bằng động của thị trường hàng hóa-dịch vụ với sự có mặt của một số biến vĩ mô cùng quan hệ dạng tuyến tính.

- Hàm tiêu dùng: Tiêu dùng của kỳ này ngoài phần tự định sẽ phụ thuộc vào thu nhập của kỳ trước. Như vậy hàm tiêu dùng có dạng $C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}$ với $\alpha_0 > 0$, $1 > \alpha_1 > 0$, Y_t : thu nhập.

- Hàm đầu tư: đầu tư của kỳ này ngoài phần tự định phần còn lại sẽ phụ thuộc vào thu nhập của kỳ trước và lãi suất. Lãi suất trong ngắn hạn có thể coi như không đổi. Hàm đầu tư có dạng $I_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 r$ với $\beta_0 > 0$, $0 < \beta_1 < 1$, $\beta_2 < 0$, Y_t : thu nhập, r : lãi suất.

- Thu nhập sử dụng để trang trải tiêu dùng, đầu tư còn dùng vào các mục tiêu khác nên ta có giả thiết $\alpha_1 + \beta_1 < 1$.

b. Mô hình

Từ các hàm trên và điều kiện cân bằng thị trường ta có mô hình:

$$(i) \quad Y_t = C_t + I_t + G_0 + NX_0$$

$$(ii) \quad C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} \text{ với } \alpha_0 > 0, 1 > \alpha_1 > 0$$

$$(iii) \quad I_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 r \text{ với } \beta_0 > 0, 0 < \beta_1 < 1, \beta_2 < 0 \text{ và } \alpha_1 + \beta_1 < 1$$

trong mô hình Y là biến trạng thái, C, I : biến nội sinh; G_0 : chi tiêu của chính phủ, NX_0 : xuất khẩu ròng, r : lãi suất là các biến ngoại sinh

c. Phân tích mô hình

Trước hết ta lập phương trình sai phân mô tả động thái của thu nhập Y_t với tư cách là biến trạng thái của mô hình. Thay (ii), (iii) vào (i) và nhóm lại ta được:

$$Y_t - (\alpha_1 + \beta_1)Y_{t-1} = \alpha_0 + \beta_0 + \beta_2 r + G_0 + NX_0 \quad (4.88)$$

Từ phương trình trên suy ra mức thu nhập cân bằng (dài hạn)

$$Y^* = \frac{\alpha_0 + \beta_0 + \beta_2 r + G_0 + NX_0}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)}$$

Do $1 - (\alpha_1 + \beta_1) < 1$ nên Y^* ổn định.

Phương trình quỹ đạo thu nhập có dạng:

$$Y_t = Y^* + (Y_0 - Y^*) (\alpha_1 + \beta_1)^t \quad (4.89)$$

với Y_0 là thu nhập ban đầu.

Từ đây sử dụng (ii), (iii) ta có thể xác định quỹ đạo tiêu dùng và đầu tư:

$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1 [Y^* + (Y_0 - Y^*) (\alpha_1 + \beta_1)^{t-1}]$$

$$I_t = \beta_0 + \beta_1 [Y^* + (Y_0 - Y^*) (\alpha_1 + \beta_1)^{t-1}] + \beta_2 r$$

d. Một số chú ý

- Ta có thể thiết lập và phân tích mô hình kinh tế lượng tương ứng với phương trình (4.88) do đó có thể ước lượng được thu nhập cân bằng.

- Nếu đầu tư phụ thuộc vào mức tăng trưởng kinh tế khi đó hàm đầu tư trong (iii) sẽ có dạng:

$$I_t = \gamma (Y_t - Y_{t-1}) \text{ với } 0 < \gamma < 1$$

- Ta có thể xét mô hình với việc nội sinh hoá các biến G_0 và NX_0 .

- Ta có thể xét mô hình dạng tuyến tính loga.

Thí dụ 4.5

Cho mô hình:

$$Y_t = C_t + I_0 + G_0 + NX_0$$

$$C_t = 750 + 0,5Y_{t-1}$$

$$G_0 = 800, NX_0 = 200 \text{ và } I_0 = 500.$$

a. Hãy xác định thu nhập cân bằng và khảo sát tính ổn định.

b. Nếu ban đầu nền kinh tế ở trạng thái cân bằng nhưng do cú sốc nên chỉ tiêu của chính phủ tăng thành 1000. Tìm thu nhập và tiêu dùng sau 2 kỳ. Tìm tỷ lệ sai lệch giữa thu nhập sau 2 kỳ với thu nhập cân bằng.

Giải:

a. Ta có $Y^* = \frac{\alpha_0 + I_0 + G_0 + NX_0}{1 - \alpha_1} = \frac{750 + 500 + 800 + 200}{1 - 0,5} = 4500$

Do $\alpha_1 = 0,5 < 1$ nên Y^* là ổn định.

b. Tại $t = 0$ ta có $C_0 = 750 + 0,5 Y^* = 3000$

Do đó $Y_0 = C_0 + I_0 + G_0 + NX_0 = 3000 + 500 + 1000 + 200 = 4700$

Mức thu nhập cân bằng mới

$$Y^* = \frac{\alpha_0 + I_0 + G_0 + NX_0}{1 - \alpha_1} = \frac{750 + 500 + 1000 + 200}{1 - 0,5} = 4900$$

Theo (4.89) ta có $Y_t = Y^* + (Y_0 - Y^*)\alpha_1^t$ nên với $t=2: Y_2 = 4850$.

Tỷ lệ sai lệch: $(4900 - 4850)/4900 = 0,010204 \approx 1\%$.

Với $t=1$ ta có $Y_1 = 4800$ suy ra $C_2 = 750 + 0,5Y_1 = 3150$.

2. Mô hình phân tích quan hệ thất nghiệp - lạm phát - Mô hình đường Phillips tổng quát

Trong chương 4 mục §3.1 ta đã đề cập tới đường Phillips như một hàm biểu thị quan hệ giữa lạm phát tiền lương và tỷ lệ thất nghiệp và quan hệ này chính là cơ chế điều chỉnh trên thị trường lao động. Để có thể phân tích quan hệ thất nghiệp và lạm phát nói chung và khả năng tác động của chính sách vĩ mô ta cần xét mô hình đường Phillips với một số mở rộng (đường Phillips tổng quát).

1. Thất nghiệp và lạm phát

a. Thất nghiệp

Người lao động làm vào tình trạng *thất nghiệp* được hiểu là mặc dù người lao động sẵn sàng làm việc (cung lao động) với mức lương trên thị trường lao động nhưng vẫn không được đáp ứng. Như vậy thất nghiệp ở đây được coi là *thất nghiệp không tự nguyện*. Để phản ánh tình hình thất nghiệp của toàn bộ nền kinh tế ta sử dụng biến U : tỷ lệ thất nghiệp.

b. Lạm phát

Nền kinh tế có lạm phát (hoặc trong trạng thái lạm phát) nếu mức giá chung *tăng thường xuyên* theo thời gian. Để thể hiện và đo mức độ lạm phát người ta dùng tỷ lệ (hệ số) tăng trưởng của mức giá chung gọi là *tỷ lệ lạm phát*. Như vậy nếu P là mức giá chung của nền kinh tế thì $p = \frac{\dot{P}}{P}$ gọi là tỷ lệ lạm phát. Nếu $p < 0$ thì khi đó nền kinh tế có *giảm phát* và p là tỷ lệ giảm phát.

2. Quan hệ thất nghiệp và lạm phát

a. Quan hệ thất nghiệp - tiền lương - giá cả - lạm phát - Đường Phillips tổng quát

Ban đầu đường Phillips chỉ giải thích quan hệ giữa tỷ lệ thất nghiệp U

và tỷ lệ tăng trưởng tiền lương w với dạng hàm $w = f(U)$, $f' < 0$. Tuy nhiên do w tăng sẽ làm tăng giá các sản phẩm do đó làm tăng mức giá chung của nền kinh tế, nói cách khác w tăng sẽ gây áp lực lạm phát. Như vậy khi w tăng sẽ làm p tăng. Trong thực tế người ta nhận thấy rằng khi tiền lương tăng sẽ khuyến khích người lao động làm việc có năng suất hơn (năng suất lao động tăng). Việc năng suất lao động tăng sẽ góp phần làm giảm chi phí sản xuất và giá thành sản phẩm do đó giảm mức độ tăng giá. Nếu ký hiệu T là tỷ lệ tăng năng suất lao động chung của nền kinh tế ($T > 0$) và giá định quan hệ giữa các biến có dạng tuyến tính ta sẽ có các phương trình sau mô tả các quan hệ:

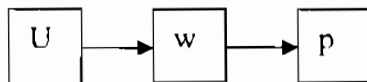
(i) $w = \alpha - \beta U$ với $\alpha, \beta > 0$: đường Phillips ban đầu

(ii) $p = w - T$: tăng lương dẫn tới tăng giá nhưng tốc độ chậm hơn do năng suất lao động tăng.

Từ (i), (ii) ta có phương trình sau mô tả quan hệ giữa thất nghiệp và lạm phát:

$$p = \alpha - \beta U - T \text{ với } \alpha, \beta > 0 \tag{4.90}$$

Cách phân tích ta vừa thực hiện nhằm xác lập quan hệ thất nghiệp - lạm phát được gọi là tiếp cận về *phía cung* và đồ thị ứng với phương trình (4.90) gọi là *đường Phillips mở rộng*. Ta có sơ đồ minh họa:



b. Quan hệ lạm phát - thất nghiệp

Bên cạnh quan hệ thất nghiệp có ảnh hưởng tới lạm phát: $U \rightarrow p$ ta có thể xác lập quan hệ lạm phát cũng tác động tới thất nghiệp: $p \rightarrow U$, tức là mối quan hệ ngược trong sơ đồ trên:



Ta biết rằng khi giá cả tăng sẽ làm giảm chi tiêu và lượng cung tiền thực tế của nền kinh tế do đó sẽ ảnh hưởng tới tổng cầu. Tổng cầu thay đổi sẽ dẫn tới sự điều chỉnh trong tổng cung ở trạng thái cân bằng. Sự điều chỉnh này sẽ ảnh hưởng tới hoạt động của các doanh nghiệp trong đó có việc sử dụng lao động. Xét toàn bộ nền kinh tế, sự điều chỉnh của tổng cung (do biến động của

tổng cầu sẽ tác động tới tỷ lệ thất nghiệp. Nếu tổng cầu tăng (giảm) dẫn tới tổng cung tăng (giảm) điều này dẫn tới tỷ lệ thất nghiệp giảm (tăng). Ta sẽ xét sự biến động của tổng cầu do sự thay đổi của chỉ tiêu chính phủ và sự thay đổi này bắt nguồn từ biến động của mức giá. Nếu ký hiệu G là chỉ tiêu của chính phủ (chỉ tiêu danh nghĩa) khi đó $g = \frac{\dot{G}}{G}$ là tỷ lệ tăng trưởng của G . Ta có G/P

là chỉ tiêu thực tế của chính phủ và $g - p = \frac{\dot{G}}{G} - \frac{\dot{P}}{P} = \frac{\dot{(G/P)}}{(G/P)}$ chính là tỷ lệ tăng trưởng của chỉ tiêu thực tế của chính phủ.

Tỷ lệ này sẽ giảm (tăng) khi p tăng- có lạm phát (giảm - có giảm phát) dẫn tới tổng cầu giảm (tăng) do đó thất nghiệp sẽ tăng (giảm). Nếu ký hiệu U_t : tỷ lệ thất nghiệp của kỳ t , theo phân tích ở trên ta có:

$$U_{t+1} - U_t = -k(g - p_{t+1}) \text{ với } k > 0 \quad (4.91)$$

Vế trái của (4.91) là sự thay đổi của tỷ lệ thất nghiệp và sự thay đổi này tỷ lệ nghịch với tỷ lệ tăng trưởng của chỉ tiêu thực tế của chính phủ ($g - p_{t+1}$). Phương trình (4.91) mô tả quan hệ lạm phát (p) - thất nghiệp (U). Cách phân tích ta vừa thực hiện là tiếp cận về *phía cầu*.

3. Mô hình phân tích quan hệ thất nghiệp và lạm phát

a. Mô hình

Kết hợp (4.90) và (4.91) ta có mô hình:

$$(i) \quad p_t = \alpha - \beta U_t - T \text{ với } \alpha, \beta > 0$$

$$(ii) \quad U_{t+1} - U_t = -k(g - p_{t+1}) \text{ với } k > 0$$

b. Phân tích mô hình

Mô hình trên có p và U là các biến trạng thái; g, T : các biến ngoại sinh và α, β : tham số.

- Phân tích động thái của tỷ lệ lạm phát p

Áp dụng (i) với $(t+1)$ ta có:

$$(iii) \quad p_{t+1} = \alpha - \beta U_{t+1} - T$$

Lấy (iii) - (i), thay $(U_{t+1} - U_t)$ từ (ii) và nhóm lại ta được phương trình sai phân mô tả động thái của p :

$$p_{t+1} - \frac{1}{(1+k\beta)} p_t = \frac{k\beta g}{(1+k\beta)} \quad (4.92)$$

Từ phương trình dễ dàng xác định được:

- Tỷ lệ lạm phát dài hạn: $p^* = g$ và ổn định. Như vậy nếu các điều kiện khác không đổi, chỉ tiêu danh nghĩa của chính phủ tăng đều đặn hàng năm với tỷ lệ 100g% thì về lâu dài tỷ lệ lạm phát hàng năm cũng sẽ là 100g%.

- Phương trình động thái lạm phát:

$$p_t = g + (p_0 - g) \left[\frac{1}{(1+k\beta)} \right]^t \text{ với } p_0 \text{ là mức lạm phát ban đầu.}$$

- Phân tích động thái của tỷ lệ thất nghiệp U

Thay p_{t+1} từ (iii) vào (ii), thực hiện nhóm ta được phương trình sai phân mô tả động thái của U :

$$U_{t+1} - \frac{1}{(1+k\beta)} U_t = \frac{k(\alpha - g - \Gamma)}{(1+k\beta)} \quad (4.93)$$

Từ phương trình dễ dàng xác định được:

- Tỷ lệ thất nghiệp dài hạn: $U^* = \frac{(\alpha - g - \Gamma)}{\beta}$ và ổn định.

- Phương trình động thái của tỷ lệ thất nghiệp:

$$U_t = U^* + (U_0 - U^*) \left[\frac{1}{(1+k\beta)} \right]^t \text{ với } U_0 \text{ là tỷ lệ thất}$$

nghiệp ban đầu.

Ta có thể coi U^* là tỷ lệ thất nghiệp tự nhiên. Tại trạng thái cân bằng dài hạn của nền kinh tế do $p^* = g$ nên $U^* = \frac{(\alpha - p^* - \Gamma)}{\beta}$.

c. Chú ý

- Ta có thể thiết lập và phân tích các mô hình kinh tế lượng tương ứng với phương trình (4.92) và (4.93) do đó có thể ước lượng được tỷ lệ lạm phát dài hạn và tỷ lệ thất nghiệp tự nhiên. Thật vậy, đặt

$$\beta_0 = \frac{k\beta g}{(1+k\beta)}; \beta_1 = \frac{1}{(1+k\beta)}; \gamma_0 = \frac{k(\alpha - g - T)}{(1+k\beta)}; \gamma_1 = \frac{1}{(1+k\beta)}$$

khi đó mô hình kinh tế lượng ứng với (4.92), (4.93) sẽ là:

$$p_{t+1} = \beta_0 + \beta_1 p_t + \varepsilon_{t+1}$$

$$U_{t+1} = \gamma_0 + \gamma_1 U_t + v_{t+1}$$

$$\text{Để dàng có thể thấy } p^* \approx \frac{\hat{\beta}_0}{1 - \hat{\beta}_1}; U^* \approx \frac{\hat{\gamma}_0}{1 - \hat{\gamma}_1}.$$

- Qua ước lượng từ số liệu thực tế của nhiều nền kinh tế tỷ lệ thất nghiệp tự nhiên thường vào khoảng 6%.

- Có thể xét trường hợp: chính phủ tăng lượng tiền cung ứng danh nghĩa với tỷ lệ tăng trưởng m do đó dẫn tới việc tăng lượng tiền cung ứng thực tế với tỷ lệ $(m - p)$. Ta có thể thiết lập mô hình, phân tích sẽ được kết quả tương tự với sự thay đổi vai trò của g bằng m . Ta cũng có thể mở rộng mô hình bằng việc xét đồng thời cả hai chính sách tài khóa và tiền tệ. Khi này phương trình (ii) sẽ được thay bởi $U_{t+1} - U_t = -k(g + m - p_{t+1})$ với $k > 0$.

Thí dụ 4.6

Cho mô hình:

$$p_t = 0,3 - 2,6U_t - 0,03$$

$$U_{t+1} - U_t = -12(0,07 - p_{t+1})$$

và đơn vị thời gian t : năm

a. Hãy xác định tỷ lệ lạm phát và tỷ lệ thất nghiệp cân bằng và khảo sát tính ổn định.

b. Nếu hiện nay tỷ lệ lạm phát: 5%/năm, tỷ lệ thất nghiệp: 8%/năm. Hãy dự đoán hai tỷ lệ trên sau 3 năm.

Giải:

a. Theo ký hiệu ta có: $\alpha = 0,3$, $\beta = 2,6$, $T = 0,03$, $k = 12$ và $g = 0,07$: hàng năm chi tiêu của chính phủ tăng 7%, năng suất lao động tăng 3%.

Ta có $p^* = g = 0,07 \sim 7\%$ và

$$U^* = \frac{(\alpha - g - T)}{\beta} = \frac{0,3 - 0,07 - 0,03}{2,6} \approx 0,076923 \approx 7,7\%$$

Do $\frac{1}{1+k\beta} = \frac{1}{1+12 \times 2,6} \approx 0,031056 < 1$ nên p^* và U^* là ổn định.

b. Ta cần tính p_3 và U_3 , ta có:

$$p_3 = g + (p_0 - g) \left[\frac{1}{(1+k\beta)} \right]^3 = 0,07 + (0,05 - 0,07)(0,076923)^3 \approx 0,069991$$

$$U_3 = U^* + (U_0 - U^*) \left[\frac{1}{(1+k\beta)} \right]^3 = 0,07 + (0,08 - 0,07)(0,076923)^3 \approx 0,069995$$

§4. MÔ HÌNH TĂNG TRƯỞNG KINH TẾ

I. TĂNG TRƯỞNG KINH TẾ VÀ MÔ HÌNH TĂNG TRƯỞNG KINH TẾ

1. Tăng trưởng kinh tế và lý thuyết tăng trưởng

a. Các khái niệm liên quan tới tăng trưởng kinh tế

- *Tăng trưởng kinh tế*: tăng trưởng kinh tế là việc mở rộng khả năng (năng lực) sản xuất của một nền kinh tế theo thời gian. Để thể hiện về mặt lượng cũng như chất của quá trình tăng trưởng ta phải sử dụng nhiều chỉ tiêu. Trong nghiên cứu ban đầu về mặt lượng của tăng trưởng kinh tế người ta thường dùng chỉ tiêu: tăng trưởng (sự gia tăng) của GNP (hay GDP).

- *Phát triển kinh tế*: sự phát triển, tiến bộ của hệ thống kinh tế - xã hội. Để phản ánh một cách đầy đủ và toàn diện sự phát triển của nền kinh tế (*phát triển kinh tế*) ngoài các chỉ tiêu liên quan tới tăng trưởng cần có thêm các chỉ tiêu thể hiện sự tiến bộ trong nhiều lĩnh vực khác của đời sống xã hội:

- về *chất lượng cuộc sống*: trình độ học vấn, tình trạng sức khỏe và dịch vụ y tế của dân cư... có thể gộp các chỉ tiêu này dưới một chỉ tiêu chung, *mức tiêu dùng tính theo đầu người*.

- về công bằng, dân chủ xã hội...

Như vậy tăng trưởng kinh tế chỉ là một bộ phận, một nội dung cấu thành phát triển kinh tế. Trong kinh tế học, việc tìm hiểu, nghiên cứu, giải thích và dự báo xu hướng, nguồn gốc của quá trình tăng trưởng kinh tế là đối tượng nghiên cứu của *lý thuyết tăng trưởng kinh tế* còn *kinh tế phát triển* tập trung vào đối tượng lớn hơn: quá trình phát triển kinh tế.

b. Lý thuyết tăng trưởng kinh tế

Việc tìm hiểu, nghiên cứu các yếu tố (nhân tố) khiến các nền kinh tế tăng trưởng (nghiên cứu nguồn gốc tăng trưởng) với các giả định của người nghiên cứu hình thành các lý thuyết (lý luận) tăng trưởng. Để nắm bắt chi tiết và đầy đủ về lý thuyết tăng trưởng, độc giả có thể tìm hiểu trong các tài liệu chuyên khảo. Trong khuôn khổ giáo trình, việc khảo sát lĩnh vực tăng trưởng được xem như một đối tượng ứng dụng của mô hình kinh tế động, do đó tác giả sẽ giới hạn ở những nội dung cơ bản của lý thuyết tăng trưởng nhằm hướng tới mô hình tăng trưởng kinh tế.

Từ lâu các nước vẫn coi tăng trưởng kinh tế là một mục tiêu trung tâm. Những nhân tố tác động đến tăng trưởng kinh tế bao gồm:

- *Nhân tố kinh tế*: nguồn vốn, nguồn tài nguyên, trình độ công nghệ, trình độ quản lý và tổ chức sản xuất. Khi nói đến trình độ công nghệ cần phải hiểu rằng “công nghệ” được quan niệm theo nghĩa rộng bao gồm công nghệ sản xuất (xét về mặt kỹ thuật), công nghệ quản lý, điều hành.

- *Nhân tố kinh tế - xã hội*: dân số và nguồn lao động.

- *Nhân tố xã hội*: văn hóa, truyền thống, tôn giáo, quan hệ và thể chế xã hội.

Lý thuyết về tăng trưởng kinh tế chỉ giới hạn nghiên cứu tác động qua lại của nhân tố kinh tế và dân số, lao động đối với tăng trưởng kinh tế và xu hướng diễn biến theo thời gian của các tác động này.

Như vậy theo lý thuyết tăng trưởng, các nhân tố cơ bản ảnh hưởng tới tăng trưởng của một nền kinh tế là:

- Dân số và nguồn lao động.
- Nguồn vốn.
- Nguồn tài nguyên.
- Trình độ công nghệ.



Có thể ví bốn nhân tố trên như bốn bánh xe của cỗ xe kinh tế. Cỗ xe tiến nhanh, chậm thậm chí thụt lùi là tùy thuộc vào sự quay đồng bộ đều đặn và động lực của mỗi bánh xe. Lịch sử phát triển kinh tế của nhiều nước ở Châu Âu và Bắc Mỹ từ đầu thế kỷ 19 đến nay chứng tỏ rằng vốn (vốn thông thường và vốn con người) đóng vai trò chủ đạo. Tại nước ta, sự nghiệp đổi mới toàn diện mọi mặt hoạt động của xã hội đã thu được nhiều thành tựu quan trọng, đặc biệt trong lĩnh vực kinh tế. Nền kinh tế Việt Nam đã thoát

khởi khủng hoảng và tăng trưởng trên nhiều lĩnh vực. Tuy nhiên hiện nay khó khăn chủ yếu trong phát triển kinh tế của ta là thiếu vốn. Tiềm năng lao động của ta dồi dào, nguồn tài nguyên phong phú đa dạng. Muốn khai thác và sử dụng có hiệu quả thế mạnh này và để cải thiện trình độ công nghệ chúng ta cần rất nhiều vốn. Bởi vậy đề cập đến tăng trưởng kinh tế trong hoàn cảnh nước ta hiện nay không thể đề cao vai trò then chốt của vốn.

2. Mô hình tăng trưởng kinh tế

Nghiên cứu lý thuyết tăng trưởng không chỉ dừng lại ở việc phân tích nguồn gốc tăng trưởng của các nền kinh tế mà còn nhằm đề xuất các phương án thực hiện phát triển kinh tế theo mục tiêu. Công cụ hữu hiệu có thể sử dụng đó là các *mô hình tăng trưởng kinh tế*. Mô hình tăng trưởng kinh tế là mô hình toán kinh tế đề cập tới các nhân tố, các điều kiện, các mối liên hệ giữa các nhân tố, đồng thời mô tả quá trình tăng trưởng theo thời gian. Có nhiều mô hình tăng trưởng kinh tế được xây dựng nhằm phân tích, dự báo quá trình tăng trưởng. Nếu xét trên giác độ thời gian (từ thế kỷ 20 trở lại đây), tính hiện đại trong cách tiếp cận (sử dụng cách tiếp cận kinh tế vi mô và vĩ mô) và giá thiết liên quan tới các nhân tố tăng trưởng, về cơ bản có thể phân thành ba nhóm mô hình:

- *Nhóm mô hình theo trường phái Keynes*: các mô hình thuộc nhóm này đều có chung quan điểm về vai trò quyết định tăng trưởng của nhân tố vốn và quá trình đầu tư vốn cũng như các chính sách của nhà nước. Mô hình tiêu biểu trong nhóm là *mô hình Harrod - Domar*

- *Nhóm mô hình tăng trưởng tân cổ điển*: các mô hình thuộc nhóm này đều nêu bật vai trò quyết định tăng trưởng không những của nhân tố vốn mà còn của lao động, tiến bộ công nghệ và quá trình tăng trưởng sẽ đưa nền kinh tế hội tụ đến trạng thái gọi là “trạng thái bền vững”. Sự can thiệp của nhà nước không được đề cao trong các mô hình này. Mô hình tiêu biểu trong nhóm này là *mô hình Solow - Swan*.

- *Nhóm mô hình tăng trưởng nội sinh*: hai nhóm mô hình trên có tên gọi chung là *mô hình tăng trưởng ngoại sinh* với hàm ý rằng cơ chế, động lực thúc đẩy tăng trưởng là yếu tố ngoại sinh. Nhóm mô hình tăng trưởng nội sinh về cơ bản cũng dựa vào lý thuyết kinh tế tân cổ điển (giống như nhóm mô hình tân cổ điển) tuy nhiên trong các mô hình tăng trưởng nội sinh, nhân tố thúc đẩy tăng trưởng dài hạn được nội sinh hoá, nói cách khác nhân tố này được hình thành ngay trong quá trình tăng trưởng do đó dẫn tới sự tăng

trường liên tục của các nền kinh tế. Có hai nhân tố nội sinh chủ yếu trong các mô hình tăng trưởng nội sinh: *kiến thức* và *vốn con người*.

Trong mô hình tăng trưởng có nhiều chỉ tiêu (biến số) được xác lập và phân tích động thái. Trong quá trình tăng trưởng các chỉ tiêu có thể có nhịp tăng trưởng với các hình thái khác nhau. Nếu các chỉ tiêu đề cập trong mô hình có nhịp tăng trưởng bằng nhau khi đó quá trình tăng trưởng (quỹ đạo tăng trưởng) gọi là *tăng trưởng cân đối*, nếu các nhịp tăng trưởng là hằng số (không phụ thuộc thời gian) thì trạng thái cân bằng được gọi là trạng thái *tăng trưởng bền vững* (trạng thái dừng).

Trong khuôn khổ giáo trình chúng ta sẽ đề cập tới mô hình tăng trưởng kinh tế Harrod-Domar và mô hình Solow - Swan.

II. MÔ HÌNH TĂNG TRƯỞNG KINH TẾ HARROD - DOMAR

Dựa vào quan điểm của trường phái Keynes về vai trò của nhân tố vốn trong việc gia tăng sản lượng của nền kinh tế, hai nhà kinh tế Roy F. Harrod (ở Anh năm 1939) và Evsey Domar (ở Mỹ năm 1946) trong các bài báo công bố độc lập (bài của Harrod đăng trên *Economic Journal*, bài của Domar đăng trên *Econometrica*) đã trình bày về mối quan hệ giữa tăng trưởng sản lượng và nhu cầu về vốn của nền kinh tế. Kết quả nghiên cứu của hai ông sau này được hệ thống lại thành mô hình tăng trưởng Harrod - Domar.

1. Đặt vấn đề

Khi nghiên cứu sự tăng trưởng của một nền kinh tế, một trong những vấn đề được quan tâm là xác lập mối liên hệ giữa lượng vốn đầu tư và sự gia tăng sản lượng (đầu ra). Nếu biết được mối liên hệ này ta có thể tính được nhu cầu đầu tư của nền kinh tế để đảm bảo yêu cầu tăng trưởng đã dự kiến.

2. Mô hình hoá

a. Các giả thiết

- Năng lực sản xuất của nền kinh tế tại thời điểm t được mô tả bởi hàm sản xuất chỉ phụ thuộc (tuyến tính) vào lượng vốn, không tính tới lao động cũng như tiến bộ công nghệ. Ký hiệu $Q(t)$, $K(t)$ là năng lực sản xuất, lượng vốn ở thời điểm t , ta có $Q(t) = \rho K(t)$ với tham số $\rho > 0$ và là hằng số.

- Sự gia tăng của lượng vốn trong chu kỳ xem xét là do đầu tư trong kỳ (như vậy đầu tư sẽ không có độ trễ và cũng không xét tới khấu hao vốn). Hoạt động đầu tư ngoài việc tác động tới năng lực sản xuất (thông qua vốn)

còn tác động tức thời, không có trễ tới tổng cầu (thu nhập) theo dạng “nhân tử” tương tự như trong mô hình cân bằng vĩ mô. Giả thiết này gọi là giả thiết về vai trò kép của đầu tư. Gọi $Y(t)$, $I(t)$ là tổng cầu (tương ứng với thu nhập), đầu tư của kỳ t thì:

$$\dot{K} = I(t) \quad (4.94)$$

$$Y(t) = \frac{1}{s} I(t) \quad (4.95)$$

tham số s với $0 < s < 1$ và là hằng số, gọi là khuynh hướng tiết kiệm biên (MPS) hoặc tỷ lệ tiết kiệm. Ta có thể giải thích rõ hơn về hệ thức (4.95): nếu tỷ lệ tiết kiệm là s thì từ thu nhập $Y(t)$ nền kinh tế sẽ có khoản tiết kiệm $S(t) = sY(t)$. Tại trạng thái cân bằng vĩ mô có $S(t) = I(t)$ nên ta được (4.95).

- Điều kiện cân bằng: Năng lực sản xuất của nền kinh tế (tương ứng với tổng cung hay mức sản lượng) = tổng cầu, tức là $Q(t) = Y(t)$.

b. Mô hình tăng trưởng Harrod - Domar

Từ các giả thiết về mối quan hệ giữa các biến tổng hợp lại ta có mô hình:

$$\dot{K} = I(t) \quad (4.96)$$

$$Y(t) = \frac{1}{s} I(t) \quad (4.97)$$

$$Q(t) = \rho K(t) \quad (4.98)$$

$$Q(t) = Y(t) \quad (4.99)$$

các biến nội sinh: Y, Q, K, I ; biến ngoại sinh: ρ, s

Biến ρ có thể xem là năng suất biên của vốn. Nếu đặt $\frac{1}{\rho} = v$, khi này

v được gọi là hệ số gia tăng vốn - sản lượng hoặc hệ số ICOR (Increment Capital - Output Ratio: $\Delta K / \Delta Y$), v cho biết số vốn cần thiết để gia tăng 1 đơn vị sản lượng (đầu ra).

c. Phân tích mô hình

1. Giải mô hình

Trong trường hợp mô hình động, ta cần biểu diễn các biến nội sinh theo thời gian, tức là xác định quỹ đạo của chúng xuất phát từ thời kỳ gốc. Cho $t=0$ là thời kỳ gốc và ký hiệu $Y_0=Y(0)$, $Q_0=Q(0)$, $K_0=K(0)$, $I_0=I(0)$.

Lấy đạo hàm theo thời gian t cả hai vế của (4.97), (4.98), (4.90) ta được:

$$\dot{Y} = \frac{1}{s} \dot{I} \quad (4.100)$$

$$\dot{Q} = \rho \dot{K} \quad (4.101)$$

$$\dot{Q} = \dot{Y} \quad (4.102)$$

Từ (4.100) \rightarrow (4.102) và sử dụng (4.96) ta có:

$$\rho I(t) = \frac{1}{s} \dot{I} \quad (4.103)$$

Suy ra:
$$\dot{I} - \rho s I(t) = 0 \quad (4.104)$$

Đây là phương trình vi phân đối với I , nghiệm của phương trình này với điều kiện ban đầu $I_0 = I(0)$ là $I(t) = I_0 e^{\rho s t}$. Thay vào các phương trình trong mô hình ta sẽ tìm được:

$$Y(t) = Y_0 e^{\rho s t}, \quad K(t) = K_0 e^{\rho s t}, \quad Q(t) = Q_0 e^{\rho s t}.$$

2. Phân tích kết quả

- Ký hiệu g_Y, g_K, g_I là nhịp tăng trưởng Y, K và I từ kết quả trên dễ thấy rằng $g_Y = g_K = g_I = \rho s = s/v$ và là hằng số. Như vậy quá trình tăng trưởng là tăng trưởng cân đối.

- Ta hãy xét trường hợp: giả sử trong thực tế đầu tư I tăng với nhịp độ r và $r \neq s/v$, khi này sẽ xảy tình trạng gì đối với nền kinh tế?

Ta có $I(t) = I_0 e^{rt}$ suy ra $\dot{I} = r I_0 e^{rt}$. Từ (4.103) và (4.104) suy ra
$$\dot{Y} = \frac{r}{s} I e^{rt}, \quad \dot{Q} = \rho I(t) = \rho I_0 e^{rt}.$$

Ta xét tỷ số $\frac{\dot{Y}}{\dot{Q}}$, từ số phản ánh tác động của đầu tư tới tổng cầu, còn mẫu số thể hiện tác động tới năng lực sản xuất. Theo kết quả trên ta có $\frac{\dot{Y}}{\dot{Q}} = r/\rho s$. Như vậy nếu đầu tư tăng nhanh hơn mức cần thiết ($r > \rho s$) thì $\frac{\dot{Y}}{\dot{Q}} > 1$, do đó tác động của đầu tư tới năng lực sản xuất yếu hơn tới tổng cầu,

nền kinh tế sẽ ở tình trạng năng lực sản xuất không đáp ứng được nhu cầu, tức là thiếu hụt năng lực sản xuất. Nếu ngược lại, đầu tư tăng chậm hơn mức cần thiết ($r < \rho s$) thì nền kinh tế sẽ xảy ra tình trạng thừa năng lực sản xuất. Đây là một nghịch lý gây ra nhiều tranh luận giữa các nhà kinh tế. Có lẽ do mô hình Harrod - Domar còn quá đơn giản nên xuất hiện nghịch lý này. Do ρ, s là ngoại sinh nên trong thực tế không phải lúc nào ta cũng có $r = \rho s$ vì vậy các nhà kinh tế gọi trường hợp này là “lưỡi dao cạo” (Razor’s edge) với hàm ý trường hợp may mắn này mong manh như trên lưỡi dao.

d. Mô hình tăng trưởng Harrod - Domar dạng rời rạc

Mô hình được sử dụng trong thực tế là mô hình rời rạc theo thời gian. Ta sẽ xét các trường hợp không có trễ và có trễ trong đầu tư.

1. Mô hình không có trễ

- Mô hình:

$$K_t - K_{t-1} = I_t \tag{4.105}$$

$$Y_t = \frac{1}{s} I_t \tag{4.106}$$

$$Q_t = \rho K_t \tag{4.107}$$

$$Q_t = Y_t \tag{4.108}$$

- Phân tích:

Trước hết ta xác định phương trình sai phân mô tả động thái của Y . Ta có:

$$Y_t = \rho K_t = \rho (K_{t-1} + I_t) = \rho K_{t-1} + \rho s Y_t = Y_{t-1} + \rho s Y_t$$

$$\text{Suy ra } Y_t - \left(\frac{1}{1 - \rho s}\right) Y_{t-1} = 0.$$

Từ phương trình trên sử dụng (4.106) và (4.107), sau khi biến đổi ta có các phương trình sai phân:

$$I_t - \left(\frac{1}{1 - \rho s}\right) I_{t-1} = 0; K_t - \left(\frac{1}{1 - \rho s}\right) K_{t-1} = 0$$

Do $\frac{1}{1 - \rho s} = \frac{v}{v - s}$ nên nghiệm của các phương trình trên với điều kiện ban đầu I_0, K_0, Y_0 là:

$$I_t = \left(\frac{1}{1-\rho s}\right)^t I_0 \quad \text{hay} \quad I_t = \left(\frac{v}{v-s}\right)^t I_0$$

$$K_t = \left(\frac{1}{1-\rho s}\right)^t K_0 \quad \text{hay} \quad K_t = \left(\frac{v}{v-s}\right)^t K_0$$

$$Y_t = \left(\frac{1}{1-\rho s}\right)^t Y_0 \quad \text{hay} \quad Y_t = \left(\frac{v}{v-s}\right)^t Y_0$$

Như vậy ta có: $I_t = \left(1 + \frac{s}{v-s}\right) I_{t-1}$; $K_t = \left(1 + \frac{s}{v-s}\right) K_{t-1}$

và $Y_t = \left(1 + \frac{s}{v-s}\right) Y_{t-1}$

Suy ra nhịp tăng trưởng của các chỉ tiêu đều là $g = \frac{s}{v-s}$

Thí dụ 4.7

Xét mô hình Harrod - Domar không có trễ. Nếu hệ số ICOR $v=2,8$ và tỷ lệ tiết kiệm $s=0,2$ thì nhịp tăng của Y là $0,2 / (2,8-0,2) \approx 0,076923 \approx 0,077$ hay 7,7%.

2. Mô hình có trễ trong đầu tư (trễ một kỳ)

-Mô hình:

$$K_{t+1} - K_t = I_t \tag{4.109}$$

$$Y_t = \frac{1}{s} I_t \tag{4.110}$$

$$Q_t = \rho K_t \tag{4.111}$$

$$Q_t = Y_t \tag{4.112}$$

- Phân tích:

Cũng biến đổi tương tự như khi không có trễ ta có các phương trình sai phân:

$$Y_t - (1+\rho s) Y_{t-1} = 0; \quad I_t - (1+\rho s) I_{t-1} = 0; \quad K_t - (1+\rho s) K_{t-1} = 0$$

Suy ra nhịp tăng trưởng của các chỉ tiêu đều là $\rho s = s/v$ giống như trong mô hình liên tục.

Nếu ký hiệu $g = \frac{s}{v - s}$ trong mô hình không có trễ và $g = ps = s/v$ trong

mô hình có trễ thì g chính là nhịp tăng trưởng kinh tế (tăng trưởng sản lượng). So với trường hợp đầu tư không có trễ nhịp tăng trưởng sẽ thấp hơn. Đây cũng là điều dễ hiểu vì đầu tư có trễ nên tác động của khoản này sẽ không phát huy toàn bộ ngay trong kỳ đầu tư.

3. Chú ý

- Mỗi liên hệ giữa các biến g , ρ , s hoặc g , v , s có ý nghĩa quan trọng trong thực tế. Nếu biết hai trong 3 biến ta sẽ tính được biến còn lại. Đặc điểm này thường được sử dụng để kiểm tra các tham số (kiểm định giả thuyết trong mô hình kinh tế lượng) và sơ bộ đánh giá khả năng tăng trưởng của nền kinh tế. Tùy thuộc vào trình độ phát triển, mỗi quốc gia có tham số v của mình, các tham số g và s sẽ phụ thuộc lẫn nhau. Nếu s cao (tỷ lệ tiết kiệm cao) thì g (tỷ lệ tăng trưởng) sẽ cao và ngược lại.

- Ta có thể xét mô hình với giả thiết đầu tư có trễ và có khấu hao vốn:

$$K_{t+1} - K_t = I_t - hK_t$$

$$Y_t = \frac{1}{s} I_t$$

$$Q_t = \rho K_t$$

$$Q_t = Y_t$$

với $0 < h < 1$ là tỷ lệ khấu hao vốn. Độc giả có thể phân tích mô hình (xem như một bài tập) và thu được kết quả $g = s/v - h$. So với trường hợp không có khấu hao, nhịp tăng trưởng sẽ thấp hơn một lượng bằng đúng tỷ lệ khấu hao.

Thí dụ 4.8

a. Với các tham số như trong thí dụ 4.7 nhưng xét trường hợp đầu tư có trễ 1 kỳ, khi này nhịp tăng trưởng $g = s/v = 0,2/2,8 \approx 0,07142 \approx 7.1\%$. Như vậy so với trường hợp đầu tư không có trễ nhịp tăng trưởng sẽ thấp hơn.

b. Nếu có tỷ lệ khấu hao 0.1% khi đó nhịp tăng trưởng $g = s/v - h = 0,2/2,8 - 0,001 \approx 0,07042 \approx 7\%$

III. MÔ HÌNH TĂNG TRƯỞNG KINH TẾ SOLOW - SWAN

Mô hình Harrod - Domar không đề cập tới nhân tố lao động (với giả thiết ngầm định là tỷ lệ vốn/lao động không đổi) do đó không xét tới sự thay

thể giữ vốn và lao động cũng như tiến bộ công nghệ. Mô hình Solow - Swan sẽ mở rộng với các nhân tố này. Đây là mô hình đề cập tới hai nhân tố cơ bản là nguồn vốn và nguồn lao động và chỉ ra sự gia tăng, tích lũy vốn đặc biệt là sự tăng trưởng của tỷ suất vốn/ lao động quyết định sự tăng trưởng của các nhân tố, các biến nội sinh khác. Như vậy về phương diện lý luận mô hình có những nét tương đồng với lý luận về tích lũy tư bản của C. Mác. C. Mác đã sử dụng phạm trù cấu thành hữu cơ của tư bản xã hội làm phạm trù trung tâm trong tích lũy tư bản. Những kết quả thu được khi phân tích mô hình tăng trưởng sẽ khẳng định những quan điểm của C. Mác về phương diện thực tiễn, sử dụng mô hình Solow - Swan sẽ phù hợp với hoàn cảnh thiếu vốn của chúng ta.

- Mô hình giả định *tăng trưởng của dân số và nguồn lao động là ổn định và chỉ tiêu này là biến ngoại sinh*. Điều này cũng phù hợp với hoàn cảnh của Việt Nam vì chúng ta đang phấn đấu ổn định mức tăng dân số và do đó sẽ ổn định mức tăng nguồn lao động hàng năm.

- Nhân tố thứ 3 ảnh hưởng tới tăng trưởng kinh tế là nguồn tài nguyên. Nhân tố này trong mô hình được giả định là gộp vào nhân tố vốn. Các nguồn tài nguyên ở nước ta là nguồn tài sản của quốc gia. Việc thăm dò, phát hiện, khai thác và sử dụng các nguồn tài nguyên đã và sẽ tiếp tục thực hiện theo cơ chế thị trường (đấu thầu, khoán...) dưới sự quản lý của Nhà nước (sử dụng thuế, quy định các thủ tục...) nhằm mục tiêu sử dụng tiết kiệm, có hiệu quả và bảo vệ môi trường. Như vậy *các nguồn tài nguyên này cũng sẽ được vốn hoá, sẽ tính vào nhân tố vốn*.

1. Mô hình tăng trưởng kinh tế Solow - Swan

a. Sản xuất

Về phương diện sản xuất chúng ta sẽ sử dụng hàm sản xuất đặc trưng cho trình độ công nghệ của nền kinh tế. Với hiện trạng công nghệ còn chưa tiên tiến, những phát minh, tiến bộ kỹ thuật lớn, có tính chất cách mạng chưa có nên chúng ta có thể giả định rằng khi *quy mô sản xuất thay đổi không làm thay đổi hiệu quả và còn chịu tác động của quy luật hiệu quả giảm*. Như vậy ta giả thiết hàm sản xuất F:

- (i) Hàm lõm, tăng theo các biến.
- (ii) Thuần nhất bậc 1.
- (iii) Khả vi liên tục hai lần.

Ký hiệu Y là mức sản lượng, K là nguồn vốn, L là nguồn lao động thì:

$$Y = F(K, L) \quad (4.113)$$

Đặt $k = \frac{K}{L}$, k được gọi là tỷ suất vốn/ lao động, k thể hiện mức trang bị vốn cho một lao động. Đây là một chỉ tiêu quan trọng, vai trò của k tương đương với vai trò của cấu thành hữu cơ của tư bản xã hội (c/v) trong lý luận tích lũy của C. Mác.

Do F là thuần nhất bậc 1 nên ta có thể viết:

$$Y = L f(k) \quad (4.114)$$

trong đó $f(k) = f(k, 1)$.

Từ các giả thiết đối với các hàm F ta suy ra:

$$f'(k) > 0, \quad f''(k) < 0 \quad (4.115)$$

b. Nguồn lao động

L là biến ngoại sinh, được xác định từ bên ngoài. Với giả định nguồn lao động L tăng tỷ lệ với việc tăng dân số, khi đó:

$$L = L_0 e^{nt} \quad (4.116)$$

Trong đó n là nhịp độ tăng nguồn lao động (ổn định), t là biến thời gian và L_0 là nguồn lao động của thời kỳ gốc.

c. Nguồn vốn và quá trình tích lũy vốn

1. Khấu hao vốn

Sự gia tăng, tích lũy vốn là do đầu tư. Nguồn vốn đầu tư này được huy động từ tiết kiệm của các doanh nghiệp và dân cư. Bởi vậy ta có thể giả định rằng nguồn vốn đầu tư là một phần tỷ lệ của sản lượng Y . Tỷ lệ này phụ thuộc vào tỷ suất vốn/ lao động k . Ký hiệu tỷ lệ này là $s(k)$ và ta sẽ gọi là *tỷ suất tích lũy*.

Như vậy nguồn vốn đầu tư sẽ là:

$$s(k) Y \quad \text{với } 0 < s(k) < 1 \quad (4.117)$$

Đây là phần đầu tư thô, với nguồn vốn hiện hành K , sau một thời gian sử dụng (ví dụ 1 năm) sẽ bị hao mòn bởi vậy ta phải khấu hao vốn. Với mức độ hao mòn đều đặn, tỷ lệ với khối lượng vốn hiện có, ta có thể giả định tỷ lệ này không đổi và ký hiệu là h ($h > 0$). Như vậy với nguồn vốn K mức khấu

hao sẽ là hK .

2. Quá trình tích lũy vốn

Với khoản đầu tư thô $s(k)Y$ sau khi trừ khấu hao vốn hK ta sẽ có khoản đầu tư ròng. Đây chính là khoản vốn được tích lũy. Ký hiệu \dot{K} là đạo hàm của nguồn vốn K theo thời gian (theo biến t) khi đó \dot{K} là sự gia tăng của vốn trong một đơn vị thời gian (ví dụ 1 năm). Sự gia tăng này đúng bằng số vốn được tích lũy. Như vậy ta sẽ có:

$$\dot{K} = s(k)Y - hK \tag{4.118}$$

Đây là phương trình vi phân mô tả quá trình tích lũy, quá trình tăng trưởng của nhân tố vốn.

Chia hai vế của (4.118) cho L và do (4.114) ta có:

$$\frac{\dot{K}}{L} = s(k) f(k) - hk \tag{4.119}$$

Như vậy đầu tư (thô) tính theo đầu người lao động sẽ là $s(k)f(k)$

Ký hiệu \dot{k} là đạo hàm của tỷ suất vốn/lao động theo thời gian, từ (4.119) ta thu được:

$$\dot{k} = s(k) f(k) - (h+n)k \tag{4.120}$$

Phương trình vi phân (4.120) mô tả quá trình tích lũy vốn tính theo đầu người lao động, đó cũng là quá trình tăng trưởng của tỷ suất vốn/ lao động. Đây là phương trình đóng vai trò trung tâm trong toàn bộ mô hình.

d. Tiêu dùng

Với khoản đầu tư thô $s(k)Y$, phần còn lại của sản lượng Y đem tiêu dùng sẽ là:

$$C = Y - s(k)Y = [1 - s(k)] Y = [1 - s(k)] L f(k) \tag{4.121}$$

Mức sản lượng tính theo đầu người lao động sẽ là:

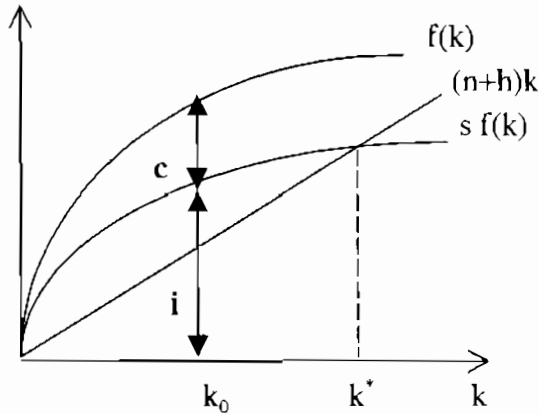
$$y = \frac{Y}{L} \tag{4.122}$$

Mức tiêu dùng tính theo đầu người lao động sẽ là:

$$c = \frac{C}{L} = \frac{[1 - s(k)]Y}{L} = [1 - s(k)] f(k) \tag{4.123}$$

Nếu s không phụ thuộc k , ta có mức đầu tư, tiêu dùng tính theo đầu người - mức i và c - sẽ là:

$i = sf(k)$, $c = [1 - s] f(k)$. Quan hệ này có thể minh hoạ trên hình 4 - 13.



HÌNH 4 - 13

e. Nhịp tăng trưởng của các chỉ tiêu

1. Nhịp tăng trưởng của sản lượng Y

$$g_Y = \frac{\dot{Y}}{Y} = \left(\frac{F_L L}{Y} \right) \frac{\dot{L}}{L} + \left(\frac{F_K K}{Y} \right) \frac{\dot{K}}{K} \quad (4.124)$$

Do $g_L = \frac{\dot{L}}{L} = n$, $g_K = \frac{\dot{K}}{K}$ và vì F thuần nhất bậc 1 nên:

$$\frac{F_K K}{Y} + \frac{F_L L}{Y} = 1 \quad (4.125)$$

Đặt $a = \left(\frac{F_L L}{Y} \right)$ khi đó $(1 - a) = \left(\frac{F_K K}{Y} \right)$ (4.126)

Từ (4.124) ta có:

$$g_Y = an + (1 - a) g_K \quad (4.127)$$

Mặt khác a chính là tỷ trọng phân đóng góp của nguồn lao động trong sản lượng Y . Vì vậy từ (4.126) chúng ta thấy: nhịp tăng trưởng của sản lượng là bình quân gia quyền của nhịp tăng trưởng nguồn lao động và nguồn vốn.

2. Nhịp tăng trưởng của tỷ suất vốn/lao động k

$$g_k = g_k - n$$

hay theo (4.120) ta có:
$$g_k = \frac{s(k)f(k)}{k} - (h + n) \quad (4.128)$$

3. Nhịp tăng trưởng của mức sản lượng tính theo đầu người lao động y

$$g_y = g_y - g_k = an + (1 - a) g_k - n$$

Từ (4.128) ta suy ra:

$$g_y = (1 - a) g_k \quad (4.129)$$

4. Nhịp tăng trưởng của mức tiêu dùng tính theo đầu người lao động c

Từ (4.123) ta có:

$$g_c = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{[s(k)f(k) - (n + h)k][(1 - s(k))f'(k) - s'(k)f(k)]}{(1 - s(k))f(k)} \quad (4.130)$$

Từ các công thức xác định nhịp tăng trưởng của các chỉ tiêu chúng ta thấy:

+ Nếu nhịp tăng trưởng của nguồn lao động là cho trước (n không thay đổi) thì nhịp tăng trưởng của các chỉ tiêu khác chỉ phụ thuộc vào trình độ công nghệ (phụ thuộc vào hàm F) không phụ thuộc vào tính chất cạnh tranh hay độc quyền của hệ kinh tế và cũng không phụ thuộc vào cơ chế hoạt động của nền kinh tế.

+ Nếu hệ kinh tế có tính chất cạnh tranh hoàn hảo thì thu nhập của một đơn vị lao động (tiền lương, tiền công) và thu nhập của một đơn vị vốn (tỷ suất lợi nhuận, tỷ suất lợi tức) sẽ bằng năng suất cận biên của các nhân tố

đó. Nếu ký hiệu w là tiền công và r là tỷ suất lợi nhuận thì ta sẽ có: $w = \frac{\partial Y}{\partial L}$

và $r = \frac{\partial Y}{\partial K}$. Do (4.114) nên ta suy ra: $w=f(k)-kf'(k)$ và $r=f'(k)$. Như vậy tỷ

suất vốn/lao động k hoàn toàn quy định, chi phối tiền công cho lao động và lợi nhuận cho giới chủ. Điều này rất phù hợp với quan điểm của C. Mác về tỷ suất lợi nhuận. Ông viết: “*Tỷ suất lợi nhuận do hai nhân tố chủ yếu quyết định: tỷ suất giá trị thặng dư và cấu thành giá trị của tư bản*”. Như vậy nếu trình độ bóc lột không đổi do đó tỷ suất giá trị thặng dư không đổi thì cấu thành giá trị của tư bản (trong trường hợp mô hình của chúng ta chính là tỷ suất vốn/lao động) sẽ quyết định tỷ suất lợi nhuận.

2. Phân tích động thái của mô hình - Phân tích quá trình tăng trưởng kinh tế

a. Quỹ đạo tăng trưởng

Với nhịp tăng trưởng của nguồn lao động cho trước và được xác định từ bên ngoài chúng ta sẽ dùng chỉ tiêu g_y và g_c thể hiện sự tăng trưởng của hệ kinh tế. Từ công thức (4.128), (4.130) ta thấy sự tăng trưởng này phụ thuộc vào k . Như vậy k là biến trạng thái của hệ kinh tế. Theo (4.120) chúng ta có phương trình vi phân cấp 1 đối với k :

$$\dot{k} = s(k) f(k) - (h+n) k$$

Giả định rằng tỷ suất tích lũy $s(k)$ phụ thuộc liên tục vào k , khi đó phương trình trên sẽ có nghiệm. Ký hiệu nghiệm là $k(t)$ và có thể coi là quỹ đạo quỹ đạo tăng trưởng của hệ kinh tế.

1. Tăng trưởng cân đối

Quá trình tăng trưởng của hệ kinh tế có thể diễn ra với nhịp tăng trưởng của các chỉ tiêu rất khác nhau. Chúng ta quan tâm đến tình huống các chỉ tiêu đều tăng trưởng với nhịp độ giống nhau. Sự tăng trưởng này gọi là *tăng trưởng cân đối*. Như vậy hệ thống kinh tế sẽ tăng trưởng cân đối khi:

$$g_y = g_k = g_c. \quad (4.131)$$

Vì $g_L = n$ và do (4.127) nên hệ thống tăng trưởng cân đối khi:

$$g_k = n \quad (4.132)$$

Từ (4.128) nên (4.132) tương đương với:

$$g_k = 0 \quad (4.133)$$

hay
$$\dot{k} = 0 \quad (4.134)$$

Do (4.120), điều kiện để tăng trưởng cân đối là:

$$s(k) f(k) = (n + h) k \quad (4.135)$$

Ký hiệu k^* là nghiệm của phương trình (4.135). Chúng ta hãy tìm hiểu ý nghĩa kinh tế của điều kiện (4.135). Ta đã biết rằng phần đầu tư thô tính theo đầu người lao động sẽ là $\frac{s(k)Y}{L}$

Do (4.114) nên:
$$\frac{s(k)Y}{L} = s(k) f(k) \quad (4.136)$$

Vế phải của (4.135) chính là mức khấu hao tính theo đầu người lao

động. Như vậy muốn tăng trưởng cân đối thì:

+ Tính theo đầu người lao động, mức đầu tư phải bằng mức khấu hao vốn.

+ Vốn chỉ tăng theo chiều rộng, không tăng vốn theo chiều sâu (k không đổi).

Thông thường trong thực tế tỷ suất tích lũy $s(k)$ thường được coi là biến ngoại sinh, là tham số điều khiển của chính phủ, vì vậy ta có thể giả định s không phụ thuộc vào k . Khi đó phương trình (4.135) sẽ có nghiệm duy nhất là k^* . Ta có minh họa trên hình 4-14.

Tỷ suất tích lũy trong trường hợp này là:

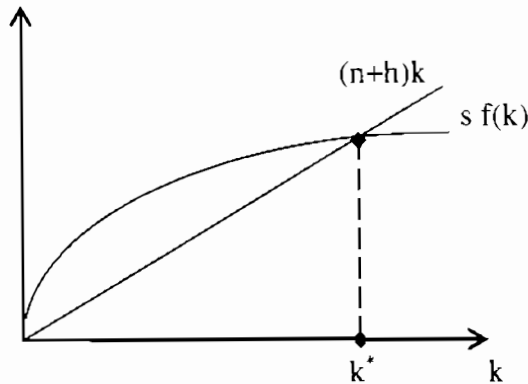
$$s^* = \frac{(n+h)k^*}{f(k^*)} \quad (4.137)$$

Quy đạo tăng trưởng cân đối sẽ là:

$$k(t) = k^* \quad (\text{hằng số}) \quad (4.138)$$

Ngoài ra từ (4.128), (4.129) và (4.130) ta suy ra, dọc theo quỹ đạo tăng trưởng cân đối thì:

$g_y = 0, g_c = 0, g_x = 0$. Trạng thái này của hệ kinh tế gọi là *trạng thái bền vững*.



HÌNH 4- 14

Từ phân tích ở trên ta có thể kết luận: có tồn tại tỷ suất tích lũy s^* sao cho:

- Hệ kinh tế tăng trưởng cân đối

- Trong quá trình tăng trưởng cân đối, sản lượng, tiêu dùng tính theo đầu người và tỷ suất vốn/ lao động sẽ không thay đổi, tức là trạng thái tăng

trường cân đối của hệ kinh tế là trạng thái bền vững.

Như vậy mức tích lũy là chiến lược, là thông số cơ bản để chính phủ điều tiết sự phát triển lâu dài của toàn bộ nền kinh tế. Đối với những nước nghèo, các nước đang phát triển, do thiếu vốn, tình trạng các công nghệ lạc hậu, dân số tăng nhanh nên đòi hỏi mức tích lũy rất cao (s^* lớn) mới có tăng trưởng cân đối. Tuy nhiên đòi hỏi này lại mâu thuẫn với việc nâng cao mức sống do việc giảm mức tiêu dùng. Mâu thuẫn này làm cho tăng trưởng cân đối ở những nước này khó có thể thực hiện được. Nếu điểm xuất phát của các nước đang phát triển là k_0 còn cách xa k^* (cấu tạo hữu cơ của tư bản còn thấp) thì trong quá trình phát triển, các nước này có thể có xu hướng đạt tăng trưởng cân đối được không nếu như họ ổn định được mức tăng dân số do đó ổn định mức tăng nguồn lao động?

Trả lời cho vấn đề này, chúng ta cần phải đề cập tới tính ổn định của quỹ đạo tăng trưởng cân đối.

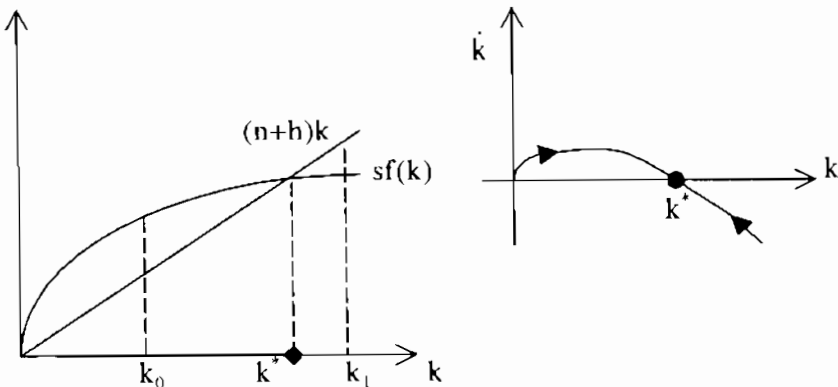
b. Tính ổn định của quỹ đạo tăng trưởng cân đối

Xét phương trình vi phân biểu hiện sự tăng trưởng của tỷ suất vốn/lao động k (phương trình (4.120)) - trong trường hợp tỷ suất s không phụ thuộc vào k :

$$\dot{k} = s f(k) - (h+n)k$$

Cho k_0 là giá trị ban đầu của tỷ suất vốn/lao động (điều kiện ban đầu của phương trình).

Do phương trình có dạng phi tuyến nên để phân tích tính ổn định của quỹ đạo k^* ta sẽ sử dụng sơ đồ pha được minh họa trên hình 4-15.



HÌNH 4 - 15

Vì $f(k)$ là hàm lõm nên $sf(k)$ cũng là hàm lõm ($s > 0$). Suy ra vị trí tương đối của các đường $sf(k)$ và $(n + h)k$ giống như trên hình 4-15.

- Nếu $k_0 = k^*$ thì quỹ đạo $k(t) = k^*$ là nghiệm của phương trình $\dot{k} = 0$ do đó $k(t)$ là quỹ đạo tăng trưởng cân đối.

- Nếu $k_0 < k^*$ thì do:

$$sf(k_0) > (n + h)k_0$$

Suy ra $\dot{k} > 0$, như vậy quỹ đạo $k(t)$ tăng, hội tụ tới k^* .

- Nếu $k_1 > k^*$ thì do $sf(k_1) < (n + h)k_1$. Suy ra $\dot{k} < 0$, như vậy quỹ đạo $k(t)$ giảm, hội tụ tới k^* .

Từ các kết quả trên ta suy ra quỹ đạo tăng trưởng cân đối k^* là ổn định. Từ tính ổn định của quỹ đạo tăng trưởng cân đối chúng ta rút ra kết luận:

- Có tồn tại mức tích lũy cho phép nền kinh tế đạt mức tăng trưởng cân đối, và một khi nền kinh tế đã đạt mức tăng trưởng này thì nó sẽ duy trì trong suốt quá trình phát triển.

- Nếu mức tích lũy ban đầu chưa cho phép nền kinh tế đạt mức tăng trưởng cân đối thì trong quá trình phát triển, mức tăng trưởng sẽ tiệm cận với mức tăng trưởng cân đối, tức là xu hướng phát triển của nền kinh tế là tăng trưởng cân đối.

- Thông thường, điểm xuất phát của nền kinh tế của các nước nghèo ứng với trường hợp $k_0 < k^*$. Trong quá trình tăng trưởng, k_0 tăng dần, nếu nền kinh tế là cạnh tranh thì vì $f'(k)$ giảm (do (4.115)) và do $r = f'(k)$ nên k_0 tăng dần với việc tỷ suất lợi nhuận r sẽ giảm. Đây chính là *quy luật xu hướng giảm sút của tỷ suất lợi nhuận trong nền kinh tế TBCN* do C.Mác phát hiện. C.Mác đã viết: "*Quy luật của phương thức sản xuất TBCN là sản xuất TBCN càng phát triển thì tư bản khả biến lại càng giảm xuống một cách tương đối so với tư bản bất biến và do đó, so với tổng tư bản được vận dụng*". Và sự giảm xuống dần dần và tương đối đó là "*đồng nhất với sự tăng lên dần dần của cấu thành hữu cơ của tư bản xã hội trung bình*". Do đó "*hậu quả trực tiếp của xu hướng ấy là tỷ suất giá trị thặng dư biểu hiện thành tỷ suất lợi nhuận chung cứ thấp dần mãi xuống*" (Sách đã dẫn).

c. Phân tích tác động của tỷ suất tích lũy tới trạng thái bền vững

Đối với mỗi giá trị của tỷ suất tích lũy s cho trước, với công nghệ sản xuất được cho bởi hàm sản xuất $Y = F(K, L)$, với n, h cho trước sẽ xác định

duy nhất k^* tức là xác định duy nhất trạng thái bền vững. Như vậy ta có thể viết $k^* = k^*(s)$.

*1. Phân tích tác động của s tới k^**

Ta có thể coi (4.135) là phương trình hàm ẩn xác định k^* , sử dụng đạo hàm hàm ẩn ta có:

$$\frac{dk^*}{ds} = \frac{f(k^*)}{n+h} > 0 \quad (4.139)$$

Như vậy khi chính phủ sử dụng các chính sách kinh tế vĩ mô làm tăng tỷ suất tích lũy s sẽ tạo ra trạng thái bền vững mới ứng với k^* mới lớn hơn.

*2. Phân tích tác động của s tới c^**

Theo (4.131), mức tiêu dùng tính theo đầu người ở trạng thái bền vững c^* sẽ là:

$$c^*(s) = f(k^*(s)) - (n+h)k^*(s) \quad (4.140)$$

Ta sẽ tìm mức s sao cho $c^*(s)$ đạt tối đa. Ta có:

$$\frac{dc^*}{ds} = \frac{df(k^*(s))}{dk} \frac{dk^*}{ds} - (n+h) \frac{dk^*}{ds}$$

hay $\frac{dc^*}{ds} = \left[\frac{df(k^*(s))}{dk} - (n+h) \right] \frac{dk^*}{ds}$, do (4.131) nên $\frac{dc^*}{ds} = 0$ khi và chỉ khi:

$$\left[\frac{df(k^*(s))}{dk} - (n+h) \right] = 0 \quad (4.141)$$

Ký hiệu nghiệm của (4.141) là $s_{\text{vàng}}$ và k^* tương ứng là $k_{\text{vàng}}$, $s_{\text{vàng}}$ gọi là tỷ suất tích lũy “vàng”. Ta có:

$$\frac{df(k_{\text{vàng}})}{dk} = (n+h) \quad (4.142)$$

Điều kiện (4.142) gọi là “quy tắc vàng của tích lũy vốn”. Với $s_{\text{vàng}}$, $k_{\text{vàng}}$ ta có tiêu dùng theo đầu người đạt mức cao nhất, ký hiệu là $c_{\text{vàng}}$, ta có $c_{\text{vàng}} = f(k_{\text{vàng}}) - (n+h)k_{\text{vàng}}$. Mặt khác ta lại có mức đầu tư theo đầu người ứng với $s_{\text{vàng}}$, $k_{\text{vàng}}$ là $i_{\text{vàng}} = (n+h)k_{\text{vàng}}$. Như vậy với tỷ suất tích lũy “vàng” $s_{\text{vàng}}$

hệ kinh tế vừa nghĩ tới thế hệ tương lai (đầu tư $i_{vàng}$) vừa quan tâm tới thế hệ hiện tại một cách tối đa (tiêu dùng $c_{vàng}$).

Thí dụ 4.9

Ta hãy xét mô hình Solow - Swan với hàm sản xuất dạng Cobb - Douglas:

$$Y = K^\alpha L^{1-\alpha} \text{ với } 0 < \alpha < 1$$

Ta có $f(k) = k^\alpha$. Phương trình vi phân đối với \dot{k} là:

$$\dot{k} = sk^\alpha - (h+n)k$$

Để giải phương trình trên ta đặt $z = k^{1-\alpha}$, khi đó có thể biến đổi phương trình trên thành phương trình:

$$\dot{z} + (1 - \alpha)(n+h)z = (1 - \alpha)s$$

Nghiệm của phương trình trên có dạng:

$$z(t) = [z(0) - (s/(n+h))] e^{-(1-\alpha)(n+h)t} + (s/(n+h))$$

Suy ra:

$$k^{1-\alpha}(t) = [k(0)^{1-\alpha} - (s/(n+h))] e^{-(1-\alpha)(n+h)t} + (s/(n+h))$$

Ta có $k^{1-\alpha}(t) \rightarrow s/(n+h)$ khi $t \rightarrow +\infty$ do đó $k(t) \rightarrow [s/(n+h)]^{1/(1-\alpha)}$ khi $t \rightarrow +\infty$.

Như vậy:

$$k^* = \left[\frac{s}{n+h} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Ta có nhịp tăng trưởng của k :

Theo (4.128) $g_k = \frac{s(k)f(k)}{k} - (h+n)$ suy ra:

$$g_k = \frac{sk^\alpha}{k} - (h+n) = sk^{\alpha-1} - (h+n).$$

Nhịp tăng trưởng của y :

Theo (4.129), ta có $a = 1 - \alpha$ suy ra $g_y = \alpha g_k = \alpha [sk^{\alpha-1} - (h+n)]$

Tại trạng thái bền vững ta có tiêu dùng theo đầu người $c^*(s) = f(k^*(s)) - (n+h)k^*(s)$, suy ra:

$$c^* = \left[\frac{s}{n+h} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - (n+h) \left[\frac{s}{n+h} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Ta xác định tỷ suất tích lũy “vàng”, theo (4.142): $\frac{df(k_{\text{vàng}})}{dk} = (n + h)$,

suy ra $\alpha k^{\alpha-1} = n + h$. Thay k bởi k^* ta được $\alpha \left[\frac{s}{n+h} \right]^{\frac{\alpha-1}{1-\alpha}} = (n+h)$, hay

$s_{\text{vàng}} = \alpha$. Do đó $k_{\text{vàng}} = \left[\frac{\alpha}{n+h} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$ suy ra:

$$c_{\text{vàng}} = \left[\frac{\alpha}{n+h} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - (n+h) \left[\frac{\alpha}{n+h} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Chú ý: Nếu hàm sản xuất có dạng $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$ với $A > 0, 0 < \alpha < 1$ khi đó các chỉ tiêu sẽ được tính bởi các công thức sau:

$$k^* = \left[\frac{sA}{n+h} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad c^* = \left[\frac{sA}{n+h} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - (n+h) \left[\frac{sA}{n+h} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad g_k = sAk^{\alpha-1} - (n+h)$$

và $g_y = \alpha g_k$.

Thí dụ 4.10

Ta hãy xét mô hình Solow - Swan đối với nền kinh tế có hàm sản xuất $Y = K^{0.5}L^{0.5}$, hàng năm không có tăng dân số, có tỷ lệ tiết kiệm: 15%, tỷ lệ khấu hao vốn: 5%.

a. Hãy tính tỷ lệ vốn/lao động, thu nhập và tiêu dùng theo đầu người ở trạng thái bền vững.

b. Nếu hiện tại tỷ lệ vốn/lao động của nền kinh tế là 4, hãy tính thu nhập, tiêu dùng, đầu tư theo đầu người và nhịp tăng trưởng hiện tại. Phải mất khoảng bao nhiêu năm nền kinh tế sẽ đạt tới trạng thái bền vững?

Giải: Sử dụng các ký hiệu của mô hình ta có: $\alpha = 0,5; h = 0,05; n = 0$ và $k_0 = 4$.

a. Theo thí dụ 4.9, ở trạng thái bền vững ta có:

$$\text{Tỷ lệ vốn/lao động } k^* = \left[\frac{s}{n+h} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left[\frac{0,15}{0,05} \right]^{\frac{1}{0,5}} = 9$$

$$\text{Thu nhập } y^* = f(k^*) = (k^*)^{\alpha} = 9^{0,5} = 3$$

$$\text{Tiêu dùng } c^* = \left[\frac{s}{n+h} \right]^{\frac{1}{\alpha}} - (n+h) \left[\frac{s}{n+h} \right]^{\frac{1}{\alpha}} = 3 - 0,05 \times 3^2 = 2,55$$

b. Hiện tại $k_0 = 4$ do đó:

$$y_0 = f(k_0) = (k_0)^\alpha = 4^{0,5} = 2,$$

$$c_0 = (1-s)f(k_0) = 0,85(k_0)^\alpha = 0,85 \times 4^{0,5} = 1,7 \text{ suy ra:}$$

$i_0 = y_0 - c_0 = 0,3$, đây là mức đầu tư thô tính theo đầu người, mức đầu tư ròng sẽ là:

$0,3 - hk = 0,3 - 0,1 = 0,2$. Chỉ tiêu này thể hiện mức độ thu hút vốn đầu tư của nền kinh tế.

Ta có $g_k = sk^{\alpha-1} - (n+h) = 0,15 \times 4^{0,5} - 0,05 = 0,025$ nên nhịp tăng trưởng hiện tại:

$$g_y = \alpha g_k = 0,5 \times 0,025 = 0,0125 \sim 1,25\% / \text{năm.}$$

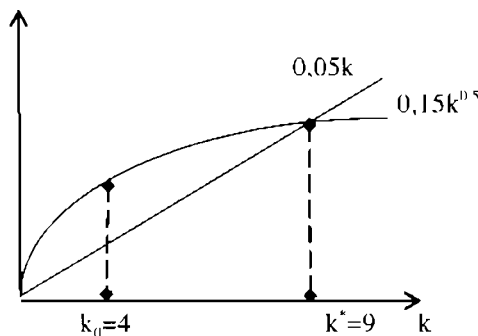
Ta có tại năm t : $y_t = y_0(1 + g_y)^t$, cần xác định T để $y_T = y_0(1 + g_y)^T = y^*$.
Suy ra:

$$T \text{Ln}(1 + g_y) = \text{Ln}(y^*/y_0) \text{ do đó:}$$

$$T = \frac{\text{Ln}(y^*/y_0)}{\text{Ln}(1 + g_y)} = \frac{\text{Ln}(3/2)}{\text{Ln}(1,0125)} \approx 32,63$$

tức là mất khoảng 33 năm nền kinh tế sẽ tăng trưởng tới trạng thái bền vững.

Ta có hình vẽ minh họa:



3. Mô hình tăng trưởng kinh tế Solow - Swan với tiến bộ công nghệ

Chúng ta hiểu tiến bộ công nghệ (TBCN) là tất cả những gì dẫn đến việc tăng sản lượng Y mà không cần tăng các nhân tố được sử dụng. Trong

thời đại hiện nay, khi khoa học - công nghệ đã trở thành ngành sản xuất trực tiếp thì sản phẩm của ngành này chính là TBCN. Việc sản xuất và sử dụng sản phẩm đặc biệt này đòi hỏi những yếu tố vật chất nhất định, phải có đầu tư vốn (vốn vật chất và vốn con người). Thành thử chúng ta có thể coi tác động của TBCN được vật chất hóa trong vốn và trong lao động. Sự vật chất hóa của TBCN trong lao động biểu hiện ở việc *sử dụng lao động hiệu quả hơn*. Với một số lao động nhất định, do tác động của TBCN sẽ tương đương với việc sử dụng nhiều hơn. Như vậy sự tăng trưởng của nguồn lao động ngoài việc do tăng tự nhiên theo mức độ tăng của dân số còn tăng bởi tác động của TBCN. Nguồn lao động này được gọi là *nguồn lao động hiệu quả* - ký hiệu là \mathcal{L} , khi đó hàm sản xuất sẽ có dạng: $Y = F(K, \mathcal{L})$ với $\dot{\mathcal{L}} = A(t)\mathcal{L}$. Với giả định nhịp độ tăng nguồn lao động do TBCN là λ thì

Nhịp tăng trưởng của nguồn lao động hiệu quả sẽ là:

$$g_{\mathcal{L}} = n + \lambda \quad (4.143)$$

Phương trình vi phân biểu hiện quá trình tăng trưởng của tỉ suất vốn/lao động hiệu quả sẽ có dạng:

$$\dot{k} = s(k) f(k) - (n + h + \lambda) k \quad (4.144)$$

với k khi này sẽ là K/\mathcal{L}

So với trường hợp tăng trưởng chưa tính đến TBCN thì phương trình trên có thêm hằng số λ ở vế phải. Do đó phân tích hoàn toàn tương tự như ở trên ta sẽ được các kết quả tương tự. Điều kiện để đảm bảo cho nền kinh tế tăng trưởng cân đối trong trường hợp có tính đến tác động của TBCN là giữa tỉ suất tích lũy và tỉ suất vốn/lao động phải có mối liên hệ:

$$s(k) f(k) = (n + h + \lambda) k \quad (4.145)$$

Ký hiệu $n + h + \lambda = v$ khi đó điều kiện trên có dạng:

$$s(k) f(k) = vk \quad (4.146)$$

Nếu tỷ suất tích lũy s không phụ thuộc vào k thì phương trình có dạng:
 $\dot{k} = sf(k) - vk$.

Khi này điều kiện để đảm bảo tăng trưởng cân đối là: $sf(k) = vk$.

Ký hiệu k^* là nghiệm của phương trình, quỹ đạo tăng trưởng cân đối sẽ là: $k(t) = k^*$. Các quỹ đạo tăng trưởng khác sẽ hội tụ tới quỹ đạo trên.

Như vậy điểm khác biệt ở mô hình trong trường hợp có TBCN là tại trạng thái bền vững các chỉ tiêu Y, K, C sẽ tăng trưởng với nhịp độ là $n + \lambda$, tức là bằng nhịp tăng của lao động cộng với nhịp tăng của tiến bộ công nghệ.

4. Hạch toán tăng trưởng

a. Khái niệm hạch toán tăng trưởng (Growth Accounting)

Quá trình tăng trưởng kinh tế của nhiều quốc gia cho thấy đóng góp cho tăng trưởng ngoài nhân tố vốn, lao động còn có nhiều nhân tố khác được gọi chung là “nhân tố tổng hợp”. Vai trò của nhân tố tổng hợp trong tăng trưởng thường được lý giải như tác động của tiến bộ và hiệu quả của công nghệ. Các phương pháp, kỹ thuật tính toán sự đóng góp riêng rẽ của nhân tố vốn, lao động và nhân tố tổng hợp trong tăng trưởng sản lượng gọi chung là *hạch toán tăng trưởng*. Thực hiện hạch toán tăng trưởng sẽ giúp ta xác định tầm quan trọng của các nhân tố đặc biệt là nhân tố tổng hợp trong tăng trưởng, từ đó có thể đề xuất các chính sách thích hợp nhằm phát huy tối đa hiệu quả sử dụng nhân tố trong nền kinh tế phục vụ mục tiêu tăng trưởng nhanh và bền vững. Về phương diện thực hành, với hàm sản dạng tân cổ điển và cơ sở dữ liệu đầy đủ chúng ta có thể thực hiện hạch toán tăng trưởng với độ tin cậy cao.

b. Thực hành hạch toán tăng trưởng

1. Phương trình hạch toán tăng trưởng

Trong chương 2 phần đề cập về hàm sản xuất tân cổ điển ta đã biết:

$$g_Y = g_A + g_K \epsilon_K + g_L \epsilon_L \quad (4.147)$$

với g_Y : nhịp tăng trưởng sản lượng (tăng trưởng kinh tế), g_K, g_L : nhịp tăng trưởng của vốn, lao động, ϵ_K, ϵ_L : hệ số co giãn của sản lượng theo vốn, lao động. Từ đây ta có:

$$g_A = g_Y - g_K \epsilon_K - g_L \epsilon_L \quad (4.148)$$

Như vậy ta có thể tính được tác động của nhân tố tổng hợp tới tăng trưởng kinh tế. Phương trình (4.147) được gọi là phương trình hạch toán tăng trưởng.

2. Phần dư Solow

Xét mô hình Solow với hàm sản xuất có dạng $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$ với $A > 0, 0 < \alpha < 1$. Khi này phương trình hạch toán tăng trưởng sẽ có dạng:

$$g_Y = g_A + \alpha g_K + (1-\alpha)g_L \quad (4.149)$$

Suy ra
$$g_A = g_Y - \alpha g_K - (1-\alpha)g_L \quad (4.150)$$

và đại lượng này gọi là *phần dư Solow*, phần còn lại trong tăng trưởng kinh tế sau khi đã khấu trừ phần đóng góp của vốn và lao động.

3. Ước lượng phần dư Solow

Với hàm sản xuất trên, ký hiệu $LY = \ln Y$, $LK = \ln K$, $LL = \ln L$ và $LA = \ln A$ ta được:

$$LY = LA + \alpha LK + (1-\alpha)LL$$

Xét mô hình kinh tế lượng tương ứng:

$$LY_t = \beta_0 + \beta_1 LK_t + \beta_2 LL_t + \varepsilon_t \quad (4.151)$$

Từ chuỗi thời gian của LY , LK và LL ta ước lượng mô hình (4.151) thu được các ước lượng:

$$\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$$

Có thể sử dụng các ước lượng này để:

- Kiểm định tính chất hiệu quả không đổi theo quy mô của hàm sản xuất trong mô hình Solow (giả thiết: $\beta_1 + \beta_2 = 1$).

- Ước lượng α trong phương trình hạch toán do đó có thể ước lượng phần dư Solow.

Trong thực tế có thể một số giả thiết trong mô hình Solow không được thỏa mãn, thí dụ: hàm sản xuất có hiệu quả tăng theo quy mô, nền kinh tế cạnh tranh không hoàn hảo...khi này để ước lượng phần dư Solow cần sử dụng mô hình kinh tế lượng có dạng phức tạp hơn.

BÀI TẬP CHƯƠNG IV

1. Cho mô hình cân bằng riêng:

$$D(t) = a - bp(t)$$

$$S(t) = -c + dp(t)$$

$$\dot{p} = k(D(t) - S(t)) \quad (1)$$

với $a, b, c, d, k > 0$. Cho $p^* = \frac{a+c}{b+d}$, ký hiệu $r = k(b+d)$.

a. Nêu ý nghĩa của p^* . chứng tỏ rằng (1) có thể viết dưới dạng:

$$\dot{p} = r(p(t) - p^*).$$

b. Nếu đặt $\Delta(t) = p(t) - p^*$, nêu ý nghĩa của $\Delta(t)$. Chứng tỏ rằng (1) có thể viết dưới dạng:

$$\dot{\Delta} - r\Delta(t) = 0$$

c. Xác định quỹ đạo của $\Delta(t)$ và khảo sát sự ổn định.

2. Cho mô hình:

$$D(t) = a - bp(t) + ep$$

$$S(t) = -c + dp(t)$$

với $a, b, c, d > 0$.

a. Nếu tốc độ thay đổi giá tỷ lệ với mức dư cầu, hãy xác định quỹ đạo giá.

b. Với điều kiện nào của e thì quỹ đạo giá ổn định?

3. Cho mô hình:

$$D(t) = a - bp(t) - ep$$

$$S(t) = dp(t)$$

với $a, b, d, e > 0$.

a. Nếu thị trường luôn cân bằng tại mọi thời điểm, hãy xác định quỹ đạo giá.

b. Hãy khảo sát sự ổn định của quỹ đạo giá.

4. Hãy lập và phân tích các mô hình kinh tế lượng tương ứng với mô hình cân bằng thị trường với dự tính về giá và có dự trữ.

5. a. Hãy xác định cơ chế giá, giá cân bằng (dài hạn) và tính ổn định của các mô hình mạng nhện sau:

$$1) D_t = 18 - 3p_t; S_t = -3 + 4p_{t-1}$$

$$2) D_t = 22 - 3p_t; S_t = -2 + p_{t-1}$$

$$3) D_t = 19 - 6p_t; S_t = -5 + 6p_{t-1}$$

b. Nếu tại thời điểm bắt đầu xem xét có cú sốc làm mức cung giảm còn 12. Hãy tính giá thị trường sau 3 kỳ.

6. Xét mô hình cân bằng thị trường với dự tính về giá.

a. Nếu $g=1$, mô hình có dạng nào? có thể coi mô hình mạng nhện là một trường hợp riêng của mô hình này? Điều kiện ổn định của mô hình là rộng hơn hay chặt hơn so với mô hình mạng nhện?

b. Cho bảng số liệu tham số của các mô hình:

Mô hình\Tham số	a	b	c	d	g
I	102	40	120	20	0,15
II	100	6	75	8	0,22
III	60	12	45	9	0,34

1) Hãy viết các mô hình, xác định cơ chế giá, giá cân bằng dài hạn, quỹ đạo giá và khảo sát tính ổn định.

2) Nếu tại thời điểm bắt đầu xem xét thị trường mức cung là 20 và được bán hết, tối thiểu sau bao nhiêu kỳ chênh lệch giữa giá thị trường và giá cân bằng dài hạn sẽ nhỏ hơn 1,5%?

7. a. Hãy xác định cơ chế giá, giá cân bằng (dài hạn) và tính ổn định của các mô hình cân bằng có dự trữ với hệ số điều chỉnh giá là 0,1 dưới đây:

$$1) D_t = 18 - 3p_t; S_t = -3 + 4p_t$$

$$2) D_t = 22 - 3p_t; S_t = -2 + p_t$$

$$3) D_t = 19 - 6p_t; S_t = -5 + 6p_t$$

b. Nếu tại thời điểm bắt đầu xem xét có cú sốc làm mức cung giảm còn 12. Hãy tính giá thị trường sau 3 kỳ.

8. Xét mô hình:

$$D_t = 21 - 2 p_t$$

$$S_t = -3 + 6 p_t$$

$$p_{t+1} = p_t - 0,3 (Q_{S_t} - Q_{D_t})$$

hãy xác định quỹ đạo p_t và khảo sát sự ổn định.

9. Xét mô hình cân bằng thị trường với dự trữ, hàm cung là cố định: $Q_S = k$.

a. Phân tích quỹ đạo giá p_t .

b. Với điều kiện nào của k quỹ đạo trên có ý nghĩa kinh tế?

10. Hãy viết và phân tích mô hình Keynes khi đầu tư phụ thuộc vào mức tăng trưởng kinh tế.

11. Xét mô hình Keynes:

$$Y_t = C_t + I_t; C_t = a + bY_{t-1} \text{ với } a, b > 0, b < 1.$$

a. Nếu I_t là ngoại sinh, hãy xác định quỹ đạo của Y_t và khảo sát tính ổn định.

b. Với $a = 40, b = 0,6, I_t = 134$, hãy xác định quỹ đạo của Y_t . Nếu $I_t = 110$ hãy xác định cân bằng liên thời và minh họa quá trình hội tụ.

12. Cho mô hình:

$$Y_t = C_t + I_0 + G_0 + NX_0$$

$$C_t = 400 + 0,6Y_{t-1}$$

$$G_0 = 1000, NX_0 = 300 \text{ và } I_0 = 600.$$

a. Hãy xác định thu nhập cân bằng và khảo sát tính ổn định.

b. Nếu ban đầu nền kinh tế ở trạng thái cân bằng nhưng do cú sốc nên chi tiêu của chính phủ giảm còn 900. Tìm thu nhập và tiêu dùng sau 2 kỳ. Tìm tỷ lệ sai lệch giữa thu nhập sau 2 kỳ với thu nhập cân bằng.

13. Xét mô hình đường Phillips tổng quát:

$$p_t = 0,4 - 3,7U_t - 0,03$$

$$U_{t+1} - U_t = -9(0,05 - p_{t+1})$$

và đơn vị thời gian t : năm

a. Hãy xác định tỷ lệ lạm phát và tỷ lệ thất nghiệp cân bằng và khảo sát tính ổn định.

b. Nếu hiện nay tỷ lệ lạm phát: 6,5%/năm, tỷ lệ thất nghiệp: 7%/năm. Hãy dự đoán hai tỷ lệ trên sau 3 năm.

14. Một nền kinh tế có hệ số ICOR là 3,21 và tổng sản phẩm trong nước (GDP) năm t là 32 tỷ USD.

a. Hãy giải thích ý nghĩa của hệ số ICOR. Nếu nhịp tăng trưởng của GDP trong các năm tiếp theo là 8% thì đến năm $(t+5)$ GDP sẽ là bao nhiêu?

b. Sử dụng mô hình Harrod - Domar không có trễ để lập bảng dự báo nhu cầu đầu tư từ năm $(t+1)$ đến $(t+5)$ và tỷ lệ tiết kiệm (tỷ lệ tích lũy) nhằm đảm bảo tăng trưởng kinh tế 8%/năm.

15. Hãy phân tích mô hình Harrod - Domar có trễ trong đầu tư và có khấu hao vốn.

16. Cho bảng số liệu sau của một nền kinh tế:

Năm	$t+1$	$t+2$	$t+3$	$t+4$	$t+5$
ICOR	2,95	3,02	3,08	3,15	3,21
Tỷ lệ s	27,14%	27,97%	28,51%	29,05%	28,55%

a. Hãy sử dụng mô hình Harrod - Domar (có trễ) để tính vốn cần đầu tư hàng năm để tổng sản phẩm trong nước (GDP) có nhịp tăng 8% năm.

b. Hãy tính nhịp tăng của GDP trong các năm. Nếu tỷ lệ khấu hao vốn là 0,3%/năm thì nhịp tăng của GDP trong các năm là bao nhiêu?

c. Nếu đầu tư không có trễ, hãy tính nhịp tăng của GDP trong các năm.

17. Xét mô hình Solow - Swan đối với nền kinh tế có hàm sản xuất $Y = K^{0,5}L^{0,5}$, hàng năm dân số tăng 1%, có tỷ lệ tiết kiệm: 15%, tỷ lệ khấu hao vốn: 5%.

a. Hãy tính tỷ lệ vốn/lao động, thu nhập và tiêu dùng theo đầu người ở trạng thái bền vững.

b. Nếu hiện tại tỷ lệ vốn/lao động của nền kinh tế là 4, hãy tính thu nhập, tiêu dùng, đầu tư theo đầu người và nhịp tăng trưởng hiện tại. Phải mất khoảng bao nhiêu năm nền kinh tế sẽ đạt tới trạng thái bền vững?

18. Cho hàm sản xuất: $Y = L^{0,5}K^{0,5}$

a. Hàm sản xuất với sản lượng tính theo đầu người (hàm $y = f(k)$, $k = K/L$) có dạng như thế nào?

b. Hãy sử dụng mô hình tăng trưởng Solow - Swan để trả lời các câu hỏi:

- Nếu 2 nước A, B có cùng hàm sản xuất như trên và cùng hệ số khấu hao: 5%, không có tiến bộ công nghệ, không có tăng dân số. Nước A có tỷ lệ tiết kiệm s : 10%, của nước B là: 20%. Hãy xác định tỷ lệ vốn, tiêu dùng tính theo đầu người của mỗi nước ở trạng thái bền vững.

- Nếu 2 nước đều bắt đầu từ trạng thái với $k = 2$ thì tại đó mức thu nhập và tiêu dùng tính theo đầu người là bao nhiêu? Các chỉ tiêu này biến động như thế nào trong các năm tiếp theo? Hãy so sánh thu nhập tính theo đầu người của 2 nước.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Văn Sinh: Đề cương giáo trình Lý thuyết mô hình toán kinh tế (Bản thảo)
2. Nguyễn Khắc Minh: Mô hình Toán kinh tế - giáo trình ĐH KTQD
3. Nguyễn Văn Quý: Mô hình kinh tế - NXB GD, Hà nội 1999
4. Hoàng Tuy: Phân tích hệ thống và ứng dụng - NXB KH-KT, Hà nội 1987
5. F. S. Mishikin: Tiền tệ, ngân hàng và thị trường tài chính - NXB KH-KT, Hà nội -1995
6. Joseph E. Stiglitz: Kinh tế học công cộng - NXB KH-KT, Hà nội 1995
7. Lancaster K.: Toán học trong kinh tế - NXB KH-KT, Hà nội 1984
8. D. Begg - S. Fisher - R. Dornbusch: Kinh tế học T1,T2 - NXB ĐH và GDCN, Hà nội 1992.
9. Allen R.D: Mathematical Economics - Martin's Press INC, NewYork 1959
10. Chiang A.C: Fundamental Methods of Mathematical Economics - McGraw-Hill, 1985
12. Chris Birchenhall - Paul Grout: Mathematics for Modern Economics - Philip Allan 1984
13. H. R. Varian: Microeconomic Analysis - Norton & Company, Inc. 1992, New York
14. K. Arrow - F. Hahn: General Competitive Analysis - San Francisco - Holden Day 1971
15. T. Atkinson - J. Stiglitz: Lectures on Public Economics - McGraw Hill 1980
16. Geoffrey Jehle: Advanced Microeconomics Theory - Prentice Hall 1990
17. A. Dixit: Optimization in Economic Theory - Oxford University Press 1990
18. A.Stevenson - M.Gregory: Macroeconomic Theory and Stabilization Policy - Philip Allan Book 1990

GIÁO TRÌNH

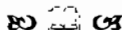
LÝ THUYẾT MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN

Địa chỉ: 207 Đường Giải Phóng, Hà Nội

Điện thoại: (04) 8696407 - 6282486

Fax: (04) 6282485



Chịu trách nhiệm xuất bản:

GS.TS. NGUYỄN THÀNH ĐỘ

Chịu trách nhiệm nội dung:

PGS.TS. HOÀNG ĐÌNH TUẤN

Biên tập nội dung:

PGS.TS. HOÀNG ĐÌNH TUẤN

Biên tập kỹ thuật:

ThS. TRẦN QUANG YÊN

Chế bản:

QUANG KẾT

Thiết kế bìa:

QUANG KẾT

Sửa bản in và đọc sách mẫu:

PGS.TS. HOÀNG ĐÌNH TUẤN

In 1.000 cuốn, khổ 16 x 24cm tại Xưởng in NXB Đại học KTQD.
Số đăng ký kế hoạch xuất bản: 666 - 2007/CXB/21 - 130/ĐHKHQD.
In xong và nộp lưu chiểu quý III năm 2007.

GIÁO TRÌNH

**LÝ THUYẾT
MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ**

T lý thuyết mô hình toán kinh tế G



3010080000018

51,000

Giá: 51.000VNĐ

